

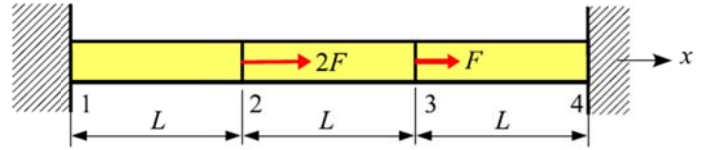
## TP01 MEF U44-2019-2020

### Exercice 1 :

La poutre représentée sur la figure est discrétisée en trois éléments de même longueur  $L$ . Soient  $E$  et  $A$  respectivement le module d'Young et l'aire de la section droite.

Les nœuds 1 et 4 sont encastres.

Le nœud 2 porte une force d'intensité  $2F$  et le nœud 3 une force d'intensité  $F$ .



- 1- Effectuer l'étude élémentaire.
- 2- Effectuer l'assemblage.
- 3- Calculer les déplacements nodaux.
- 4- Calculer les actions de liaison et vérifier l'équilibre de la structure.

**A.N.** :  $F = 100 \text{ kN}$ ;  $L = 2 \text{ m}$ ;  $E = 32000 \text{ MPa}$ ;  $A = 20 \times 20 \text{ cm}^2$

### Solution :

L'assemblage conduit à la relation  $[K] \{U\} = \{F_{\text{nod}}\}$  :

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1+1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1+1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 = 0 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 = 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ 2F \\ F \\ f_4 \end{Bmatrix}$$

Les déplacements inconnus sont les solutions de l'équation  $[K_{LL}] \{U_L\} = \{F_{\text{nod},L}\}$  :

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2F \\ F \end{Bmatrix}$$

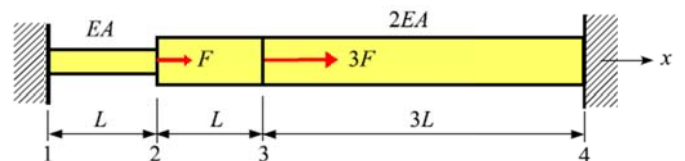
- Calcul de la matrice de rigidité de chaque élément barre :  
 fonction  $y = \text{LinearBarStiffness}(E,A,L)$   
 % E : module d'élasticité, L : longueur, A : section de l'élément  
 % la dimension de la matrice de rigidité est 2\*2  
 $y = (E \cdot A / L) * [1 \ -1 \ ; \ -1 \ 1]$  ;
- Assemblage des matrices de rigidité  
 fonction  $y = \text{LinearBarAssemble}(K,k,i,j)$   
 $K(i,i) = K(i,i) + k(1,1)$  ;  
 $K(i,j) = K(i,j) + k(1,2)$  ;  
 $K(j,i) = K(j,i) + k(2,1)$  ;  
 $K(j,j) = K(j,j) + k(2,2)$  ;  
 $y = K$  ;

### Exercice 2 :

Considérons la poutre d'axe  $x$  représentée sur la figure. Soit  $E$  le module de Young du matériau. La rigidité linéaire est égale à  $EA$  entre les nœuds 1 et 2,  $2EA$  entre les nœuds 2 et 4.

La poutre est encastree en 1 et 4.

Elle est sollicitée au nœud 2 par une force  $(F, 0, 0)$  et au nœud 3 par une force  $(3F, 0, 0)$  avec  $F > 0$ .



1. Calculer les déplacements nodaux et les actions de liaison.
2. Représentations graphiques : tracer  $u(x)$ ,  $N(x)$  et  $\sigma_{xx}(x)$
3. Ecrire un scripte Matlab qui résoudra le système avec :

$F = 100 \text{ kN}$ ;  $L = 2 \text{ m}$ ;  $E = 32000 \text{ MPa}$ ;  $A = 20 \times 20 \text{ cm}^2$