TP04 MEF U44-2019-2020

Application 1 :

Soit la structure formé de deux éléments barres élancé et trois nœuds (Fig.4.1). Une charge est appliquée au nœud 3, fait un angle de 45° par rapport à l'horizontal. La structure possède une section constante A. (E et I sont constants).

1- Déterminer la matrice de rigidité globale du système,
2- Calculer les déplacements nodaux et les rotations nodales,
3- Déterminer les efforts tranchants, les moments fléchissant et tracer leurs diagrammes,
4- Calculer les réactions d'appuis.

A.N : L = 2 m ; E=200 GPa ; I= $5*10^{-6}$ m^4 ; A=6x10 cm^2 ; P=100 kN ;

Application 2 :

Soit la structure formée de trois éléments barres avec quatre nœuds (Fig.4.4), sollicité à une charge linéairement répartie variant de ***q*** à ***3q*** sur l'élément interconnectant les nœuds (2-3). Le nœud (1) étant encastré et le nœud 4 est articulé.

(E, A et I sont constants).

1- Déterminer la matrice de rigidité globale du système,
2- Calculer les déplacements nodaux et les rotations nodales,
3- Déterminer les efforts tranchants, les moments fléchissant et tracer leurs diagrammes,
4- Calculer les réactions d'appuis.

A.N : L = 2 m ; E=200 GPa ; I= $5*10^{-6}$ m^4 ; A=6x10 cm^2 ; q=20 kN/m

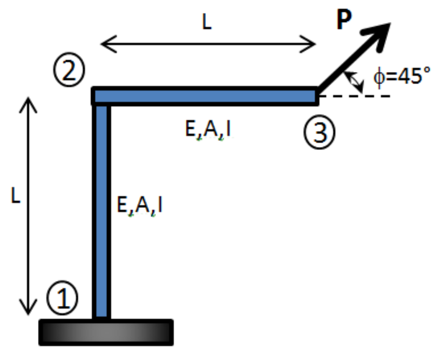

Fig. 4.1

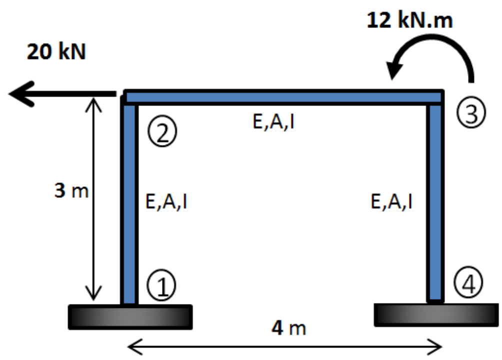

Fig. 4.2 (E=200 GPa ; I= $5*10^{-6}$ m^4)

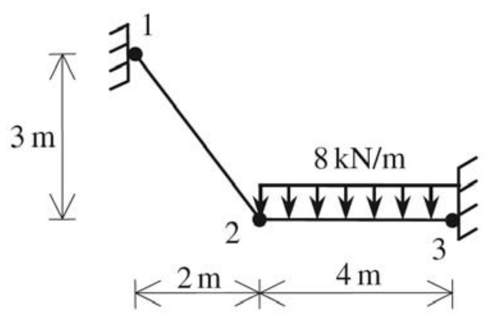

Fig. 4.3 (E=200 GPa ; I= 10^{-6} m^4 ; A=0,04 m^2)

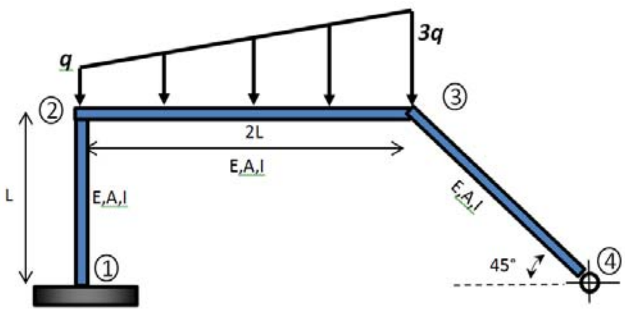

Fig. 4.4

Les étapes de calcul :

1- Détermination des matrices de rigidité élémentaires avec :

$$T = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \; \overline{K} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 12b & 6bL & 0 & -12b & 6bL \\ 0 & 6bL & 4bL^2 & 0 & -6bL & 2bL^2 \\ -a & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & -12b & -6bL & 0 & 12b & -6bL \\ 0 & 6bL & 2bL^2 & 0 & -6bL & 4bL^2 \end{bmatrix} ;$$

$a = \frac{EA}{L}$; $b = \frac{EI}{L^3}$ et avec : $T^t * \overline{K} * T$

La matrice de la rigidité élémentaire générale est :

12*b*s*s +a*c*c	**a*s*c -12*b*c*s**	**-6*L*b*s**	**-12*b*s*s -a*c*c**	**12*b*c*s -a*s*c**	**-6*L*b*s**
a*c*s -12*b*s*c	**a*s*s +12*b*c*c**	**6*L*b*c**	**12*b*s*c -a*c*s**	**-a*s*s- 12*b*c*c**	**6*L*b*c**
-6*L*b*s	**6*L*b*c**	**4*L^2*b**	**6*L*b*s**	**-6*L*b*c**	**2*L^2*b**
-12*b*s*s -a*c*c	**12*b*c*s -a*s*c**	**6*L*b*s**	**12*b*s*s +a*c*c**	**a*s*c -12*b*c*s**	**6*L*b*s**
12*b*s*c -a*c*s	**-a*s*s -12*b*c*c**	**-6*L*b*c**	**a*c*s -12*b*s*c**	**a*s*s +12*b*c*c**	**-6*L*b*c**
-6*L*b*s	**6*L*b*c**	**2*L^2*b**	**6*L*b*s**	**-6*L*b*c**	**4*L^2*b**

2- Faire l'assemblage des matrices élémentaires.

3- Introduire les conditions aux limites

4- Déterminer les matrices réduites pour chercher les déplacements.

5- Pour déterminer les efforts tranchants et les moments fléchissant il suffit de remplacer les déplacements et rotations par leur valeur dans les matrices élémentaires.

6- Déterminer les réactions d'appuis et Tracer les diagrammes (N), (T) et (M).

Suite TP04 MEF

```
 function y = Portique2dAssemble(K,k,i,j)
%-----------------------------------------------------
% Assemblage de la matrice de rigidité pour l'élément [i-j]
% pour portique 2D avec 3ddl pour chaque Nœud : u, v, theta
%-Matlab Guide to Finite Elements, P. Kattan pp 141 pdf

K(3*i-2,3*i-2) = K(3*i-2,3*i-2) + k(1,1);
K(3*i-2,3*i-1) = K(3*i-2,3*i-1) + k(1,2);
K(3*i-2,3*i)   = K(3*i-2,3*i)   + k(1,3);
K(3*i-2,3*j-2) = K(3*i-2,3*j-2) + k(1,4);
K(3*i-2,3*j-1) = K(3*i-2,3*j-1) + k(1,5);
K(3*i-2,3*j)   = K(3*i-2,3*j)   + k(1,6);

K(3*i-1,3*i-2) = K(3*i-1,3*i-2) + k(2,1);
K(3*i-1,3*i-1) = K(3*i-1,3*i-1) + k(2,2);
K(3*i-1,3*i)   = K(3*i-1,3*i)   + k(2,3);
K(3*i-1,3*j-2) = K(3*i-1,3*j-2) + k(2,4);
K(3*i-1,3*j-1) = K(3*i-1,3*j-1) + k(2,5);
K(3*i-1,3*j)   = K(3*i-1,3*j)   + k(2,6);

K(3*i,3*i-2)   = K(3*i,3*i-2) + k(3,1);
K(3*i,3*i-1)   = K(3*i,3*i-1) + k(3,2);
K(3*i,3*i)     = K(3*i,3*i)   + k(3,3);
K(3*i,3*j-2)   = K(3*i,3*j-2) + k(3,4);
K(3*i,3*j-1)   = K(3*i,3*j-1) + k(3,5);
K(3*i,3*j)     = K(3*i,3*j)   + k(3,6);

K(3*j-2,3*i-2) = K(3*j-2,3*i-2) + k(4,1);
K(3*j-2,3*i-1) = K(3*j-2,3*i-1) + k(4,2);
K(3*j-2,3*i)   = K(3*j-2,3*i)   + k(4,3);
K(3*j-2,3*j-2) = K(3*j-2,3*j-2) + k(4,4);
K(3*j-2,3*j-1) = K(3*j-2,3*j-1) + k(4,5);
K(3*j-2,3*j)   = K(3*j-2,3*j)   + k(4,6);

K(3*j-1,3*i-2) = K(3*j-1,3*i-2) + k(5,1);
K(3*j-1,3*i-1) = K(3*j-1,3*i-1) + k(5,2);
K(3*j-1,3*i)   = K(3*j-1,3*i)   + k(5,3);
K(3*j-1,3*j-2) = K(3*j-1,3*j-2) + k(5,4);
K(3*j-1,3*j-1) = K(3*j-1,3*j-1) + k(5,5);
K(3*j-1,3*j)   = K(3*j-1,3*j)   + k(5,6);

K(3*j,3*i-2)   = K(3*j,3*i-2) + k(6,1);
K(3*j,3*i-1)   = K(3*j,3*i-1) + k(6,2);
K(3*j,3*i)     = K(3*j,3*i)   + k(6,3);
K(3*j,3*j-2)   = K(3*j,3*j-2) + k(6,4);
K(3*j,3*j-1)   = K(3*j,3*j-1) + k(6,5);
K(3*j,3*j)     = K(3*j,3*j)   + k(6,6);

y = K;

end
```

Suite TP04 MEF

```
function y = PlaneFrameElementForces(E,A,I,L,theta,u)

    %PlaneFrameElementForces This function returns the element force
    % vector given the modulus of elasticity E,
    % the cross-sectional area A, the moment of
    % inertia I, the length L, the angle theta (in degrees),
    % and the element nodal
    % displacement vector u.

x = theta * pi/180;
C = cos(x);     S = sin(x);

w1 = E*A/L;     w2 = 12*E*I/(L*L*L);  w3 = 6*E*I/(L*L);
w4 = 4*E*I/L;
w5 = 2*E*I/L;

kprime = [ w1 0 0 -w1 0 0 ; 0 w2 w3 0 -w2 w3 ;
           0 w3 w4 0 -w3 w5 ; -w1 0 0 w1 0 0 ;
           0 -w2 -w3 0 w2 -w3 ; 0 w3 w5 0 -w3 w4];

T = [C S 0 0 0 0 ; -S C 0 0 0 0 ; 0 0 1 0 0 0 ;
     0 0 0 C S 0 ; 0 0 0 -S C 0 ; 0 0 0 0 0 1];

y = kprime*T* u;
```

end

Plot N	**Plot T**	**Plot M**

`function`
`y =`
`Portique2dDiagramN(f, L)`
 	
`% Traçage de N`
 	
`x = [0 ; L];`
`z = [-f(1) ; f(4)];`
`hold on;`
`title('Diagramme des Forces Axiales');`
`plot(x,z);`
`y1 = [0 ; 0];`
`plot(x,y1,'r')`
	`function`
	`y =`
	`Portique2dDiagramT (f, L)`
	
	`% Diagramme de T`
	
	`x = [0 ; L];`
	`z = [f(2) ; -f(5)];`
	`hold on;`
	`title('Effort Tranchant');`
	`plot(x,z);`
	`y1 = [0 ; 0];`
	`plot(x,y1,'r')`
		`function`
		`y =`
		`Portique2dDiagramM (f, L)`
		
		`% % Diagramme de M`
		
		`x = [0 ; L];`
		`z = [-f(3) ; f(6)];`
		`hold on;`
		`title('Moment fléchissant');`
		`plot(x,z);`
		`y1 = [0 ; 0];`
		`plot(x,y1,'r')`