

4. Equation de Schrödinger

- Introduction
- Particule libre
- Paquets d'ondes
- Particule libre localisée
- Puits de potentiel de profondeur infinie
- Puits de potentiel de profondeur finie
- Barrière de potentiel
- Microscope à effet tunnel
- Oscillateur harmonique à une dimension

1

Introduction

- Besoin d'un **outil mathématique** pour déterminer les **valeurs moyennes** de la position, de la vitesse, de la quantité de mvt, de l'énergie, de la quantité de mvt angulaire, etc. d'une particule à partir de sa **fonction d'onde** $\psi(x,y,z,t)$
- Cet outil est décrit par la théorie quantique des champs
- Une forme simplifiée : l'équation de **Schrödinger** (démarche phénoménologique)
- Hypothèses :
 - Vitesse des particules $v \ll c$ (non relativiste)
 - Pas de création de particules virtuelles de masse au repos non nulle

2

Interprétation de la fonction d'onde ψ

- La fonction d'onde décrit la **distribution d'une particule dans l'espace** – similaire à la fonction d'onde pour les ondes EM décrit la distribution des champs électrique et magnétique.
- $|\psi|^2$ calculé en chaque point représente la **probabilité** de trouver la particule autour de ce point.
- Pour une particule en mouvement, $|\psi(x,y,z,t)|^2 dV$ est la **probabilité** de trouver la particule au temps t dans un volume dV autour du point (x,y,z) .

3

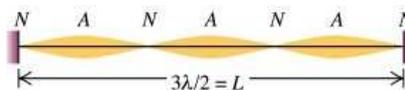
FSAB 1203 - Physique quantique

Ondes stationnaires

- La valeur de $|\psi(x,y,z,t)|^2$ varie en fct du temps, ex. e^- dans un tube de télévision allant de la cathode vers l'écran.
- Un grand nombre de cas pour lesquels la particule est un **état d'énergie défini**, càd $|\psi|^2$ est **indépendant du temps** – **état stationnaire**, ex. e^- autour d'un noyau d'atome.

$$\begin{aligned}\psi(x, y, z, t) &= \psi(x, y, z) e^{-i\omega t} \\ &= \psi(x, y, z) e^{-i2\pi f t} \quad \Rightarrow \quad |\psi(x, y, z, t)|^2 = |\psi(x, y, z)|^2 \\ &= \psi(x, y, z) e^{-iEt/\hbar}\end{aligned}$$

- Pour décrire une onde stationnaire nous devons connaître $\psi(x,y,z)$ et son énergie E



4

FSAB 1203 - Physique quantique

Ondes stationnaires

$\xi^i_{incident} = \xi_0 \sin(\omega t - (-k)x) = \xi_0 \sin(\omega t + kx)$
 Onde incidente
 $\xi^r_{réfléchi} = \xi_0' \sin(\omega t - k \bullet x) = \xi_0' \sin(\omega t - kx)$
 Onde réfléchie
 $\xi_{total} = \xi_{incident} + \xi_{réfléchi}$
 $\xi_{total} = \xi_{incident} + \xi_{réfléchi} = \xi_0 \sin(\omega t + kx) + \xi_0' \sin(\omega t - kx)$
 $\xi(0,t) = 0 \Rightarrow \xi_0 = -\xi_0'$
 Changement de signe c.a.d "R=-1"
 Interférence
 $\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2\sin a \sin b$ ou variantes
 $\Rightarrow \xi(x,t) = 2\xi_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$
 Ce n'est plus une fonction de $(x-vt) \Rightarrow$ ce n'est plus une onde qui se propage:
 « **Onde stationnaire** »

36

CM5 – Diffraction et ondes stationnaires – Prof. Piotr Sobieski

5

Equation de Schrödinger

- Mécanique classique : Loi de Newton
- Electromagnétisme : Equations de Maxwell
- Physique quantique : Equation de Schrödinger

Pour une particule de masse m et d'énergie E (constante) se déplaçant suivant un axe x , caractérisée par une fct d'onde ψ et sous l'influence d'une force au quelle correspond un potentiel d'énergie $U(x)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x) \cdot \psi(x) = E \cdot \psi(x) \quad \text{Indépendant du temps}$$

Energie Cinétique **Energie Potentielle** **Energie Totale**

6

4.1. Particule libre

Supposons une particule libre (pas de force appliquée),
càd $U(x) = \text{constant}$ suivant x , par exemple $U(x) = 0$, de masse m ,
de quantité de mvt finie p et donc **d'énergie cinétique définie**
 $E = p^2/2m \Rightarrow$ **onde stationnaire** de longueur d'onde $\lambda = h/p$ ou de
fréquence finie $f = E/h$.

Fonction d'onde du système de forme : $\Rightarrow \psi(x, t) = \psi(x).e^{-iEt/\hbar}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar} \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{h}.hf = \frac{E}{\hbar}$$
$$\Rightarrow k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

Schrödinger $\Rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$

Solution générale : $\psi(x) = A.e^{ikx} + B.e^{-ikx}$

A et B sont des constantes arbitraires

7

4.1. Particule libre

Pas de condition sur k , fonction propre générale :

$$\psi(x) = C(k).e^{ikx}$$

Avec $C(k)$ constante arbitraire indépendante de x et k **pouvant varier de $-\infty$ à $+\infty$**

Spectre continu d'énergie : $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Fonction d'onde totale : $\psi(x, t) = C(k).e^{i\left(kx - \frac{Et}{\hbar}\right)} = C(k).e^{i\left(kx - \frac{\hbar k^2 t}{2m}\right)}$

$$\lambda = \frac{2\pi}{|k|} ; \omega = 2\pi f = \frac{\hbar k^2}{2m} ; E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \hbar\omega$$

8

Particule libre non-localisée

Particule libre de quantité de mvt bien déterminée p suivant x
 $\Rightarrow \Delta p_x = 0$ et donc suivant le Principe d'Heisenberg $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$
 nous avons alors $\Delta x = \infty$

$$\begin{aligned} |\Psi(x,t)|^2 &= \Psi^*(x,t) \cdot \Psi(x,t) = C^* \left(e^{-ikx} e^{i\omega t} \right) C \left(e^{ikx} e^{-i\omega t} \right) \\ &= C^* \cdot C = |C|^2 \end{aligned}$$

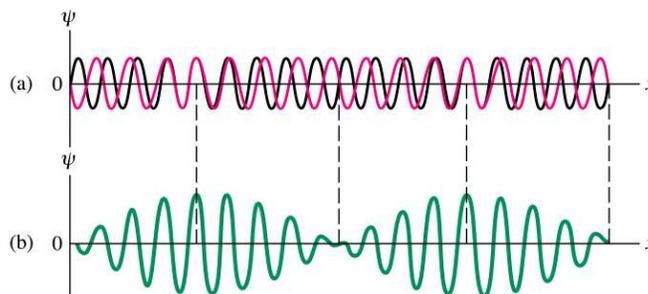
La probabilité de distribution ne dépend **pas du temps**, ni de la position de la particule, càd que **l'on peut retrouver la particule avec la même probabilité n'importe où dans l'espace**.

Cela n'est pas étonnant, vu que la fonction d'onde est **une sinusoïdale qui s'étend de $x = -\infty$ à $x = +\infty$**

9

4.2. Paquets d'ondes

En pratique, on a toujours une idée concernant la position de la particule, elle est localisée dans un espace connu. Pour ce faire, nous pouvons **sommer un certain nombre de fonctions d'onde définies par des k différents**, on parle alors de **paquets d'ondes**.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$\Psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} C(k) e^{ikx} dk$$

10

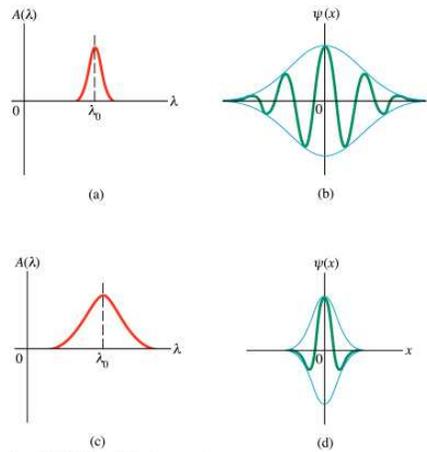
4.2. Paquets d'ondes

Si la fonction $A(k)$ résulte seulement de la superposition d'un **nombre limité de nombres d'onde** autour de k_0 , le paquet d'ondes est étalé.

$$\Delta k \text{ petit} \Rightarrow \Delta p \text{ petit} \Rightarrow \Delta x \text{ grand}$$

Si la fonction $A(k)$ résulte de la superposition d'un **grand nombre de nombres d'onde** autour de k_0 , le paquet d'ondes est étroit.

$$\Delta k \text{ grand} \Rightarrow \Delta p \text{ grand} \Rightarrow \Delta x \text{ petit}$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

11

FSAB 1203 - Physique quantique

4.3. Particule libre localisée

- Particule localisée est représentée par un paquet d'ondes

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(k) e^{i\left(kx - \frac{\hbar k^2 t}{2m}\right)} dk$$

k ne prenant que des valeurs notables qu'autour d'une valeur moyenne k_0

- Vitesse de déplacement = **vitesse de groupe**

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m} \Rightarrow v_g = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} = \frac{\hbar k_0}{m} = \frac{p_0}{m}$$

12

FSAB 1203 - Physique quantique

Particules aux conditions limites

- Par exemple : particule liée à un atome
- $U(x) \neq 0$ dans certaines régions de l'espace
- Pour $U(x) \neq 0$, l'équation de Schrödinger va être utilisée pour non seulement calculer les possibles états d'énergie du système, mais aussi la probabilité de trouver une particule dans une région donnée

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x) \cdot \psi(x) = E \cdot \psi(x)$$

Energie
Cinétique

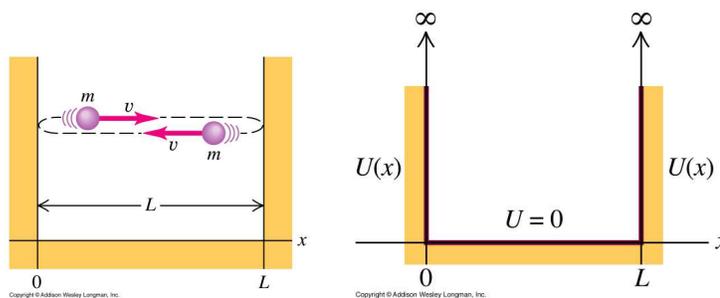
Energie
Potentielle

Energie
Totale

13

4.4. Puits de potentiel infini

Une particule confinée entre deux murs rigides ($U(x) = \infty$)



Entre $x = 0$ et $x = L$, $U(x) = 0 \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \cdot \psi(x)$

Solution générale : $\psi(x) = A \cdot e^{ikx} + B \cdot e^{-ikx}$

A et B définies aux conditions limites

14

4.4. Puits de potentiel infini

$$\begin{aligned}\psi(x) &= A.e^{ikx} + B.e^{-ikx} \\ &= (A+B)\cos kx + i(A-B)\sin kx\end{aligned}$$

Conditions limites :

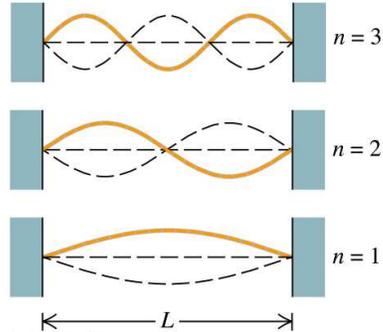
- En $x = 0$, $\psi(x) = 0 \Rightarrow B = -A$

$$\psi(x) = C \sin kx$$

- En $x = L$, $\psi(x) = 0$

$$\Rightarrow kL = n\pi, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$k = \frac{n\pi}{L} ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2L}{n}$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

15

4.4. Puits de potentiel infini

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E \cdot \psi(x)$$

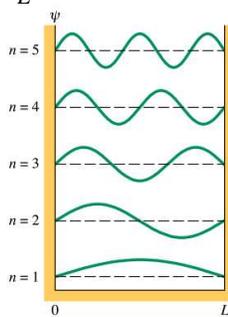
et $\psi(x) = C \sin kx$

$$\Rightarrow E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

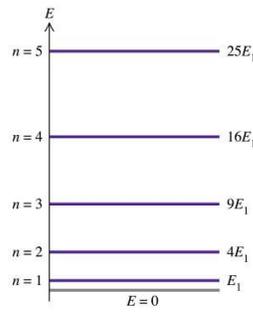
avec $k = \frac{n\pi}{L}$

Spectre discret d'énergie :

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8mL^2}$$



(a)



(b)

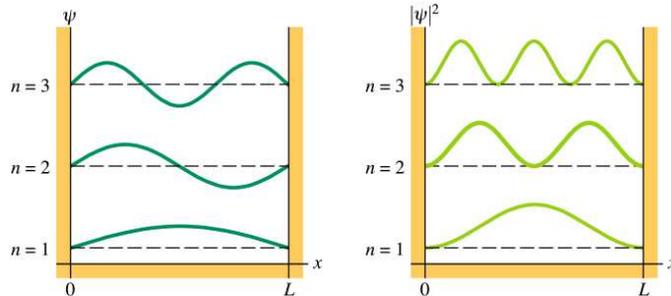
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

16

4.4. Puits de potentiel infini

La quantité $|\psi(x)|^2 dx$ est proportionnelle à la probabilité que la particule se trouve dans le petit intervalle dx autour de x

$$|\psi(x)|^2 dx = C^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx$$



Contrairement à la mécanique classique, la probabilité de trouver la particule à un endroit donné entre les deux murs n'est pas constante suivant x

17

FSAB 1203 - Physique quantique

Probabilité et normalisation

La particule doit se trouver quelque part dans l'univers, donc :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

Dans le cas de la particule dans un puit de potentiel infini :

$$\int_0^L C^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx = 1$$

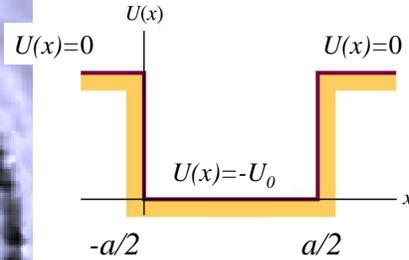
La normalisation permet de déterminer la constante C :

$$C = \sqrt{\frac{2}{L}} \Rightarrow \boxed{\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}}$$

18

FSAB 1203 - Physique quantique

4.5. Puits de potentiel fini



Entre $-a/2 < x < a/2 = 0$ $U(x) = -U_0$
Et $U(x) = 0$ ailleurs

e⁻ se déplaçant librement à la surface d'un métal mais qui doit surmonter une énergie de potentiel correspondant au travail de sortie du métal (U_0) pour sortir de celui-ci.

Energie totale : $E \geq 0$

- Particule libre
- Spectre continu d'énergie

Energie totale : $-U_0 \leq E < 0$

- Particule liée au puit de potentiel
- **Mécanique classique :**
 - spectre continu d'énergie
 - particule strictement localisée dans $[-a/2, a/2]$
- **Physique quantique ???**

19

4.5. Puits de potentiel fini

Equation de Schrödinger indépendante du temps

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \cdot \psi(x) & \text{pour } |x| > a/2 \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} - U_0 \psi(x) = E \cdot \psi(x) & \text{pour } |x| \leq a/2 \end{cases}$$

Fonction d'onde totale

$$\Psi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{\left(\frac{iEt}{\hbar}\right)}$$

20

4.5. Puits de potentiel fini

Posons :

$$\begin{cases} \alpha^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2} \\ \beta^2 = \frac{2m(E+U_0)}{\hbar^2} \\ \gamma^2 = \frac{2mU_0}{\hbar^2} \end{cases}$$

- $-U_0 \leq E < 0 \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma$ sont réels
- On considère $\alpha, \beta, \gamma > 0$
- Equation aux valeurs propres :

$$\begin{cases} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} - \alpha^2\psi(x) = 0 & \text{pour } |x| > a/2 \\ \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \beta^2\psi(x) = 0 & \text{pour } |x| \leq a/2 \end{cases}$$

21

FSAB 1203 - Physique quantique

4.5. Puits de potentiel fini

Solutions générales :

$$\begin{cases} \psi(x) = A_0 e^{-\alpha x} + B e^{\alpha x} & \text{pour } x < -a/2 \\ \psi(x) = C \sin \beta x + D \cos \beta x & \text{pour } -a/2 \leq x \leq a/2 \\ \psi(x) = A e^{-\alpha x} + B_0 e^{\alpha x} & \text{pour } x > a/2 \end{cases}$$

- A_0, A, B, C, D, B_0 : 6 constantes d'intégration
- Valeurs déterminées par :
 - Conditions aux limites (4)
 - Interprétation physique de la fonction d'onde (2)

22

FSAB 1203 - Physique quantique

4.5. Puits de potentiel fini

- **Interprétation physique de fonction d'onde :**

Valeur finie de la densité de probabilité lorsque x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$

$$\Rightarrow \mathbf{A_0 = B_0 = 0}$$

- **Conditions aux limites**

Continuité de ψ et de $d\psi/dx$ en $-a/2$ et $a/2$

$$\begin{cases} -A.e^{-\alpha a/2} + C.\sin \beta a/2 + D.\cos \beta a/2 = 0 \\ -B.e^{-\alpha a/2} - C.\sin \beta a/2 + D.\cos \beta a/2 = 0 \\ \alpha A.e^{-\alpha a/2} + \beta C.\cos \beta a/2 - \beta D.\sin \beta a/2 = 0 \\ -\alpha B.e^{-\alpha a/2} + \beta C.\cos \beta a/2 + \beta D.\sin \beta a/2 = 0 \end{cases}$$

- Système d'équations homogène
- Solutions non nulles si déterminant = 0

(méthode des mineurs sur les éléments de la 1^{ère} colonne)

$$\left[\beta \tan \frac{\beta a}{2} - \alpha \right] \cdot \left[\beta \cot \frac{\beta a}{2} + \alpha \right] = 0$$

23

4.5. Puits de potentiel fini

$$\left[\beta \tan \frac{\beta a}{2} - \alpha \right] \cdot \left[\beta \cot \frac{\beta a}{2} + \alpha \right] = 0$$

$$\text{Soit } \left[\beta \tan \frac{\beta a}{2} - \alpha \right] = \left[\beta \cot \frac{\beta a}{2} + \alpha \right] = 0$$

$$\Rightarrow \tan^2 \frac{\beta a}{2} = -1$$

Solution inacceptable car β est réel

Donc, seulement deux cas distincts :

$$\beta \tan \frac{\beta a}{2} = \alpha \quad ; \quad \beta \cot \frac{\beta a}{2} = -\alpha$$

24

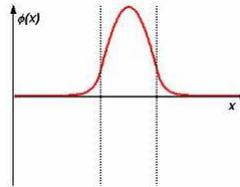
4.5. Puits de potentiel fini

Cas I : $\beta \tan \frac{\beta a}{2} = \alpha$

$$\Rightarrow C = 0 \text{ et } A = B = D \cdot \cos \frac{\beta a}{2} \cdot e^{\alpha a/2}$$

$$\psi(x) = \begin{cases} A \cdot e^{\alpha x} & \text{pour } x < -a/2 \\ D \cdot \cos \beta x & \text{pour } -a/2 \leq x \leq a/2 \\ B \cdot e^{-\alpha x} & \text{pour } x > a/2 \end{cases}$$

Normalisation $\Rightarrow D = \sqrt{\frac{2\alpha}{2 + \alpha a}}$



Fonctions symétriques

25

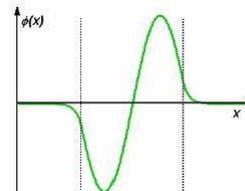
4.5. Puits de potentiel fini

Cas II : $\beta \tan \frac{\beta a}{2} = -\alpha$

$$\Rightarrow D = 0 \text{ et } A = -B = C \cdot \sin \frac{\beta a}{2} \cdot e^{\alpha a/2}$$

$$\psi(x) = \begin{cases} B \cdot e^{\alpha x} & \text{pour } x < -a/2 \\ C \cdot \sin \beta x & \text{pour } -a/2 \leq x \leq a/2 \\ A \cdot e^{-\alpha x} & \text{pour } x > a/2 \end{cases}$$

Normalisation $\Rightarrow C = \sqrt{\frac{2\alpha}{2 + \alpha a}}$



Fonctions antisymétriques

26

4.5. Puits de potentiel fini

Valeurs de l'énergie

$$\beta a \tan \frac{\beta a}{2} = \alpha a \quad \text{ou} \quad \beta a \tan \frac{\beta a}{2} = -\alpha a$$

Equations implicites de E en fct de a et de U_0

Valeurs possibles de E données par résolution numérique de :

$$(\alpha a)^2 + (\beta a)^2 = (\gamma a)^2 = \frac{2mU_0 a^2}{\hbar^2}$$

27

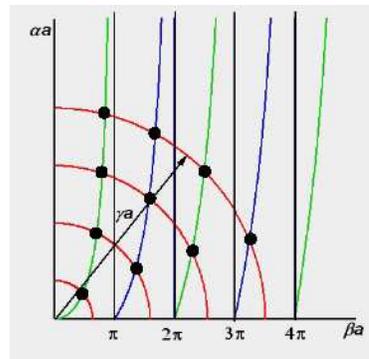
4.5. Puits de potentiel fini

Détermination graphique

$$\beta a \tan \frac{\beta a}{2} = \alpha a$$

$$\beta a \cot \frac{\beta a}{2} = -\alpha a$$

$$(\alpha a)^2 + (\beta a)^2 = (\gamma a)^2 = \frac{2mU_0 a^2}{\hbar^2}$$



Spectre discret d'énergie : $E = -\frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m}$

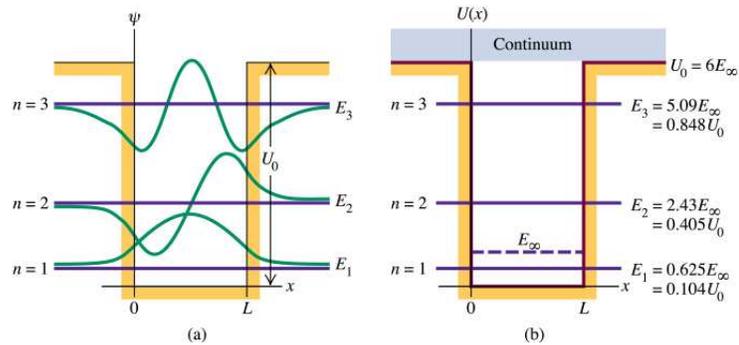
Valeurs de α données par l'intersections des courbes αa vs. βa et des arcs de cercles de rayon γa fonctions de a et U_0

28

4.5. Puits de potentiel fini

Pour $n = 1, 3, 5, \dots$ fonctions d'onde symétriques

Pour $n = 2, 4, 6, \dots$ fonctions d'onde antisymétriques

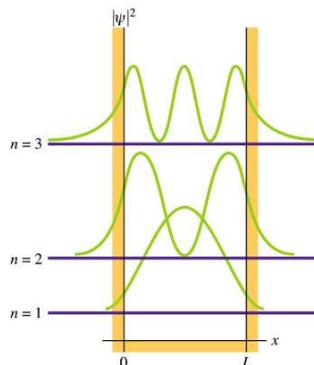


Niveaux d'énergie discrets pour $E_n < U_0$

Mais la particule libre ($E > U_0$) présente un spectre continu d'énergie

29

4.5. Puits de potentiel fini

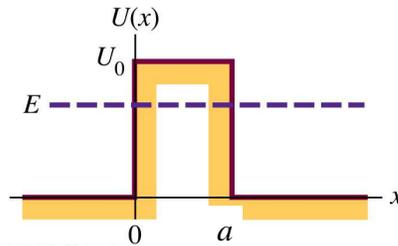


Probabilité de présence hors du puit non nulle
même si $E < U_0$ **contrairement à la mécanique classique**

« Pénétration de barrière »

30

4.6. Barrière de potentiel



Entre $0 < x < a$ $U(x) = U_0$
Et $U(x) = 0$ ailleurs

Couche de diélectrique entre deux plaques métalliques dans lesquelles les e^- peuvent se déplacer librement

Particule venant de la gauche rencontre la barrière de potentiel

Si l'énergie totale : $E < U_0$

- **Mécanique classique :**

- la particule est réfléchiée par la barrière

- **Physique quantique ???**

- la particule est réfléchiée ou passe la barrière ou les deux ?

31

FSAB 1203 - Physique quantique

4.6. Barrière de potentiel

Equation de Schrödinger indépendante du temps

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \cdot \psi(x) & \text{pour } x < 0 \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U_0 \psi(x) = E \cdot \psi(x) & \text{pour } 0 \leq x \leq a \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \cdot \psi(x) & \text{pour } x > a \end{cases}$$

Fonction d'onde totale

$$\psi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{\left(\frac{-iEt}{\hbar} \right)}$$

32

FSAB 1203 - Physique quantique

4.6. Barrière de potentiel

• Posons :

$$\begin{cases} k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} & \text{avec } k, a > 0 \\ \alpha^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2} \end{cases}$$

• Equation aux valeurs propres :

$$\begin{cases} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 & \text{pour } x < 0 \\ \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} - \alpha^2\psi(x) = 0 & \text{pour } 0 \leq x \leq a \\ \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 & \text{pour } x > a \end{cases}$$

4.6. Barrière de potentiel

Solutions générales :

$$\begin{cases} \psi(x) = A.e^{ikx} + B.e^{-ikx} & \text{pour } x < 0 \\ \psi(x) = C.e^{\alpha x} + D.e^{-\alpha x} & \text{pour } 0 \leq x \leq a \\ \psi(x) = F.e^{ikx} + G.e^{-ikx} & \text{pour } x > a \end{cases}$$

- A, B, C, D, F, G : 6 constantes d'intégration
- Valeurs déterminées par :
 - Conditions aux limites (4)
 - normalisation de la densité de probabilité (1)
 - Interprétation physique de la fonction d'onde (1)

4.6. Barrière de potentiel

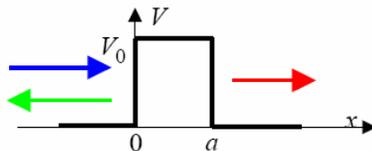
• Interprétation physique

$x < 0$ $A.e^{ikx}$ particule incidente ($p=\hbar k$)

$B.e^{-ikx}$ particule réfléchie ($p=-\hbar k$)

$x > a$ $F.e^{ikx}$ particule transmise ($p=\hbar k$)

$G.e^{-ikx}$ Seconde particule venant de $+\infty$, physique impossible



$$\Rightarrow G = 0$$

35

4.6. Barrière de potentiel

• Continuité de ψ et de $d\psi/dx$ en $x = 0$ et $x = a$

$$\begin{cases} A + B = C + D \\ ikA - ikB = \alpha C - \alpha D \\ C.e^{\alpha a} + D.e^{-\alpha a} = F.e^{ika} \\ \alpha C.e^{\alpha a} - \alpha D.e^{-\alpha a} = ikF.e^{ika} \end{cases}$$

• Système 4 équations à 5 inconnues

• Résolution :

- division par A

- substitutions successives

36

4.6. Barrière de potentiel

On obtient :

$$\begin{cases} \frac{B}{A} = \frac{1}{H} (\alpha^2 + k^2) [e^{\alpha a} - e^{-\alpha a}] \\ \frac{C}{A} = 2ik \frac{1}{H} (\alpha + ik) e^{-\alpha a} \\ \frac{D}{A} = 2ik \frac{1}{H} (\alpha - ik) e^{\alpha a} \\ \frac{F}{A} = 4i\alpha k \frac{1}{H} e^{-ika} \end{cases}$$

$$\text{Avec } H = (\alpha + ik)^2 e^{-\alpha a} - (\alpha - ik)^2 e^{\alpha a}$$

37

4.6. Barrière de potentiel

- Normalisation de la densité de probabilité :

Détermination de A

- Spectre d'énergie

Pas de condition sur k et a

⇒ **Spectre continu** d'énergie entre 0 et U_0

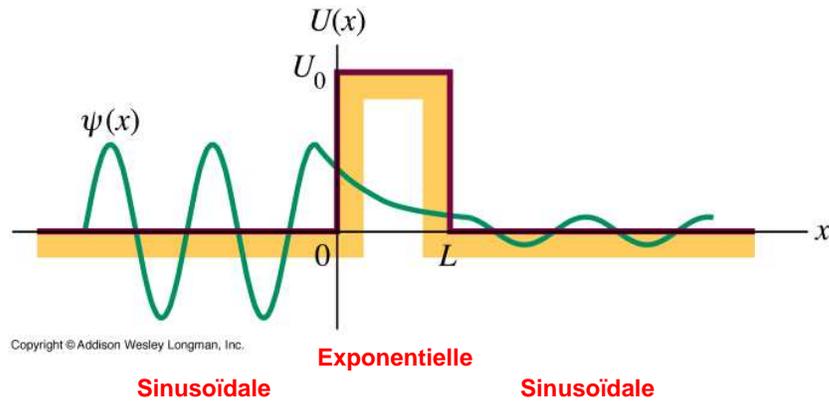
- Densité de probabilité en $x > a$

$F.F^* \neq 0 \Rightarrow$ **probabilité non nulle pour la particule de traverser la barrière** même si $E < U_0$ **contrairement à la mécanique classique**

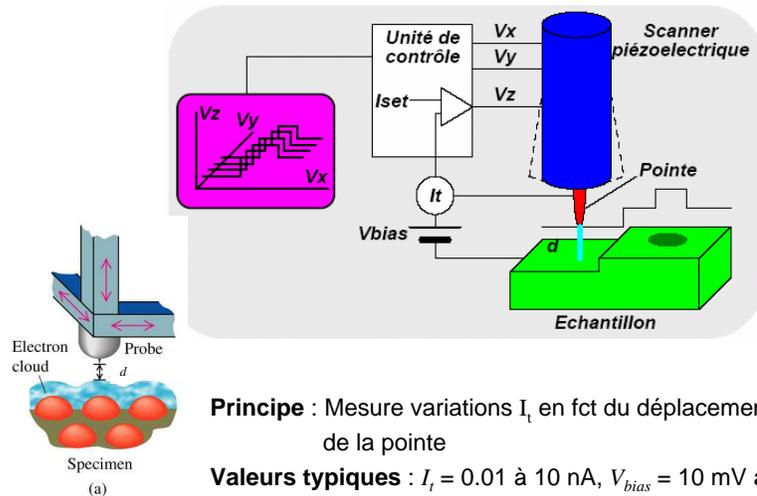
« Effet tunnel »

38

4.6. Barrière de potentiel



Microscope à effet tunnel



Principe : Mesure variations I_t en fct du déplacement de la pointe

Valeurs typiques : $I_t = 0.01$ à 10 nA, $V_{bias} = 10$ mV à 2 V, $d = 1$ nm

Résolution : 0.01 nm (latérale) et 0.005 nm (vertical)