Les méthodes de modélisations numériques sont en progrès aux cours des dernières décennies telle que la méthode des éléments finis (MEF) du fait de sa précision et efficacité de calcul, est dominante par rapport à toutes les méthodes approximatives. Basés sur une formulation faible des équations différentielles partielles (EDP) et une discrétisation non régulière, les MEF permettent de prendre en compte des géométries complexes par l'usage d'un maillage adapté. Malheureusement à cause d'une activité de recherche très avancés, un certain mystère entoure la méthode des éléments finis jusqu'à ce jour.

L'objectif visé de ce polycopié est de dépouiller ce mystère de façon que nous étudiants de master en génie civil en développant leurs propres programmes où par l'application de ceux existent déjà, l'utilisent pleinement.

Des connaissances de base en résistance des matériaux, analyse numérique et mathématiques sont évidemment nécessaires à la bonne compréhension de cet ouvrage destiné aux Master génie civil. L'objectif a été de rester aussi simple que possible dans le plan où le programme du canevas du Master I de génie civil.

1. Les grandes lignes de la méthode

Dans ce paragraphe, nous essayerons de présenter d'une manière simplifiée, les étapes d'application de la méthode des éléments finis et les outils nécessaires à sa mise en œuvre. La résolution d'un problème physique par éléments finis suit grosso modo les étapes suivantes (figure 01)

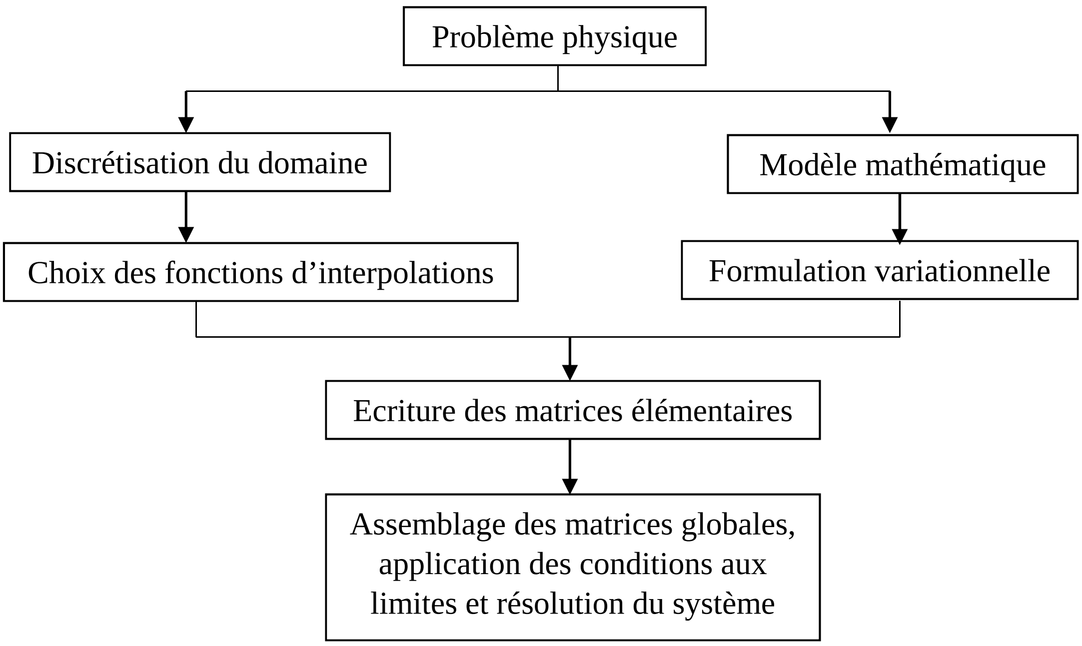

Figure 01- Etapes générale de la méthode des éléments finis

Etape 1 : *Formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites*

La majorité des problèmes d'ingénierie sont décrits par des équations différentielles aux dérivées partielles associées à des conditions aux limites définies sur un domaine et son contour. L'application de la MEF exige une réécriture de ces équations sous forme intégrale. La formulation faible est souvent utilisée pour inclure les conditions aux limites.

Etape 2 : *Division du domaine en sous domaines.*

Cette étape consiste à discrétiser le domaine en éléments et calculer les connectivités de chacun ainsi que les coordonnées de ses nœuds. Elle constitue ainsi la phase de préparation des données géométriques.

Etape 3 : *Approximation sur un élément.*

Dans chaque élément la variable tel que le déplacement, la pression, la température, est approximée par une simple fonction linéaire, polynomiale ou autre. Le degré du polynôme d'interpolation est relié au nombre de nœuds de l'élément. L'approximation nodale est appropriée. C'est dans cette étape que se fait la construction des matrices élémentaires.

Etape 4 : *Assemblage et application des conditions aux limites.*

Toutes les propriétés de l'élément (masse, rigidité,...) doivent être assemblées afin de former le système algébrique pour les valeurs nodales des variables physiques. C'est à ce niveau qu'on utilise les connectivités calculées à l'étape 2 pour construire les matrices globales à partir des matrices élémentaires.

Etape 5 : *Résolution du système global :*

Le système global peut être linéaire ou non linéaire. Il définit soit un problème d'équilibre qui concerne un cas stationnaire ou statique ou un problème de valeurs critiques où il faut déterminer les valeurs et vecteurs propres du système qui correspondent généralement aux fréquences et modes propres d'un système physique.