

# Application de la méthode statique équivalente (RPA99v2003)

GUIDE D'UTILISATION A L'USAGE DES INGENIEURS CTC-CENTRE

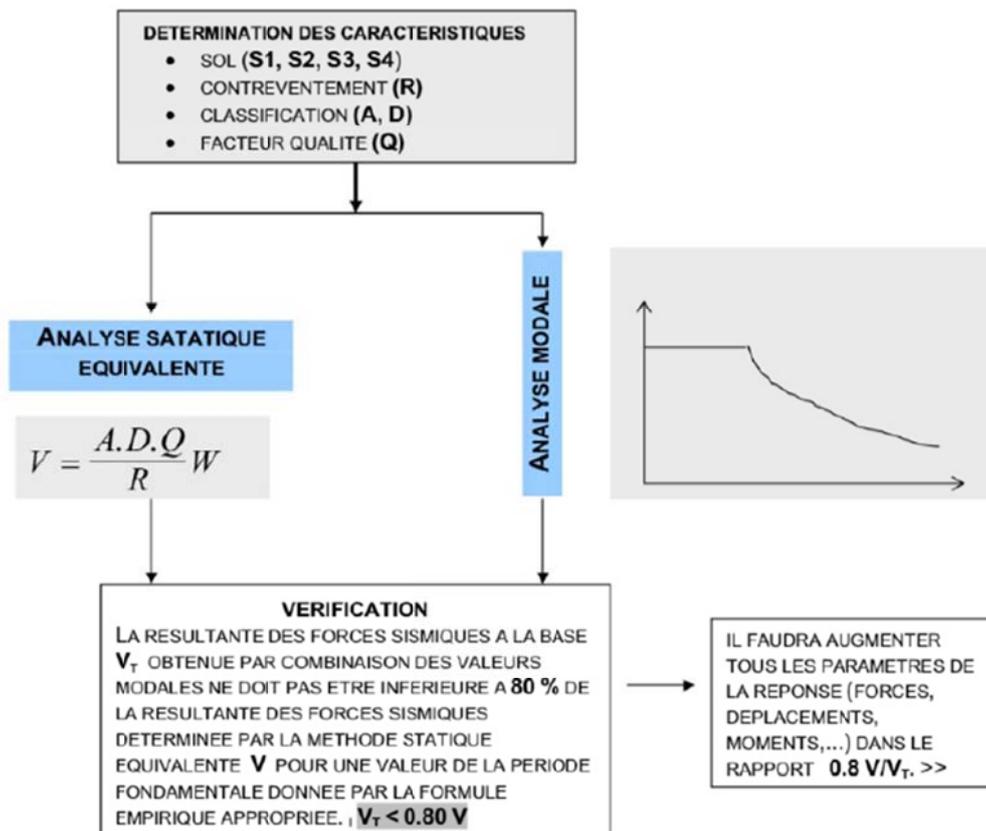
## CHOIX DE LA METHODE DE CALCUL

Le calcul des forces sismiques peut être mené suivant trois méthodes:

- par la méthode statique équivalente
- par la méthode d'analyse modale spectrale
- par la méthode d'analyse dynamique par accélérogrammes

METHODE	RESTRICTIONS POUR LA METHODE	
STATIQUE EQUIVALENTE	A- Le bâtiment ou bloc étudié, satisfaisait aux conditions de régularité en plan et en élévation prescrites avec une hauteur au plus égale à 65m en zones I et IIa et à 30m en zones IIb et III	
	B- Le bâtiment ou bloc étudié présente une configuration irrégulière tout en respectant, outre les conditions de hauteur énoncées en A, les conditions complémentaires suivantes :	
	<b>Zone I</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tous groupes</li> </ul>
	<b>Zone IIa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Groupe d'usage 3</li> <li>• Groupe d'usage 2, si la hauteur est inférieure ou égale à 7 niveaux ou 23m.</li> <li>• Groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.</li> <li>• Groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.</li> </ul>
	<b>ZONE IIb ET III</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Groupes d'usage 3 et 2, si hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.</li> <li>• Groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.</li> <li>• Groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 2 niveaux ou 08m.</li> </ul>
<b>ANALYSE MODALE SPECTRALE</b>	<b>LA METHODE D'ANALYSE MODALE SPECTRALE PEUT ETRE UTILISEE DANS TOUS LES CAS, ET EN PARTICULIER, DANS LE CAS OU LA METHODE STATIQUE EQUIVALENTE N'EST PAS PERMISE.</b>	
<b>ANALYSE DYNAMIQUE PAR ACCELEROGRAMMES</b>	La méthode d'analyse dynamique par accélérogrammes peut être utilisée au cas par cas par un personnel qualifié, ayant justifié auparavant les choix des séismes de calcul et des lois de comportement utilisées ainsi que la méthode d'interprétation des résultats et les critères de sécurité à satisfaire.	

GUIDE D'UTILISATION A L'USAGE DES INGENIEURS CTC-CENTRE



CLASSIFICATION

CLASSIFICATION SELON CONFIGURATION

Régularité en plan	<p><b>a1.</b> Le bâtiment doit présenter une configuration sensiblement symétrique vis à vis de deux directions orthogonales aussi bien pour la distribution des rigidités que pour celle des masses.</p> <p><b>a2.</b> A chaque niveau et pour chaque direction de calcul, la distance entre le centre de gravité des masses et le centre des rigidités ne dépasse pas 15% de la dimension du bâtiment mesurée perpendiculairement à la direction de l'action sismique considérée.</p> <p><b>a3.</b> La forme du bâtiment doit être compacte avec un rapport longueur/largeur du plancher inférieur ou égal 4 (cf fig. )                  La somme des dimensions des parties rentrantes ou saillantes du bâtiment dans une direction donnée ne doit pas excéder 25% de la dimension totale du bâtiment dans cette direction. (cf. fig. )</p> <p><b>a4.</b> Les planchers doivent présenter une rigidité suffisante vis à vis de celle des contreventements verticaux pour être considérés comme indéformables dans leur plan.</p> <p>Dans ce cadre la surface totale des ouvertures de plancher doit rester inférieure à 15% de celle de ce dernier.</p>	
		<p>Limites des décrochements en plan</p>

CLASSIFICATION

CLASSIFICATION SELON CONFIGURATION

Régularité en élévation	<p><b>b1.</b> Le système de contreventement ne doit pas comporter d'élément porteur vertical discontinu, dont la charge ne se transmette pas directement à la fondation.</p> <p><b>b2</b> Aussi bien la raideur .que la masse des différents niveaux restent constants ou diminuent progressivement et sans chargement brusque de la base au sommet du bâtiment</p> <p><b>b3</b> Le rapport masse sur rigidité de deux niveaux successifs ne doit pas varier de plus de 25% dans chaque direction de calcul</p> <p><b>b4.</b> Dans le cas de décrochements en élévation, la variation des dimensions en plan du bâtiment entre deux niveaux successifs ne dépasse pas 20% dans les deux directions de calcul et ne s'effectue que dans le sens d'une diminution avec la hauteur. La plus grande dimension latérale du bâtiment n'excède pas 1,5 fois sa plus petite dimension.</p> <p>Toutefois, au dernier niveau, les éléments d'ouvrage, tels que buanderies, salle de machines d'ascenseurs etc. pourront ne pas respecter les règles b<sub>3</sub> et b<sub>4</sub> et être calculés conformément aux prescriptions relatives aux éléments secondaires</p> <p>D'une manière générale, se reporter aux schémas illustratifs ci-contre.</p>	
		<p>Limites des décrochements en élévation</p>

## REGLES DE CALCUL

### MODELISATION ET METHODES DE CALCUL

Le choix des méthodes de calcul et la modélisation de la structure doivent avoir pour objectif de reproduire au mieux le comportement réel de l'ouvrage.

Dans le cas des ouvrages qui relèvent du présent règlement, il est admis que les structures soumises à une action sismique puissent subir des déformations dans le domaine post-élastique. Il est fait alors recours à des méthodes de calcul linéaire équivalent, utilisant un modèle élastique de la structure où l'action sismique est introduite sous forme de spectre de réponse.

Un coefficient de comportement unique associé à la structure permet alors :

- de déterminer les efforts de dimensionnement de la structure
- d'estimer les déformations inélastiques subies par la structure pour la vérification des critères d'endommagement.

D'autres méthodes de calcul plus élaborées peuvent éventuellement être utilisées, sous réserve de justification scientifique appropriée.

METHODE	RESTRICTIONS POUR LA METHODE	
<b>STATIQUE EQUIVALENTE</b>	<b>A-</b> Le bâtiment ou bloc étudié, satisfaisait aux conditions de régularité en plan et en élévation prescrites avec une hauteur au plus égale à 65m en zones I et IIa et à 30m en zones IIb et III	
	<b>B-</b> Le bâtiment ou bloc étudié présente une configuration irrégulière tout en respectant, outre les conditions de hauteur énoncées en A, les conditions complémentaires suivantes :	
	<b>Zone I</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tous groupes</li> </ul>
	<b>Zone IIa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• groupe d'usage 3</li> <li>• groupe d'usage 2, si la hauteur est inférieure ou égale à 7 niveaux ou 23m.</li> <li>• groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.</li> <li>• groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.</li> </ul>
	<b>ZONE IIb ET III</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• groupes d'usage 3 et 2, si hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.</li> <li>• groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.</li> <li>• groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 2 niveaux ou 08m.</li> </ul>
<b>ANALYSE MODALE SPECTRALE</b>	La méthode d'analyse modale spectrale peut être utilisée dans tous les cas, et en particulier, dans le cas où la méthode statique équivalente n'est pas permise.	

**Annexe [RPA99 ver 2003]:**

$$V = \frac{A.D.Q}{R} W$$

(4.1 - RPA 99v2003)

**Tableau 4.1 : Coefficient d'accélération de zone A.**

Groupe d'usage	Zone			
	I	IIa	IIb	III
<b>1 A</b>	0,15	0,25	0,30	0,40
<b>1 B</b>	0,12	0,20	0,25	0,30
<b>2 (habitation)</b>	<b>0,10</b>	<b>0,15</b>	<b>0,20</b>	<b>0,25</b>
<b>3</b>	0,07	0,10	0,14	0,18

**Tableau 4.2 : Valeurs de ξ (%)**

Remplissage	Portique		Voiles ou murs
	Béton armé	Acier	Béton armé / Maçonnerie
Léger	6	4	10
Dense	7	5	

**Tableau 4.3 : Valeurs du coefficient de comportement R**

Cat	Description du système de contreventement (BA)	R
<b>1a</b>	Portiques autostables sans remplissage en maçonnerie rigide	<b>5</b>
<b>1b</b>	Portiques autostables avec remplissage en maçonnerie rigide	<b>3,5</b>
<b>2</b>	Voiles porteurs	<b>3,5</b>
<b>3</b>	Noyau	<b>3,5</b>
<b>4a</b>	Mixte portiques /Voiles avec interaction	<b>5</b>
<b>4b</b>	Portiques contreventés par des voiles	<b>4</b>
<b>5</b>	Console verticale à masses réparties	<b>2</b>
<b>6</b>	Pendule inverse	<b>2</b>

**Tableau 4.7 : Valeurs de T1 et T2**

Site	S1 : rochoux	S2 : ferme	S3 : meuble	S4 : très meuble
<b>T1 (sec)</b>	0,15	0,15	0,15	0,15
<b>T2 (sec)</b>	0,30	0,40	0,50	0,70

**Tableau 4.6 : Valeurs du coefficient C<sub>T</sub>**

Cas N°	Système de contreventement	C <sub>T</sub>
<b>1</b>	Portiques autostables en BA sans remplissage en maçonnerie.	0,075
<b>2</b>	Portiques autostables en Acier sans remplissage en maçonnerie.	0,085
<b>3</b>	Portiques autostables en BA ou en Acier avec remplissage en maçonnerie.	0,050
<b>4</b>	Contreventement assuré partiellement ou totalement par des voiles en BA, des palées triangulées et des murs en maçonnerie.	0,050

D : Facteur d'amplification dynamique moyen :  $D = f(\text{sol}, \xi, T)$

$$D = \begin{cases} 2.5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta \left(\frac{T_2}{3.0}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3.0}{T}\right)^{\frac{5}{3}} & 3.0s \leq T \end{cases}$$

Avec  $T = \min ( T = 0.09 \frac{h_N}{\sqrt{D_{x,y}}} ; T = C_T (h_N)^{3/4} )$

$\eta$  : Facteur de correction d'amortissement donné par :  $\eta = \sqrt{\frac{7}{2+\xi}} \geq 0.7$

W : poids total de la structure

$$W = \sum_{i=1}^n W_i \quad W_i = W_{Gi} + \beta W_{Qi}$$

W<sub>Gi</sub> : poids dû aux charges permanentes

W<sub>Qi</sub> : charges d'exploitation

β : Coefficient de pénétration (Batiment d'habitation : 0,20)

$$V = F_t + \sum_{i=1}^n F_i$$

La force concentrée (F<sub>t</sub>) au sommet de la structure permet de tenir compte de l'influence des modes supérieurs de vibration

$$F_t = 0.07 \cdot T \cdot V \quad \text{si } T > 0.7 \text{ sec} \quad ; \quad F_t = 0 \quad \text{si } T \leq 0.7 \text{ sec}$$

avec :

$$F_k = (V - F_t) \frac{W_k h_k}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} \quad ; \quad W_k : \text{charge du plancher (k) (G+20\%Q)}$$

F<sub>k</sub> : force horizontale au niveau h

h<sub>k</sub> : niveau du plancher où s'exerce la force F<sub>k</sub>

h<sub>j</sub> : niveau du plancher quelconque

Centre de rigidité	Excentricité (théorique)	Excentricité (accidentelle)
$X_{Cr} = \frac{\sum R_i \cdot x_i}{\sum R} ; Y_{Cr} = \frac{\sum R_i \cdot y_i}{\sum R}$	$e_x =  X_{CM} - X_{CR} $	$e_{acc} = 0,05 \cdot L_{max}$

## Vérifications des structures dans l'analyse dynamique

### Stabilité (de la structure) :

1. Vérification du comportement modale de la structure
2. Vérification de la période de la structure avec celle du règlement
3. Vérification de la participation massique (dissipation énergétique)
4. Vérification de la force sismique  $V$  à la base
5. Vérification de la stabilité au renversement
6. Vérification de l'effet  $P-\Delta$

### Résistance (des éléments) :

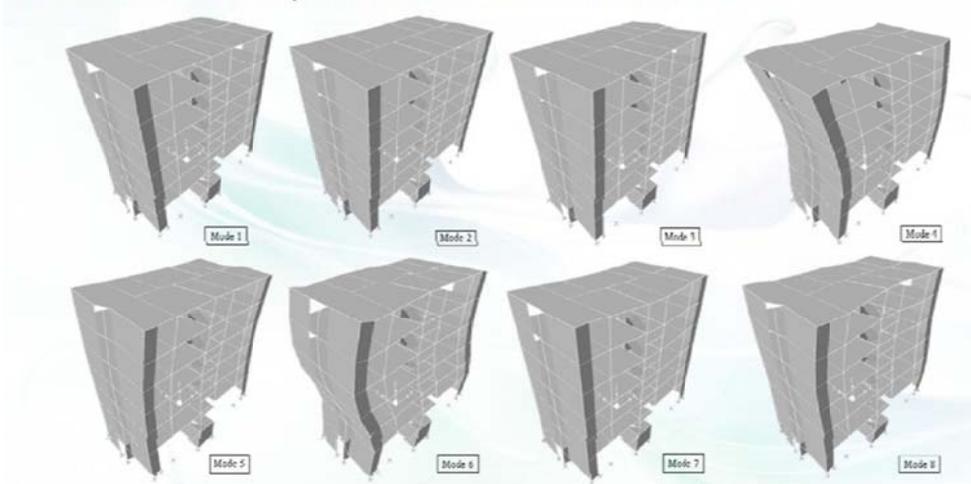
7. Vérifications du déplacement en tête du bâtiment
8. Vérifications des déplacements inter-étage
9. Vérification du cisaillement des éléments
10. Vérification de l'effort normal réduit dans les poteaux.

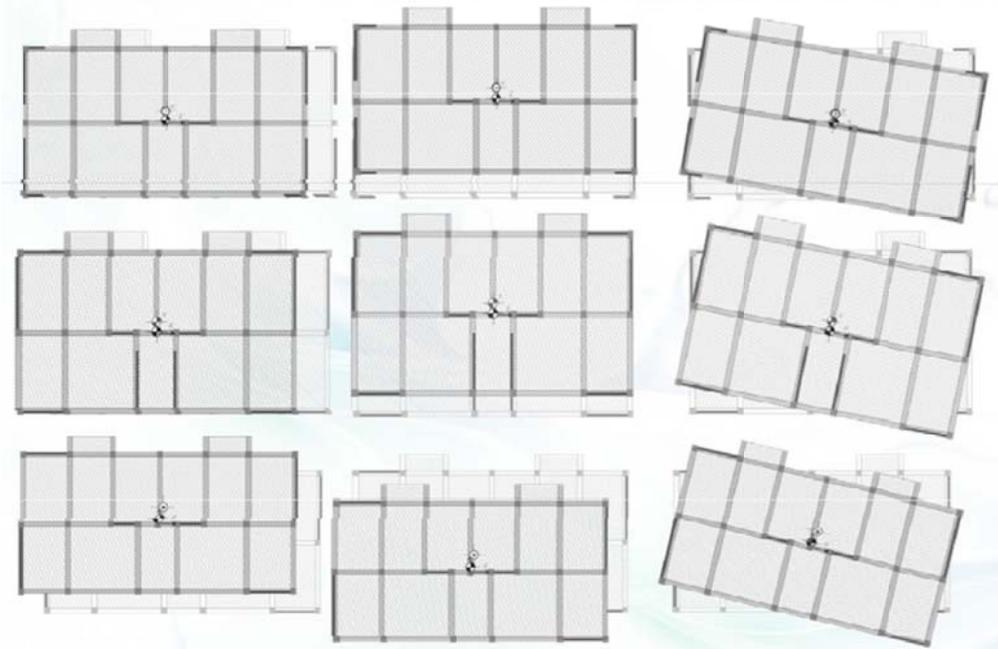
### Stabilité :

**1. Vérification du comportement modale de la structure** : le comportement modale de la structure est en fonction de leur (géométries, système de contreventement, distribution des masses, et leur l'amortissement)

### Modes propres

#### 1. Vérification du comportement modale de la structure :

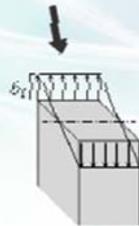




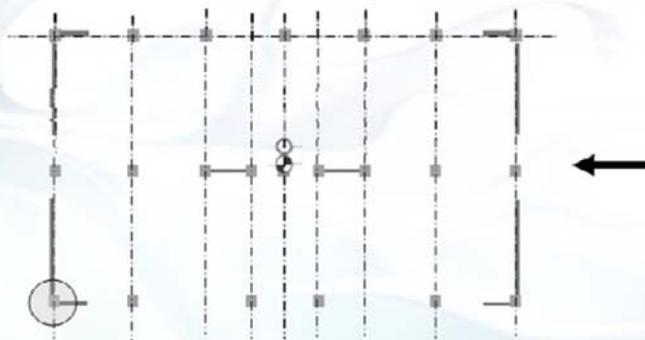
**Question : quels sont les modes souhaitables dans le comportement structural ? Et pour quoi ?**

Les contraintes de flexion

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{I_x} \cdot y$$



Ferrailage  
A1



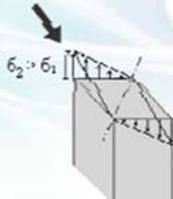
Mode de translation



**Question : quels sont les modes souhaitable à la structure ? Et pour quoi ?**

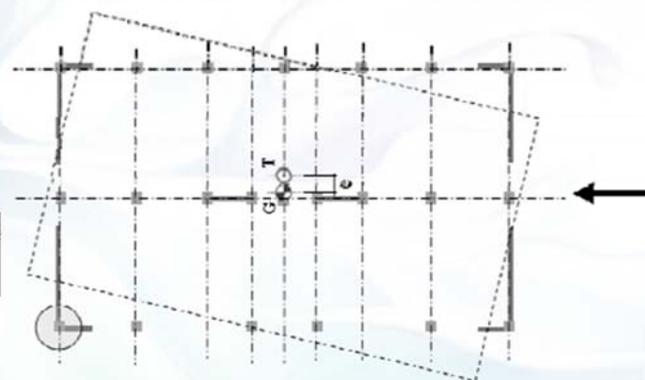
Les contraintes de flexion

$$\sigma_2 = \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x$$



Ferrailage  
A2

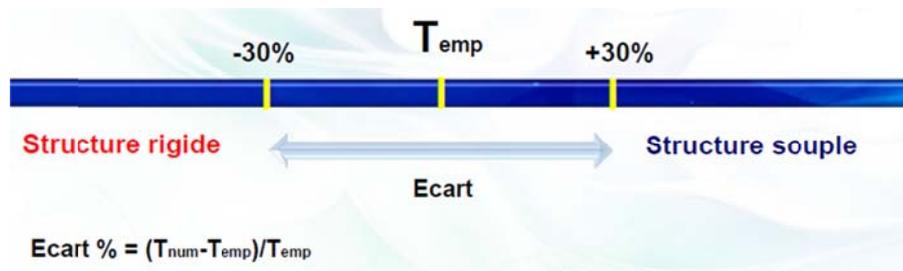
A2 > A1



Mode de Rotation

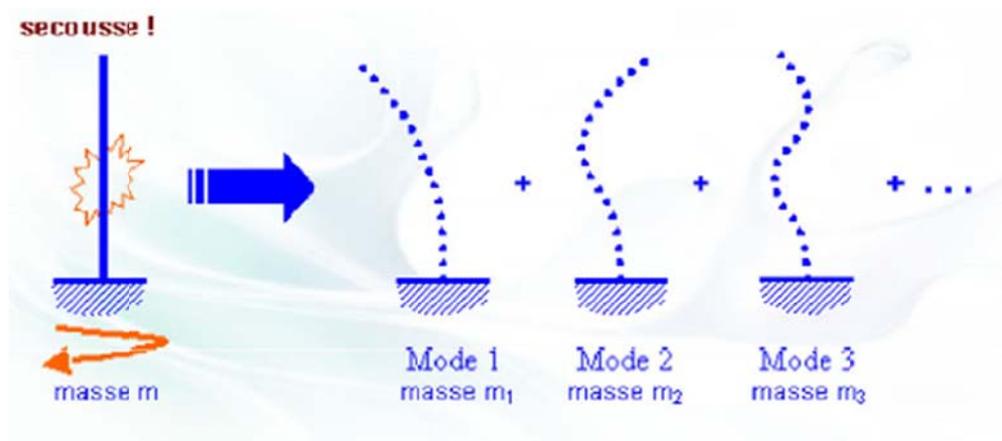
## 2. Vérification de la période de la structure avec celle du règlement RPA2003 4.2.4

Les valeurs de  $T$ , calculées à partir des formules de **Rayleigh** ou de **méthodes numériques** ne doivent pas dépasser celles estimées à partir des formules empiriques appropriées de plus de 30%.



## 3. Vérification de la participation massique (dissipation énergétique) RPA2003 4.3.4

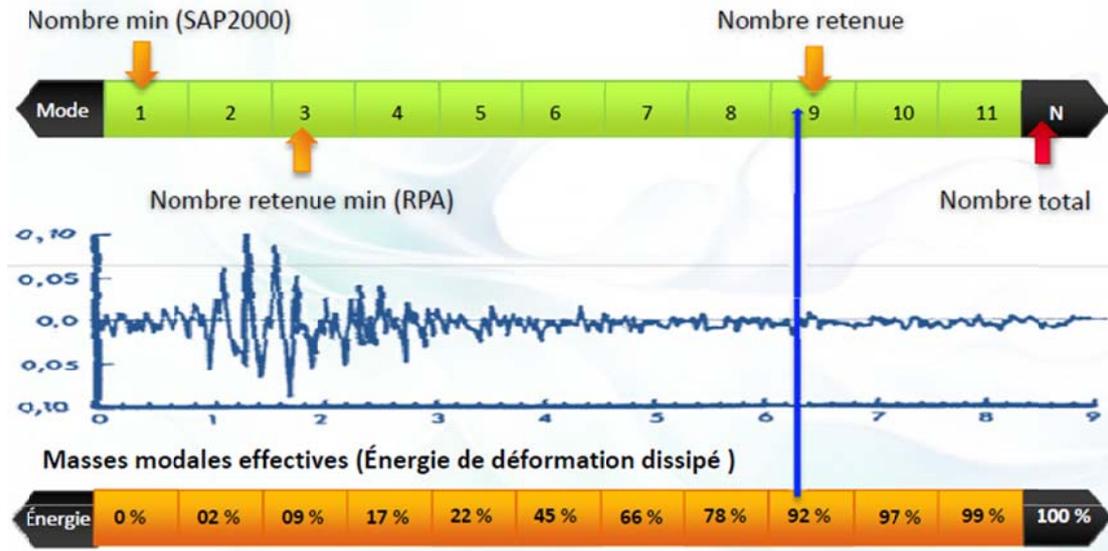
On appelle **masse modale du mode  $i$**  la masse  **$m_i$**  mobilisée par le mode propre  **$i$**  dans le mouvement vibratoire.



Pour les structures représentées par des modèles plans dans deux directions orthogonales, **le nombre de modes de vibration à retenir dans chacune des deux directions d'excitation** doit être tel que :

- la somme des masses modales effectives pour les modes retenus soit égale à 90% au moins de la masse totale de la structure.

4 - Nombre de modes à considérer ▶▶ [Art 4.3.4] ◀◀ RPA2003



4. Vérification de la force sismique V à la base RPA2003 4.3.6



Question : Force statique ou bien la force dynamique? Et pour quoi ?

Méthode Statique équivalente

$$V = \frac{A \cdot D \cdot Q}{R} \cdot W$$

$$D = \begin{cases} 2,5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2,5\eta \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3,0 \text{ s} \\ 2,5\eta \left(\frac{T_2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{T}\right)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3,0 \text{ s} \end{cases}$$

$$V = \begin{cases} A \cdot 2,5\eta \cdot \frac{Q}{R} \cdot W & 0 \leq T \leq T_1 \\ A \cdot 2,5\eta \cdot \frac{Q}{R} \cdot W & T_1 \leq T \leq T_2 \\ A \cdot 2,5\eta \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{Q}{R} \cdot W & T_2 \leq T \leq 3,0 \text{ s} \\ A \cdot 2,5\eta \left(\frac{T_2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{T}\right)^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{Q}{R} \cdot W & T \geq 3,0 \text{ s} \end{cases}$$

$V = f(A, D, Q, R, W)$

Méthode Dynamique Spectrale

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1,25A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(2,5\eta \frac{Q}{R} - 1\right)\right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) & T_2 \leq T \leq T_2 \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3,0 \text{ s} \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) \left(\frac{T_2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{T}\right)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3,0 \text{ s} \end{cases}$$

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1,25A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(2,5\eta \frac{Q}{R} - 1\right)\right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) & T_2 \leq T \leq T_2 \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3,0 \text{ s} \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) \left(\frac{T_2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{T}\right)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3,0 \text{ s} \end{cases}$$

$V_t = S_a = f(A, D, Q, R) \cdot (M \cdot g)$



Question : Force statique ou bien la force dynamique? Et pour quoi ?

**Méthode Statique équivalente**  
 $V = f(A, D, Q, R, W)$   
 W = Poids globale de la structure  
 $W = (G + \beta.Q).g$   
 W : calculé manuellement

**Méthode Dynamique Spectrale**  
 $V_t = S_a = f(A, D, Q, R).(M.g)$   
 $f(A, D, Q, R) =$  Spectre de réponse  
 $M = G + \beta.Q$   
 W : Masse concentrée au Nœud maitre  
 calculé numériquement .g

W manuel ? W numérique



Question : Force statique ou bien la force dynamique? Et pour quoi ?

**Méthode Statique équivalente**  
 $V = f(A, D, Q, R, W)$

**Méthode Dynamique Spectrale**  
 $V_t = S_a = f(A, D, Q, R).(M.g)$

$$\frac{V}{V_t} \geq 0.8 \Leftrightarrow \frac{W_s}{W_D} \geq 0.8$$

Oui Non

La force dynamique est équivalente à la force statique

W manuel  $\equiv$  W numérique

Il faudra augmenter la force  $V_t$  par un Coefficient  $\Phi = 0.8V/V_t$

$\Phi =$  Scale Factor  $= 0.8V/V_t$

$V_t(S_a) = [f(A, D, Q, R).\Phi].(M.g)$

Vérification de la force sismique V à la base RPA2003 4.3.6



W manuel  $\equiv$  W numérique

Pour que les calculs doivent être exacts essayer :

- Modéliser la structure correctement
- Ne pas oublier de modéliser les escaliers la cage d'ascenseur le sous sol...
- le calcul des charges doit être juste.

Attention

Modélisation  $\blacktriangleright\blacktriangleright$  [Art 4.3.2]  $\blacktriangleleft\blacktriangleleft$  RPA2003

e) Le modèle de bâtiment à utiliser doit représenter au mieux les distributions des rigidités et des masses de façon à prendre en compte tous les modes de déformation significatifs dans le calcul des forces d'inertie sismiques (ex : contribution des zones nodales et des éléments non structuraux à la rigidité du bâtiment).

### 5. Vérification de la stabilité au renversement RPA2003 5.5

#### RPA : 4.41. Stabilité au renversement

Le moment de renversement qui peut être causé par l'action sismique doit être calculé par rapport au niveau de contact sol-fondation.

Le moment stabilisant sera calculé en prenant en compte le poids total équivalent au poids de la construction, au poids des fondations et éventuellement au poids du remblai.

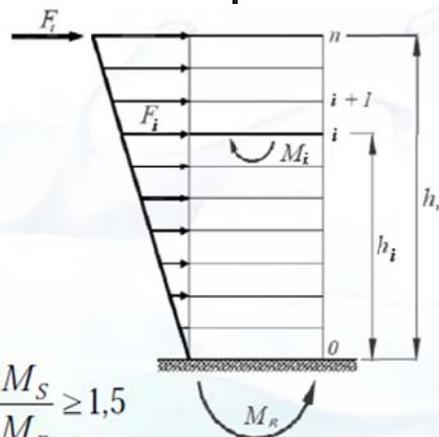
Moment de Renversement

$$M_R = \sum_{i=1}^n M_{ri} = \sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i$$

Moment de Stabilité

$$M_S = \sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n X_{Gi} \cdot W_i$$

La structure est stable au renversement Si :  $\frac{M_S}{M_R} \geq 1,5$



### 6. Vérification de L'effet P-Δ

Les effets du 2° ordre (ou effet P-Δ) **peuvent être négligés** dans le cas des bâtiments si la condition suivante est satisfaite à **tous les niveaux** :

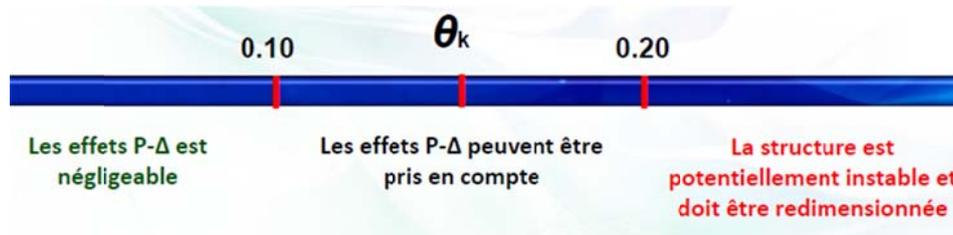
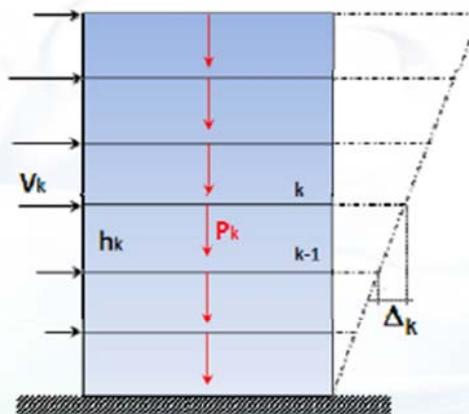
$$\theta_k = \frac{F_k \cdot \Delta_k}{V_k \cdot h_k} \leq 0.10$$

**P<sup>k</sup>** : poids total de la structure et des charges d'exploitation associées au dessus du niveau « k »

**V<sub>k</sub>** : effort tranchant d'étage au niveau « k »

**Δ<sub>k</sub>** : déplacement relatif du niveau « k » par rapport au niveau « k-1 »

**h<sub>k</sub>** : hauteur de l'étage « k »



Les effets P-Δ peuvent être pris en compte de manière approximative en amplifiant les effets de l'action sismique calculés au moyen d'une analyse élastique du 1° ordre par le facteur  $1/(1-\theta^k)$

**Résistance :**

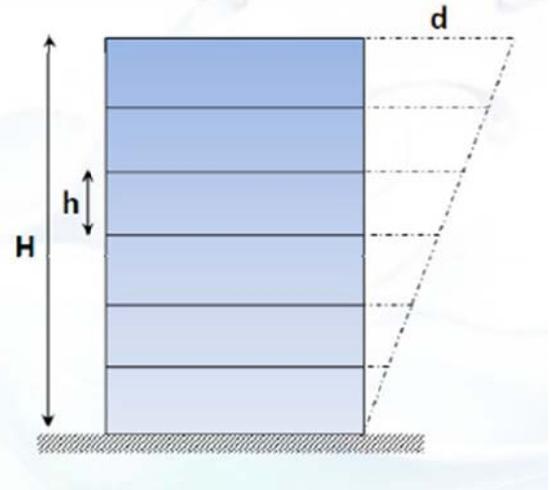
**7. Vérifications du déplacement en tête du bâtiment Selon le RPA 88**

$d \leq H / 250$

$d = R \delta_{ek}$

$\delta_{ek}$  : déplacement théorique dû aux forces sismiques  $F_i$

R : coefficient de comportement



**8. Vérifications des déplacements inter-étage RPA2003 5.10**

$\Delta_k = \delta_k - \delta_{k-1}$

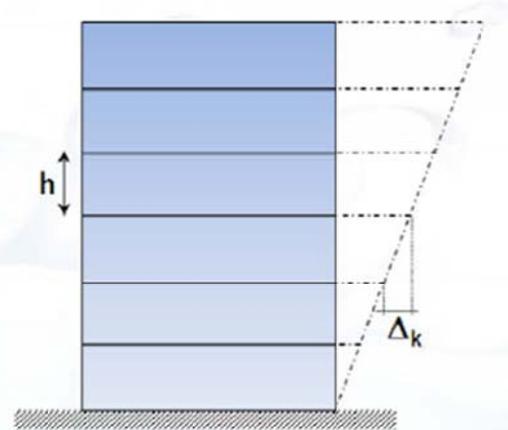
$\Delta_k \leq h / 100$

$\delta_k = R \delta_{ek}$

$\delta_{ek}$  : déplacement théorique dû aux forces sismiques  $F_i$

$\delta_k$  : déplacement réel dû aux forces sismiques  $F_i$

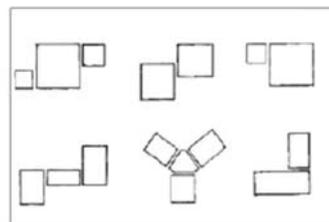
R : coefficient de comportement



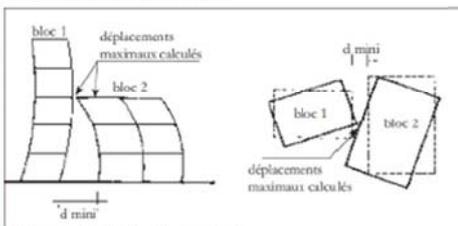
$\Delta_k > h / 100 \rightarrow$  rigidifier la structure

**Calcul du joint RPA2003 5.8**

$d_{min} = 15_{mm} + (\delta_1 + \delta_2)_{mm} \geq 40_{mm}$



a) Fractionnement des bâtiments à configuration complexe par des joints parasismiques



b) Largeur minimale des joints parasismiques

### 9. Vérification du cisaillement des éléments RPA2003 7.4.3.2

**Les pièces courtes**

**Les poutres courtes (linteaux)**

**Les poteaux courts**

$$T_1 = \frac{3EI}{H^3} \cdot \Delta_L \quad \text{poteau de hauteur } H$$

$$T_2 = \frac{3EI}{(H/2)^3} \cdot \Delta_L = 8 \cdot \frac{3EI}{(H)^3} \cdot \Delta_L = 8 \cdot T_1$$

$$\tau = \frac{T}{S} < \tau_{bu} = \rho d \cdot f_c \quad 28$$

L'effort tranchant suivant x sous la combinaison G+Q+E.

### 10. Vérification de l'effort normal réduit dans les poteaux. 7.4.3.1

Outre les vérifications prescrites par le C.B.A et dans le but **d'éviter ou limiter le risque de rupture fragile** sous sollicitations d'ensemble dues au séisme, l'effort normal de compression de calcul est limité par la condition suivante :

$$v = \frac{N_d}{B_c \cdot f_{c28}} \leq 0.3$$

$N_d$  : l'effort normal de compression de calcul due au séisme  
 $B_c$  : l'aire ( section brute ) de cette dernière  
 $f_{c28}$  : la résistance caractéristique du béton 25 MPa.

● Condition vérifiée      ● Condition non-vérifiée