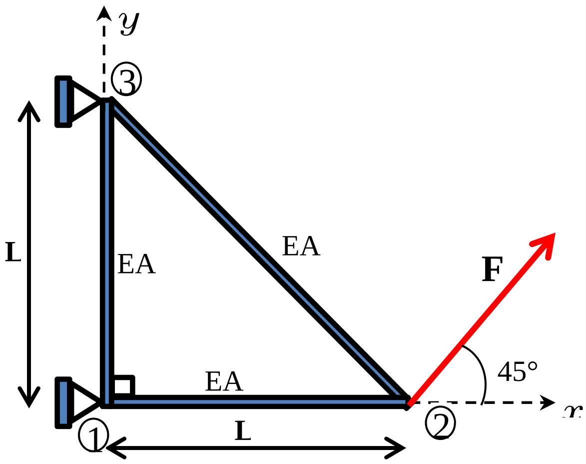
TP02 MEF U44-2019-2020

Exercice 1 :

Considérons la structure de la figure qui modélise un système composé d'une barre 1-2 soutenue par une autre barre 2-3. La troisième barre1-3 relie les deux barres.
Une charge F est appliquée à l'extrémité de la barre 1-2

1- Déterminer la matrice de rigidité du système.
2- Calculer les déplacements nodaux
3- Calculer les charges axiales dans les barres.

A.N : L = 2m ; A=0,002 m2 ;
E = 32000 MPa ; F = 100 kN



Solution :

Barre	Longueur	Angle θ	C=cos(θ)	S=sin(θ)	C*C	S*S	C*S
1-2	L	0	1	0	1	0	0
2-3	√2 L	3π/4	-1/√2	1/√2	1/2	1/2	-1/2
1-3	L	π/2	0	1	0	1	1

La matrice de l'élément barre [i-j] :

$$\frac{EA}{L}\begin{bmatrix} CC & CS & -CC & -CS \\ CS & SS & -CS & -SS \\ -CC & -CS & CC & CS \\ -CS & -SS & CS & SS \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{xi} \\ f_{yi} \\ f_{xj} \\ f_{yj} \end{Bmatrix}$$

Les déplacements inconnus sont les solutions de l'équation $[K_{LL}]\,\{U_L\} = \{F_{\mathrm{nod},L}\}$:

Utiliser les fonctions [1 , 2 et 3] pour calculer la matrice globale du système.

1-

```
function y = Truss2dLength(x1,y1,x2,y2)
y= sqrt((x2-x1)^2 + (y2-y1)^2);
% Function calcul les longueurs entre les éléments
% dans un systeme à treillis
end
```

2-

```
function y = Truss2dStiffness(E,A,L,theta)
% Calcul de la matrice de rigidité élémentaire
% Ke pour un systeme à treillis avec theta l'angle de rotation

x = theta*pi/180 ; C =cos(x)   ; S = sin(x)  ;

y = (E*A/L)*[C*C C*S -C*C -C*S;
             C*S S*S -C*S -S*S;
             -C*C -C*S C*C C*S;
             -C*S -S*S C*S S*S];
end
```

```
function y = Truss2dAssemble(K,k,ii,jj)

% Assemblage de la matrice de rigidité pour l'élément [i-j]
% funct 3


K(2*ii-1,2*ii-1) = K(2*ii-1,2*ii-1)  + k(1,1) ;
K(2*ii-1,2*ii)   = K(2*ii-1,2*ii)      + k(1,2) ;
K(2*ii-1,2*jj-1) = K(2*ii-1,2*jj-1)  + k(1,3) ;
K(2*ii-1,2*jj)   = K(2*ii-1,2*jj)      + k(1,4) ;

K(2*ii,2*ii-1)      = K(2*ii,2*ii-1)  + k(2,1) ;
K(2*ii,2*ii)        = K(2*ii,2*ii)     + k(2,2) ;
K(2*ii,2*jj-1)      = K(2*ii,2*jj-1)  + k(2,3) ;
K(2*ii,2*jj)        = K(2*ii,2*jj)     + k(2,4) ;

K(2*jj-1,2*ii-1) = K(2*jj-1,2*ii-1) + k(3,1) ;
K(2*jj-1,2*ii)   = K(2*jj-1,2*ii)     + k(3,2) ;
K(2*jj-1,2*jj-1) = K(2*jj-1,2*jj-1) + k(3,3) ;
K(2*jj-1,2*jj)   = K(2*jj-1,2*jj)      + k(3,4) ;

K(2*jj,2*ii-1)      = K(2*jj,2*ii-1)   + k(4,1) ;
K(2*jj,2*ii)        = K(2*jj,2*ii)      + k(4,2) ;
K(2*jj,2*jj-1)      = K(2*jj,2*jj-1)   + k(4,3) ;
K(2*jj,2*jj)        = K(2*jj,2*jj)      + k(4,4) ;

y = K ;

end
```

Forces axiales :

$$N = \frac{EA}{L}[C\ S]\begin{Bmatrix} u_j - u_i \\ v_j - v_i \end{Bmatrix}$$

Exercice 2 :

Soit le système contenant trois barres de la figure suivante. Toutes les barres possèdent la même longueur L et la même rigidité axiale EA.

1- Déterminer la matrice de rigidité du système.
2- Calculer les déplacements nodaux
3- Calculer les charges axiales dans les barres.

A.N : L = 2 m ; A=0,002 m^2 ;
E = 32000 MPa ; P = 100 kN