Série n01 : Le plan complexe

1. Résoudre les équations suivantes, pour tout $z = a + ib$:

$2z = i(2+i9)$; $z^2 = i$; $z - 2\bar{z} + 7 - i6 = 0$; $z + 2\bar{z} = \dfrac{2-i}{1+i3}$

2. Trouver la limite supérieure pour $\left|\dfrac{-1}{z^4 - 5z + 1}\right|$ si $|z| = 2$.

3. Trouver la limite supérieure pour le module de $3z^2 + 2z + 1$ si $|z| \leq 1$.

4. Vérifier les inégalités suivantes :

(a) $|z + 6 + i8| \leq 13, si\ |z| = 2$

(b) $1 \leq |z^2 - 3| \leq 4, si\ |z| = 1$

5. Quel est le nombre z qui vérifie l'équation suivante :

a) $|z| - z = 2 + i$; b) $|z|^2 + 1 + i12 = 6z$

6. (a) Trouver la racine cubique de *z=i.* ;

(b) Trouver la racine d'ordre 4 de *z=1+i*

7. (a) Vérifiez que : $(4+i3)^2 = 7 + i24$;

(b) En utilisant le résultat précédent, trouver les valeurs de $(7+i24)^{1/2}$.

8. Trouver la n-ième racine des nombres complexe suivants :

$(8)^{1/3}$; $(-1)^{1/4}$; $(i)^{1/2}$; $(-1+i)^{1/3}$; $\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}\right)^{1/6}$.

9. Donner les nombres complexes suivants dans la forme exponentielle :

(a) -10 ; (b) $-2\pi i$; (c) $-4 - i4$; (d) $\frac{2}{1+i}$;
(e) $(3-i)^2$; (f) $(1+i)^{20}$

10. Tracez graphiquement l'équation suivante :

a) $|z - 4 + i3| = 5$; b) $|z + i3| = 2$;

c) $|z + 2 + i2| = 2$; d) $Re(z) = 5$;

e) $Im(z) = -2$

11. Tracez l'ensemble des points S dans le plan complexe, satisfaisant l'inégalité suivante et déterminer si cet ensemble est : a) ouvert, b) fermé, c) un domaine, d) limité ou e) connexe.

$Re(z) < -1$; $Im(z) > 3$; $2 < Re(z-1) < 4$;

$Re(z^2) > 0$; $|z - i| > 1$; $1 \leq |z - 1 - i| < 2$

12. Trouver les racines des équations quadratiques suivantes :

a) $z^2 + i.z - 2 = 0$

b) $z^2 - (1+i)z + 6 - i17 = 0$

c) $z^2 + 2z - i\sqrt{3} = 0$

d) $iz^2 - z + i = 0$

e) $z^2 - (1+i9)z - 20 + i5 = 0$