

## Table de la loi de Student

Claude Blisle

La table qui apparaît à la page suivante nous donne certains quantiles de la loi de Student. Voici quelques exemples illustratifs.

EXEMPLE 1. Trouvons le quantile d'ordre 0.975 de la loi de Student avec 18 degrés de liberté. On pose  $1 - \gamma = 0.975$ . On a donc  $\gamma = 1 - 0.975 = 0.025$ . Dans la table, le quantile d'ordre 0.975 de la loi de Student avec 18 degrés de liberté se trouve donc à l'intersection de la ligne « $k = 18$ » avec la colonne « $\gamma = 0.025$ ». On obtient la valeur 2.101. Ce quantile est habituellement dénoté  $t_{18,0.025}$ . On a donc  $t_{18,0.025} = 2.101$ .

EXEMPLE 2. Trouvons le 99<sup>e</sup> centile de la loi de Student avec 15 degrés de liberté. Il s'agit donc du quantile d'ordre 0.99. Ce quantile est souvent dénoté  $t_{15,0.01}$ . On le trouve à l'intersection de la ligne « $k = 15$ » avec la colonne « $\gamma = 0.01$ ». On obtient  $t_{15,0.01} = 2.602$ .

EXEMPLE 3. Trouvons le 20<sup>e</sup> centile de la loi de Student avec 23 degrés de liberté. Il s'agit donc du quantile d'ordre 0.20. Ce quantile est souvent dénoté  $t_{23,0.80}$ . Puisque la loi de Student est symétrique par rapport à l'origine, on a  $t_{23,0.80} = -t_{23,0.20}$ . La table nous donne  $t_{23,0.20} = 0.858$ . On a donc  $t_{23,0.80} = -0.858$ . Le 20<sup>e</sup> centile de la loi de Student avec 23 degrés de liberté est donc égal à -0.858.

EXEMPLE 4. On suppose que  $T$  suit la loi de Student avec 9 degrés de liberté. Que vaut  $\mathbb{P}[1.10 < T < 3.25]$ ? On cherche la surface sous la densité de la loi de Student avec 9 degrés de liberté entre l'abscisse  $t = 1.10$  et l'abscisse  $t = 3.25$ . La table nous dit que la surface à gauche de 3.25 est 0.995 et que la surface à gauche de 1.10 est 0.85. La surface recherchée est donc  $0.995 - 0.850 = 0.145$ . On a donc  $\mathbb{P}[1.10 < T < 3.25] = 0.145$ .

EXEMPLE 5. On suppose que  $T$  suit la loi de Student avec 9 degrés de liberté. Que vaut  $\mathbb{P}[T \geq 2.4]$ ? On cherche la surface sous la densité de la loi de Student avec 9 degrés de liberté à droite de l'abscisse  $t = 2.4$ . La table nous dit que la surface à droite de 2.262 est 0.025 et que la surface à droite de 2.821 est 0.01. La surface recherchée est donc quelque part entre 0.01 et 0.025. Autrement dit, si  $T$  suit la loi de Student avec 9 degrés de liberté, alors  $0.01 < \mathbb{P}[T \geq 2.4] < 0.025$ . Si on fait une interpolation linéaire, on obtient  $\mathbb{P}[T \geq 2.4] \approx 0.021$ . (D'après le logiciel R, la valeur exacte est 0.01995).

EXEMPLE 6. Trouvons le 95<sup>e</sup> centile de la loi de Student avec 45 degrés de liberté. Ce quantile est dénoté  $t_{45,0.05}$ . La table nous donne  $t_{40,0.05} = 1.684$  et  $t_{50,0.05} = 1.676$ . On peut donc conclure que  $1.676 < t_{45,0.05} < 1.684$ . Si on fait une interpolation linéaire, on obtient  $t_{45,0.05} \approx 1.680$ . (D'après le logiciel R, la valeur exacte est 1.6794).

EXEMPLE 7. Nous avons vu au chapitre 3 que lorsque le nombre de degrés de liberté  $k$  s'approche de l'infini, la loi de Student s'approche de la loi  $N(0, 1)$ . Ainsi, la ligne « $k = \infty$ » de la table de la loi de Student nous donne les quantiles de la loi normale standard. Par exemple, à l'intersection de la ligne « $k = \infty$ » et de la colonne «0.010» on trouve la valeur 2.326. Il s'agit du 99<sup>e</sup> centile de la loi normale standard. Autrement dit, la table de la loi de Student nous donne  $z_{0.01} = 2.326$ .

LOI DE STUDENT AVEC  $k$  DEGRÉS DE LIBERTÉ  
 QUANTILES D'ORDRE  $1 - \gamma$

| $k$      | $\gamma$ |       |       |       |       |       |       |       |        |        |        |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
|          | 0.25     | 0.20  | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.0025 | 0.0010 | 0.0005 |
| 1        | 1.000    | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.3  | 318.3  | 636.6  |
| 2        | 0.816    | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 14.09  | 22.33  | 31.60  |
| 3        | 0.765    | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 7.453  | 10.21  | 12.92  |
| 4        | 0.741    | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 5.598  | 7.173  | 8.610  |
| 5        | 0.727    | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 4.773  | 5.893  | 6.869  |
| 6        | 0.718    | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 4.317  | 5.208  | 5.959  |
| 7        | 0.711    | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.029  | 4.785  | 5.408  |
| 8        | 0.706    | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 3.833  | 4.501  | 5.041  |
| 9        | 0.703    | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 3.690  | 4.297  | 4.781  |
| 10       | 0.700    | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 3.581  | 4.144  | 4.587  |
| 11       | 0.697    | 0.876 | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 3.497  | 4.025  | 4.437  |
| 12       | 0.695    | 0.873 | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 3.428  | 3.930  | 4.318  |
| 13       | 0.694    | 0.870 | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.372  | 3.852  | 4.221  |
| 14       | 0.692    | 0.868 | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 3.326  | 3.787  | 4.140  |
| 15       | 0.691    | 0.866 | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 3.286  | 3.733  | 4.073  |
| 16       | 0.690    | 0.865 | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.252  | 3.686  | 4.015  |
| 17       | 0.689    | 0.863 | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.222  | 3.646  | 3.965  |
| 18       | 0.688    | 0.862 | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.197  | 3.610  | 3.922  |
| 19       | 0.688    | 0.861 | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.174  | 3.579  | 3.883  |
| 20       | 0.687    | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.153  | 3.552  | 3.850  |
| 21       | 0.686    | 0.859 | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.135  | 3.527  | 3.819  |
| 22       | 0.686    | 0.858 | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.119  | 3.505  | 3.792  |
| 23       | 0.685    | 0.858 | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.104  | 3.485  | 3.767  |
| 24       | 0.685    | 0.857 | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.091  | 3.467  | 3.745  |
| 25       | 0.684    | 0.856 | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.078  | 3.450  | 3.725  |
| 26       | 0.684    | 0.856 | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.067  | 3.435  | 3.707  |
| 27       | 0.684    | 0.855 | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.057  | 3.421  | 3.690  |
| 28       | 0.683    | 0.855 | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.047  | 3.408  | 3.674  |
| 29       | 0.683    | 0.854 | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.038  | 3.396  | 3.659  |
| 30       | 0.683    | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.030  | 3.385  | 3.646  |
| 40       | 0.681    | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 2.971  | 3.307  | 3.551  |
| 50       | 0.679    | 0.849 | 1.047 | 1.299 | 1.676 | 2.009 | 2.403 | 2.678 | 2.937  | 3.261  | 3.496  |
| 60       | 0.679    | 0.848 | 1.045 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 2.915  | 3.232  | 3.460  |
| 80       | 0.678    | 0.846 | 1.043 | 1.292 | 1.664 | 1.990 | 2.374 | 2.639 | 2.887  | 3.195  | 3.416  |
| 100      | 0.677    | 0.845 | 1.042 | 1.290 | 1.660 | 1.984 | 2.364 | 2.626 | 2.871  | 3.174  | 3.390  |
| 120      | 0.677    | 0.845 | 1.041 | 1.289 | 1.658 | 1.980 | 2.358 | 2.617 | 2.860  | 3.160  | 3.373  |
| $\infty$ | 0.674    | 0.842 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 2.807  | 3.090  | 3.291  |