3-العلاقة بين التوزيعات الاحتمالية الثلاث (توزيع ثنائي الحدين، توزيع بواسون و توزيع طبيعي):

3-1- **العلاقة بين توزيع ثنائي الحدين و توزيع بواسون:**

يمكن تقريب توزيع ثنائي الحدين الى توزيع بواسون اذا كان عدد المحاولات 50 على الاقل ($n \geq 50$) و $n.p < 5$ أي (p تكون قريبة من الصفر و q=(1-p) قريبة من 1، و هذا الحدث يعتبر حدثا نادرا.

مثال: شخص يصيب الهدف باحتمال $0,09$. ما هو احتمال أن يصيب الهدف 5 مرات عند 50 طلقة؟

بما ان $n.p = 50.0,09 = 4,5 < 5$ هذا يعني بأننا لا نستطيع استعمال توزيع ثنائي الحدين لايجاد هذا الاحتمال و لهذا سنقوم بتقريب توزيع ثنائي الحدين الى توزيع بواسون كما يلي:

$$P(X = 5) = \frac{\lambda^x \ e^{-\lambda}}{x!} = \frac{4,5^5 \ e^{-4,5}}{5!}$$

3-2- **العلاقة بين توزيع ثنائي الحدين و توزيع الطبيعي:**

اذا كانت n كبيرة جدا و اذا كانت p و q ليس قريبين من الصفر فان توزيع ثنائي الحدين يمكن تقريبه بصورة جيدة بالتوزيع الطبيعي ذي المتغير المعياري المعطى: $z = \frac{x-np}{\sqrt{npq}}$

يكون التقريب أكثر دقة كلما زادت n و عند الملانهاية تصبح العلاقة مضبوطة. حيث انه عندما تزيد n فان التواء و تفرطح توزيع ثنائي الحدين يقترب من التوزيع الطبيعي.

من الناحية العملية فان التقريب يعد جيدا اذا كان كل من n.p و n.q أكبر من 5.

مثال: شخص يصيب الهدف باحتمال $0,2$. ما هو احتمال أن يصيب الهدف 5 مرات عند 100 طلقة؟

بما ان $n.p = 100.0,1 = 20 > 5$ هذا يعني بأننا لا نستطيع استعمال توزيع ثنائي الحدين لإيجاد هذا الاحتمال و لهذا سنقوم بتقريب توزيع ثنائي الحدين الى التوزيع الطبيعي كما يلي:

$$z = \frac{5 - 100.0,1}{\sqrt{100.0,1.0,9}} = -0,75$$

ما علينا الا ايجاد قيمة الاحتمال باستعمال جداول احصائية الخاصة بالتوزيع الطبيعي المعياري.

$$P(X = 5) = P(-0{,}55 \leq Z \leq 0) = 0{,}2088$$

3-3- **العلاقة بين توزيع بواسون و توزيع الطبيعي**:

و بنا ان هناك علاقة بين توزيع ثنائي الحدين و توزيع الطبيعي فانه يمكن أن نبين ان التوزيع بواسون يقترب من التوزيع الطبيعي ذي المتغير المعياري التالي: $z = \frac{x-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$

حيث: λ تكون كبيرة جدا و تؤول الى مالانهاية.

مثال: مصنع من مصانع الانتاج ينتج أقلاما سليمة من العيوب و اخرى بها عيوب. فإذا علمت أن 20% من هذه الاقلام غير جيدة و أشتريت منها صدفة *100* قلم. ما هو احتمال الحصول على10 أقلام غير جيدة.

الحل:

احتمال الحصول على قلم فاسد هو $p=0,2$

معدل الاقلام فاسدة في100 قلم هو $\lambda=n.\ p=100.\ 0,2=20$

بما ان $\lambda>5$ نقوم بتقريب قانون بواسون الى قانون التوزيع الطبيعي حيث:

$$z = \frac{x-\lambda}{\sqrt{\lambda}} = \frac{10-20}{\sqrt{20}} - 2{,}24$$

$$P(X = 10) = P(-2{,}24 \leq Z \leq 0) = 0{,}4875$$