Chapitre I : Rappel mathématique

I.1.Introduction :

La physique décrit la matière et l'espace, leurs propriétés et leurs comportements. Elle prétend et cherche ensuite à prédire ces propriétés et ces comportements. Ceci est son principal intérêt et son grand défaut.

Les propriétés mesurables sont nommées grandeurs physiques. Toute grandeur physique est la combinaison de grandeurs de base au nombre de sept. La précision de cette combinaison constitue ce qu'on appelle la dimension de la grandeur en question. Connaissant cette dimension, on peut choisir une unité correcte pour évaluer les données expérimentales et les prévisions théoriques de cette grandeur.

I.2.Grandeurs de base de la physique :

Les sept grandeurs fondamentales ont le même nom que leur dimension :

Grandeur	Dimension	Symbole de la dimension
Longueur	Longueur	L
Masse	Masse	M
Temps	Temps	T
Intensité de courant électrique	Intensité de courant électrique	I
Température thermodynamique	Température thermodynamique	Θ
Quantité de matière	Quantité de matière	N
Intensité lumineuse	Intensité lumineuse	J

I.2.1. Dimension des autres grandeurs

A. Notation :

La dimension d'une grandeur A est notée [A].

Exemple : si V désigne un volume [V] désigne la dimension du volume V

B. Propriétés : équation aux dimensions :

A et B étant des grandeurs physiques, si A=B +C alors : **[A]=[B]=[C].**

A et B étant des grandeurs physiques, si B=1/A alors : **[B]=[A]$^{-1}$**.

Exemple G = 1/R donc **[G]=[R]$^{-1}$** qui se lit : « la dimension d'une conductance est égale à l'inverse de la dimension d'une résistance ».

A, B et C étant des grandeurs physiques, si A = B*C alors :[**A]=[B]*[C]**.

Exemple : U=R*I donc [U]=[R]*[I]

A, B et C étant des grandeurs physiques, si $A = \frac{dB}{dC}$, alors : **[A]=[B][C]$^{-1}$** d'où l'intérêt de l'écriture différentielle d'une dérivée en physique dans laquelle on visualise bien par quelle grandeur on dérive.

Exemple : $v = \frac{1}{V}\frac{dX}{dt}$ donc : **[v]=[V]$^{-1}$[x][t]$^{-1}$**

C. Comment trouver la dimension d'une grandeur :

Le meilleur moyen est d'utiliser les formules de physique.

Pour toute grandeur G, étant donné la cohérence universelle entre les grandeurs physiques et l'existence seulement de 7 grandeurs fondamentales, on peut toujours écrire :

dimG = [G]= $L^a\ M^b\ T^c\ I^d\ \Theta^e\ N^f\ J^g$

Il ne suffit plus que de trouver les exposants.

Exemples : voir grand tableau pour les nombreux exemples

L'indice d'un milieu dispersif peut s'écrire $n = A + B/\lambda^2$. Quelles sont les dimensions de A et B ?

Une équation de type A = B est dite homogène si [A]=[B].
Une équation de type A=B est dite non homogène si [A] est différent de [B].

Une équation non homogène est obligatoirement fausse.
Une équation homogène peut cependant être fausse.

Exemples : * Soit λ la longueur d'onde d'une onde, T sa période et c sa célérité.

$$T = \lambda . c$$

* Soit m la masse d'un solide, v la vitesse de son centre d'inertie et E_c son énergie cinétique $E_c = 9\ m\ v^2$

I.2.2.Unités :

Connaissant la dimension d'une grandeur, on peut en déduire une unité correcte pour cette grandeur.

A. Unités du système international (SI) :

La communauté scientifique mondiale a adopté un système d'unités cohérent pour les 7 grandeurs fondamentales qui sont les suivantes :

Grandeur	Dimension	Symbole de la dimension	Unité dans le système international	Symbole de l'unité dans le système international
Longueur	Longueur	L	Le mètre	m
Masse	Masse	M	Le kilogramme	kg
Temps	Temps	T	La seconde	s
Intensité de courant électrique	Intensité de courant électrique	I	L'ampère	A
Température thermodynamique	Température thermodynamique	Θ	Le degré kelvin	°K
Quantité de matière	Quantité de matière	N	La mole	mol
Intensité lumineuse	Intensité lumineuse	J	La candela	cd

Toute unité de n'importe quelle grandeur peut donc s'exprimer par une combinaison de ces 7 unités. L'unité est alors celle du système international (« unité S.I. »).

Exemples : voir grand tableau

B. Multiples et sous-multiples :

10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}
femto	**pico**	**nano**	**micro**	**milli**	**centi**	**déci**		**déca**	**hecto**	**kilo**	**méga**	**giga**	**téra**	**?**

C. Unités du SI directement dérivées :

Afin de ne pas alourdir les notations, certaines unités directement identiques à l'unité utilisant les 7 unités fondamentales sont utilisées.

Exemples : voir grand tableau

D. Utilisation de multiples et de sous-multiples :

Il arrive que l'on préfère travailler avec des g plutôt qu'avec des kg, ou avec des dm^3 (c'est-à-dire des L) plutôt qu'avec des m^3. C'est notamment le cas en chimie. Il faut alors faire très attention lors de l'emploi de formules et si il y a ambiguïté, il faut toujours revenir aux unités SI.

Exemple : conductimètre.

E. Utilisation d'autres unités :

On emploie encore couramment certaines unités qui ne font pas partie des unités du SI :

- En Angleterre, on rencontre encore des unités de longueur assez hétéroclites : les pieds…
- Pour le temps : la minute (min), l'heure (h), les jours (d)…
- Pour la température : les °C, les °F.
- Pour la pression : l'unité SI est le Pa. On rencontre le bar, l'atmosphère, les mmHg…

Il faut alors faire très attention lors de l'utilisation des formules et connaître les conversions adéquates

I.3.Incertitudes et calcul d'erreurs :

I.3.1. Les différents types d'erreurs :

Pour qu'il soit valorisé, tout résultat expérimental doit être suivi d'une estimation sur l'ordre de grandeur de l'erreur globale que l'on a pu commettre. On peut distinguer deux types d'erreurs :

✓ **Erreurs systématiques :** elles sont dues à une cause bien déterminée et se produisent dans un même sens qui n'est pas toujours connu. Elles sont répétitives et constantes. Les erreurs systématiques doivent être traquées et éliminées.

Exemple : *l'utilisation d'une règle dont il manque le premier centimètre : toutes les mesures seraient surévaluées ou si une balance indique déjà quelques grammes lorsque le plateau n'est pas chargé, toutes les mesures fourniront une valeur trop élevée.*

✓ **Erreurs aléatoires :** elles sont mal définies, varient dans le temps et se produisent de part et d'autre de la valeur vraie. Les erreurs aléatoires ne peuvent pas être éliminées mais on peut les limiter. Il faut donc savoir les évaluer.

Exemple : *la mesure de la longueur d'un objet par une règle ; l'erreur aléatoire est inévitable liée à l'ajustement de la règle sur l'objet, à la vision de l'expérimentateur et à la précision de la règle. La valeur mesurée peut être surévaluée ou sous-évaluée et une répétition des mesures puisse atténuer l'erreur aléatoire.*

I.3.2. Expression d'erreurs :

L'erreur peut être exprimée sous forme de :

- **L'erreur absolue :**

Par définition l'**erreur absolue** d'une grandeur mesurée est l'écart qui sépare la valeur expérimentale de la valeur que l'on a de bonne raison de considérer comme vraie. Prenons par exemple la vitesse de la lumière dans le vide. La valeur considérée actuellement comme vraie est :

$$C_0 = 299\ 792 \ \ [\text{km/s}]$$

Si un expérimentateur trouve, lors d'une mesure,

$$C = 305\ 000 \ \ [\text{km/s}]$$

on dit que l'**erreur absolue** de son résultat est :

$$\Delta C = |C - C_0| = 5208\ [\text{km/s}]$$

- **L'erreur relative :**

Par définition l'**erreur relative** est le quotient de l'erreur absolue à la valeur vraie :

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{5208[\text{km/s}]}{299\ 792\ \ [\text{km/s}]} = 0.0174 = 1{,}7\%$$

L'erreur relative n'a pas d'unité ; elle nous indique la qualité (l'exactitude) du résultat obtenu. Elle s'exprime généralement en % (pour cent).

On voit clairement qu'il n'est possible de parler d'erreur que si l'on a à disposition une valeur de référence que l'on peut considérer comme vraie

L'incertitude absolue ΔX est la limite supérieure de l'erreur absolue :

Incertitude absolue = limite supérieure de l'erreur absolue = ΔX

I.3.3. Incertitudes

Lors de la plupart des mesures physiques, on ne possède pas de valeur de référence, comme celle dont nous venons de parler. Lorsqu'on mesure la distance de deux points, ou l'intervalle de temps qui sépare deux événements, ou la masse d'un objet, on ne sait pas quelle est la valeur exacte de la grandeur mesurée. On ne dispose que de la valeur expérimentale. Néanmoins, par une critique objective des moyens utilisés pour faire la mesure, on peut se faire une idée de l'« erreur » maximale qu'on peut avoir commise, « erreur » que l'on appelle de façon plus appropriée **incertitude**.

A. L'incertitude absolue :

L'indication complète du résultat d'une mesure physique comporte la valeur qu'on estime la plus probable et l'intervalle à l'intérieur duquel on est à peu près certain que se situe la vraie valeur.

La valeur la plus probable est en général le centre de cet intervalle. La demi-longueur de celui-ci est appelée **incertitude absolue** de la mesure.

Ainsi, si l'on désigne par x la valeur la plus probable de la grandeur mesurée G, par x_0 la vraie valeur (qui nous est inconnue) et par Δx l'incertitude absolue, on a :

$$x - \Delta x \ \leq \ x_0 \ \leq \ x + \Delta x$$

Sous une forme condensée, le résultat de la mesure s'écrit :

$$G = x \pm \Delta x$$

Exemples :

1) La longueur d'un objet est de 153 ± 1 [mm] .
   Cela signifie qu'avec une incertitude absolue $\Delta L = 1$ [mm] , la valeur exacte est comprise entre 152 [mm] et 154 [mm].

2) La température d'un local est de 22 ± 1 [°C] .
   Ici l'incertitude absolue $\Delta\theta = 1$ [°C] , c'est-à-dire que l'on garantit que la température n'est pas inférieure à 21 [°C] ni supérieure à 23 [°C].

Remarque :
Lorsqu'on mesure une grandeur (longueur, temps, masse, température, …), on peut considérer - pour simplifier - que l'incertitude absolue correspond à la plus petite graduation de l'instrument de mesure utilisé.

B. L'incertitude relative :

L'incertitude absolue, lorsqu'elle est considérée seule, n'indique rien sur la qualité de la mesure. Pour juger de cette qualité, il faut comparer l'incertitude absolue à la grandeur mesurée. Le rapport de ces grandeurs est appelé **incertitude relative.**
Comme pour l'erreur relative, l'incertitude relative est un nombre pur (sans unité), pratiquement toujours beaucoup plus petit que 1, que l'on exprime généralement en % .Incertitude relative $\frac{\Delta X}{X}$

C. Calcul d'incertitude :

En physique expérimentale, les grandeurs que l'on mesure sont généralement utilisées pour déduire des résultats par des calculs. Il est alors intéressant de savoir de quelle manière les incertitudes des mesures se répercutent sur les incertitudes des résultats.

a) Addition et soustraction

Supposons que la grandeur cherchée R soit la somme de 2 mesures A et B :

$$R = A + B$$

Dans ce cas l'incertitude sur le résultat est :

$$\Delta R = \Delta A + \Delta B$$

Il en est de même pour : $R = A - B$

l'incertitude absolue sur une somme ou une différence est la somme des incertitudes absolues de chaque terme.

Exemple :

Un récipient a une masse $m = 50 \pm 1$ [g] .Rempli d'eau, sa masse vaut :
$M = 200 \pm 1$ [g] .

La masse d'eau qu'il contient est donc :

$$m_{eau} = M - m$$

En appliquant la règle ci-dessus : $\Delta m_{eau} = \Delta M + \Delta m = 1 + 1 = 2$ [g] ,
il s'ensuit que : $m_{eau} = 150 \pm 2$ [g]

b) Multiplication et division :

Supposons maintenant que la grandeur cherchée R soit le résultat du calcul suivant :

$$R = \frac{A.B}{C}$$

où A, B et C sont des grandeurs que l'on mesure.
Dans ce cas l'incertitude relative sur le résultat est :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}$$

l'incertitude relative sur un produit ou un quotient est la somme des incertitudes relatives de chaque terme.

I.3.4. Chiffres significatifs :

A. Définition :

Un chiffre est dit significatif s'il est nécessaire pour définir une valeur spécifique.
Le chiffre le plus significatif est le premier chiffre d'un nombre, si ce chiffre est différent de zéro.

Ex.:

532

5,32 X 10^2

Dans chaque cas, le chiffre **5** est le plus significatif.
Le chiffre le moins significatif reste le plus difficile à déterminer car
· il peut dépendre du degré de précision d'un appareil.
· il peut être influencé par la relation entre l'objet à mesurer et l'appareil utilisé.
· il dépend du soin apporté à la lecture d'une donnée, à la technique de travail utilisée. Toutefois, ce cas-ci ne peut être pris en considération lorsqu'une valeur est lue dans un texte; on doit alors présumer valable la qualité de l'expérimentation.
· dans le cas d'une constante physique indiquée dans des tables, l'utilisateur doit considérer le dernier chiffre de la constante comme valide.
Le nombre de chiffres significatifs.
· Par convention, tous les chiffres de 1 à 9 d'un nombre sont considérés comme significatifs.

Ex: 1,57 (3 chiffres significatifs)

· Par convention, les zéros situés entre les chiffres et après les chiffres d'un nombre sont considérés comme significatifs.

Ex:

1,02 (3 chiffres significatifs)
1,020 (4 chiffres significatifs)
10,200 (5 chiffres significatifs)

· Par convention, les zéros situés au début d'un nombre ne sont pas considérés comme significatifs.

Ex.:

0,52 (2 chiffres significatifs)
0,052 (2 chiffres significatifs)

0,052 0 (3 chiffres significatifs)
0,050 20 (4 chiffres significatifs)

B. Manipulations mathématiques de données numériques :

➢ Addition (soustraction) :

Pour les additions et soustractions, c'est un peu plus complique…..
On a par exemple
8,3567 + 2,23 ≠ 10,5867 car c'est 2,23 qui impose son **non plus** son nombre de chiffres significatifs mais **le nombre de chiffres après la virgule !!!** d'ou 8,3567 + 2,23 = 10,59 ! on obtient donc un résultat qui a quatre chiffres significatifs alors que ses ≪ parents ≫ en avaient respectivement 5 et 3 !!!
Et 10 000,1 - 2,0505 donne 9998 … car on ne peut retrancher 0,0505 a 0,1 …. Car on n'a pas assez de precision sur le ≪ 0,1 ≫ pour pouvoir effectuer la soustraction ! Ici le resultat a 4 chiffres significatifs alors qu'on partait de 6 et 5 !!!!
Ce qui sert de guide dans ce cas, c'est la notion de precision !! **Une addition ou une soustraction ne peut pas donner plus de précision (sur les chiffres après la virgule, car c'est là que le bât blesse) que ce que permettent les chiffres après la virgule des « parents »**
Par contre quand il n'y a pas de chiffres apres la virgule, les operations s'effectuent de maniere classique.
Par exemple : 25 + 3652 est bien egal a 3677 !!!

➢ Multiplication (division)

Pour ces deux operations, **c'est toujours « le plus petit qui l'emporte »**, en effet une multiplication
ou une division car c'est la meme chose !) **ne peut pas augmenter la précision sur une valeur**.
Par exemple :
• **2,0007 × 5,4 = 11** !!!
la calculatrice affiche (si vous le lui permettez) 10,80378 mais il n'y a que deux chiffres significatifs ≪ sur ≫ 5,4 donc il ne peut pas y en avoir plus sur le resultat final d'ou l'arrondi a 11 !
De meme **8,841/2** donne **4** !
la calculette affiche 4,4205 ….

C. Arrondissement d'un nombre

Si le premier chiffre à éliminer est :

inférieur a 5, le dernier chiffre retenu reste le même. 12,34 ▸ 12,3	**supérieur à 5 ou égal à 5 suivi d'un chiffre 0,** le dernier chiffre retenu augmente de 1 12,37 ▸ 12,4 12,357 ▸ 12,36 12,355 ▸ 12,36	**égal à 5 suivi ou non de zéros,** on augmente de 1 le dernier chiffre conservé s'il est impair. 34,500 ▸ 34 33,500 ▸ 34 34,5 ▸ 34 33,5 ▸ 34

Université Djillali Bounaama de Khemis Miliana
Faculté : SNVST
Département TC SCV

première année LMD SNV
Matière : physique
Chargé du module : Mr Hachoun.Z

Série d'exercices :

Exercice N°1:

Donnez la dimension des grandeurs physiques suivantes en fonction des 3 grandeurs fondamentales, Longueur, Masse, Temps, (notées respectivement L, M,T)
Exemple: La dimension de la vitesse est donnée par [v**]** = L T^{-1}.
Pour cela on s'appuiera sur des relations bien connues entre les différentes grandeurs.
- accélération: [**γ**] ; force: [**F**] ; travail: [**W**] ; puissance: [***P***] ; pression: [**P**]

Exercice N°2 :

Trois étudiants établissent les équations suivantes dans lesquelles *x* désigne la distance parcourue, *v* la vitesse, *a* l'accélération, *t* le temps et l'indice (0) une quantité au temps $t= 0$. Ainsi,

a) $x = vt^2 + 2at$
b) $x = v_0\, t+ a\, t^2/2$
c) $x = v_0\, t + 2\, a\, t^2$

Parmi ces équations, indiquer celle ou celles qu'il est possible de vérifier par une analyse Dimensionnelle.

Exercice N°3 :

1. On exprime la vitesse d'un corps par l'équation $\mathrm{v} = \mathrm{At}^3 + \mathrm{Bt}$
Ou t représente le temps.
Quelles sont les unités SI de A et B ?
2. Donnez les unités SI des coefficients A, B et C dans l'équation suivante :
$\mathrm{v} = \mathrm{At}^2 + \mathrm{Bt} + \sqrt{\mathrm{c}}$

Exercise N°4:

1. On mesure le diamètre et la masse d'une bille en or
d= 10.000±0,015 [mm] et m = 9.9±0,1 [g]
   - Calculer le volume de la bille avec son incertitude relative ainsi que son incertitude absolue.
   - Calculer la masse volumique (densité) de la bille avec son incertitude relative ainsi que son incertitude absolue. Donner votre réponse finale en [g/cm^3]
2. Données : U = (120 ± 2) [V] et I = 24,2A ± 1,65%.

Calcul de l'incertitude absolue sur la puissance

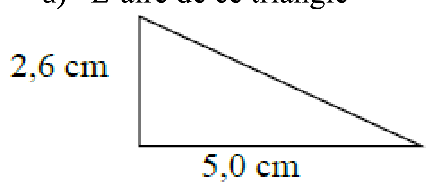
Exercice N°5 :

Etablir le nombre de chiffres significatifs dans les nombres suivants.
a) 67,1; b) 0,072; c) 3,1416; d) 6,28; e) 0,001 73; f) 0,000 056; g) 2,30 x 10^{-9}
h) 6,30 x 10^5; i) 5,0 x 10^4 ; j) 3,0054 ; k) 0,0054 ; l) 0,100 ; m) 0,000 400 0

Exercice N°6 :

Calculez en tenant compte des chiffres significatifs.

a) L'aire de ce triangle



Exercice N°7 :

Effectuer les opérations en tenant compte des chiffres significatifs en considérant tous les chiffres comme des mesures.

a) 6 x 6; b) 4,0 + 12; c) 54,2 - 53,2; d) 4,0 x 102 + 4,0 x 10^1 ;e) 100 / 1 ;f) 100 x 100 g) 22 ¸ 7;h) 72^3 ; i) 2,53 x 4,7 ; j) 13,7 + 141 ; m) 49 ¸ 70 ; n) 0,005 / 0, 02 ; o) 600 x 30 ; p) 2,0 / 0,5

Grandeur	symbole	Unité	dimensions
vitesse	v	m/s	$L\ T^{-1}$
accélération	a	$m\ s^{-2}$	$L\ T^{-2}$
volume	V	m^3	L^3
fréquence	f	hertz (Hz)	T^{-1}
force	F	newton (N)	$M\ L\ T^{-2}$
masse volumique	ρ	kg/m^3	$M\ L^{-3}$
énergie, travail	W	joule (J)	$M\ L^2\ T^{-2}$
puissance	P	watt (W)	$M\ L^2\ T^{-3}$
moment d'une force	M	N m	$M\ L^2\ T^{-2}$
pression	p	pascal (Pa)	$M\ L^{-1}\ T^{-2}$
viscosité dynamique	η	Pa.s	$M\ L^{-1}\ T^{-1}$
viscosité cinématique	ν	m^2/s	$L^2\ T^{-1}$
tension superficielle	A	$kg\ s^{-2}$	$M\ T^{-2}$
débit masse	q_m	kg/s	$M\ T^{-1}$
débit volume	q_V	m^3/s	$L^3\ T^{-1}$
chaleur, enthalpie	Q, H	J	$M\ L^2\ T^{-2}$
Entropie	S	J/K	$M\ L^2\ T^{-2}\ \Theta^{-1}$
Conductivité thermique	λ	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$	$M\ L\ T^{-3}\ \Theta^{-1}$
Coefficient global d'échange thermique	K	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$	$M\ T^{-3}\ \Theta^{-1}$
Capacité thermique	C	J/K	$M\ L^2\ T^{-2}\ \Theta^{-1}$

Tableau des grandeurs physique