

Les Matrices

Définition :

De façon similaire aux vecteurs (un vecteur n'est en fait qu'une matrice à 1 colonne ou 1 ligne) les matrices se définissent comme suit :

» $A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]$
 » $B = [1, 2, 3; 4:2:8; 7, 8, 9]$

et même à partir de vecteurs :

» $V1 = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$
 » $V2 = [7, 8, 9, 1, 2, 3]$
 » $A = [V1; V2]$

Quelques matrices particulières :

eye(n)	matrice identité de taille n.
zeros(n) ou zeros(n,m)	matrices de taille n ou n×m remplies de zéros.
ones(n) , ones(n,m)	matrices de taille n ou n×m remplies de uns.
rand(n) , rand(n,m)	matrices de taille n ou nm remplies de nombres aléatoires.

Accès aux éléments :

On peut accéder à un élément ou à une partie des éléments d'une matrice :

- On accède à l'élément qui se trouve sur la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne par l'instruction $A(i,j)$
- On extrait la $n^{\text{ème}}$ ligne de A grâce à l'instruction : $A(n,:)$. Le résultat est donc un vecteur ligne.
- On extrait la $n^{\text{ème}}$ colonne grâce à l'instruction $A(:,n)$. Le résultat est donc un vecteur colonne.

Opérations sur les matrices :

A'	Transposée de A
$\text{inv}(A)$	Inverse de A
$A + B$	Addition de A et B
$A - B$	Soustraction de A et B
$X * Y$	Multiplication
AB	Equivalent à $\text{inv}(A) * B$
B/A	Equivalent à $B * \text{inv}(A)$

-La suppression d'une colonne (Ligne) se fait par substitution avec une colonne (Ligne) vide.

» $A = [1, 1, 3; 4, 0, 6; 2, 5, -1]$
 » $A = (2,:) = []$ %suppression de la 2eme ligne

-La commande **fliplr** (respectivement **flipud**) a pour effet de retourner les colonnes (respectivement les lignes) d'une matrice, par exemple si la $i^{\text{ème}}$ ligne de A est [a,b,c], alors la $i^{\text{ème}}$ ligne de **fliplr(A)** sera [c,b,a].

-La commande **reshape (x, m, n)** construit une matrice de taille $m \times n$ à partir du vecteur **x** (x doit avoir $m * n$ éléments) :

» $x = [1, 2, 3, 4, 5, 6]; \text{reshape}(x, 2, 3)$

Autres fonctions:

min, max	valeurs minimale et maximale des éléments
sum	somme des éléments
prod	produit des éléments
cumsum	somme cumulée des éléments
cumprod	produit cumulé des éléments
mean	valeur moyenne des éléments
sort	tri des éléments par ordre croissant

- Une autre fonction utile est la fonction **repmat** qui (c permet de construire une matrice à partir de la répétition en ligne et en colonne d'une autre matrice.

» $C = [1, 2; 3, 4]$
 » $\text{repmat}(C, 2, 3)$

-L'ensemble des fonctions de l'algèbre linéaire élémentaires peuvent être effectuées par Matlab :

rank(A)	rang de A
det(A)	déterminant de A
trace(A)	trace de A
expm(A), logm(A), sqrtm(A)	exponentielle, logarithme et racine carrée de A

-Des fonctions permettent d'extraire les informations propres aux éléments nuls et non nuls d'une matrice creuse :

$[i, j, s] = \text{find}(A)$	i et j = indices des éléments non nuls, s = valeur de ces éléments.
nnz(A)	donne le nombre d'éléments non nuls de A.
nonzeros(A)	donne le vecteur des éléments non nuls de A.
spy(A)	affiche sur un graphique 2D la répartition des éléments non nuls

Exercices :

Exercice 1 :

1. Générez la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Générez la transposé de M.

3. trouvez le déterminant de M.

Exercice 2 :

1. Définir la matrice $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 \end{bmatrix}$

2. Extraire la deuxième colonne de la matrice M, sa deuxième ligne et sa sous-matrice 3 × 4 centrale.

3. Inverser les 2 colonnes centrales de la matrice M et ensuite les deux premières lignes.

4. Extraire de cette matrice la matrice $N = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 11 & 12 \\ 21 & 22 \end{bmatrix}$, La matrice $P = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 10 \\ 18 & 19 & 20 \\ 28 & 29 & 30 \end{bmatrix}$, puis la matrice

$$Q = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 23 & 27 \end{bmatrix}$$

5. Calculer : P*N, N3, N+3, 2-N, 2N, N/3, P>=15.

6. Déterminer le min et le max des éléments de N et P.

7. Déterminer la racine carrée et la valeur absolue des éléments de N et P.

8. Donner les instructions Matlab qui permettant de :

8.1. Déterminer la taille de P

8.2. Transposé de P, l'inverse de P, les signes des éléments de P

9. Donner les instructions Matlab les plus courtes pour générer la matrice suivante :

```
0 0 0 0 1 1 1 44 44 44 44 1 0 0 0 0 0 0 0 1 pi 0 0 1
0 0 0 0 1 1 1 44 44 44 44 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 pi 1 0
0 0 0 0 1 1 1 44 44 44 44 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 pi 0
0 0 0 0 1 1 1 44 44 44 44 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 pi
```