

Chapitre III: Mécanique des fluides:

III.1 Définition et caractérisation d'un fluide :

Un fluide est un milieu matériel caractérisé par la propriété d'être facilement déformable (notion très relative!) par opposition avec un solide qui ne serait pas déformable. De ce fait il est capable de produire un écoulement.

Il peut donc en pratique s'agir, soit d'un milieu gazeux (qui en plus d'être déformable est également compressible) ou d'un milieu liquide, qui est supposé être incompressible.

Une grande partie des principes théoriques qui vont suivre ne vont s'appliquer qu'à un fluide "idéal"(ou "parfait" dans le cas d'un gaz), pour lequel on admet qu'il n'existe pas de forces de frottement, ni entre les molécules qui constituent le fluide, ni entre ces molécules et les parois du tuyau à travers lequel il s'écoule. Si ce

n'est pas le cas, il s'agit, au contraire, d'un fluide "réel", soumis à des forces de frottement qui se traduisent par l'existence d'une viscosité.

Un fluide peut être étudié en situation immobile, et l'on parle de "statique des fluides" ou, au contraire, en cours de mouvement (écoulement) et les lois correspondantes relèvent alors de la "dynamique des fluides". La première situation est essentiellement caractérisée par la notion de pression, et la seconde par celle de débit.

III.2. Hydrostatique :

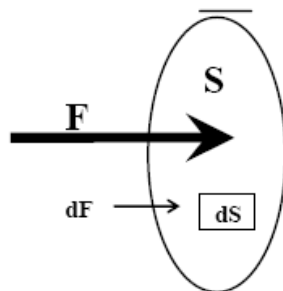
1° La pression d'un fluide

La pression caractérise la statique d'un fluide (même si, bien entendu, cette pression existe également dans le cas d'un fluide en mouvement) et l'on suppose donc, pour en établir les lois physiques, que trois conditions sont réunies :

- le fluide est immobile
- il est incompressible (on s'intéresse donc spécialement aux liquides)
- il est isotherme, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de différences de température en son sein susceptibles de produire des courants de convection.

La pression se définit comme le rapport d'une force à la surface sur laquelle elle s'exerce :

$$p = F/S$$



ou en notation différentielle en un élément de surface dS , lorsque la force est variable d'un point à l'autre :

$$p = dF/dS$$

L'unité de pression du système international est le pascal (Pa) égal à 1 newton par mètre carré (Nm^{-2}). Mais d'autres unités usuelles existent pour différents domaines d'application spécifiques :

Le bar = 10^5 Pa
le millimètre de mercure (1 mmHg = 133,3 Pa)
le centimètre d'eau (1 cm H_2O = $0,980 \cdot 10^2$ Pa)
l'atmosphère (1 atm = 760 mmHg = 1,013 bar)

2° La loi de Pascal

Cette loi rend compte de la variation de pression d'un fluide avec l'altitude. Elle exprime qu'en tout point d'un liquide idéal :

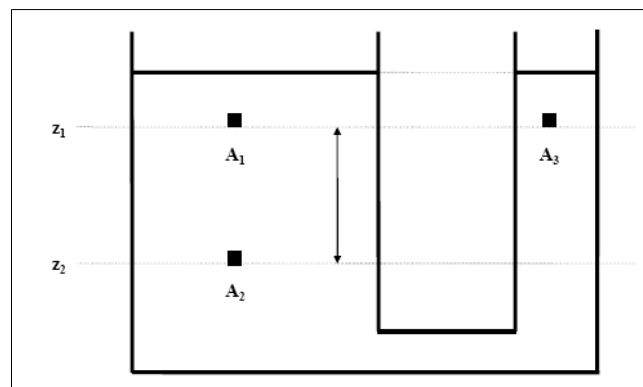
$$p + \rho g z = Cte$$

avec : p = pression

ρ = masse volumique (constante quelle que soit l'altitude puisque le liquide est supposé incompressible)

g = accélération de la pesanteur (également supposée constante avec l'altitude)

z = altitude du point où est mesurée la pression, c'est à dire la hauteur de ce point sur une verticale.



Si l'on considère plusieurs points A_1 , A_2 , A_3 , au sein d'un même liquide, la loi de Pascal rend compte du fait que tous les points situés à la même altitude subissent la même pression, quelle que soit la forme du récipient qui contient ce liquide (loi des vases communicants) :

$$p_1 = p_3$$

et que d'autre part la différence de pression entre deux points situés à des altitudes différentes est proportionnelle à cette différence d'altitude :

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2 \quad \text{d'où} \quad \Delta p = p_2 - p_1 = \rho g (z_1 - z_2)$$

PRESSION ATMOSPHÉRIQUE

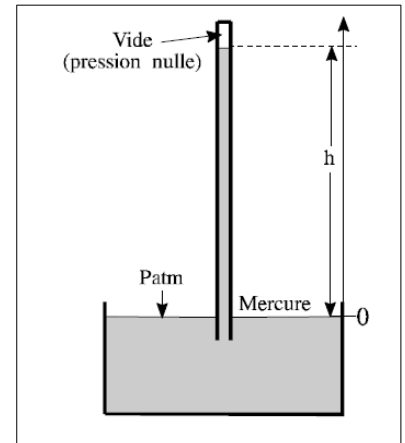
L'air est un fluide responsable de la pression atmosphérique.

La loi de Pascal indique qu'une pression peut être reliée à la hauteur d'une colonne de liquide de masse volumique connue.

$$P_{\text{atm}} - P_{\text{vide}} = \rho g h = P_{\text{atm}}$$

En utilisant un manomètre au mercure ($\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) :

$$h = 76 \text{ cm} \quad P_{\text{atm}} = 0,76 \times 13,6 \cdot 10^3 \times 9,8 = 1\,013\,102 \text{ Pa} = 1\,013 \text{ hPa}$$

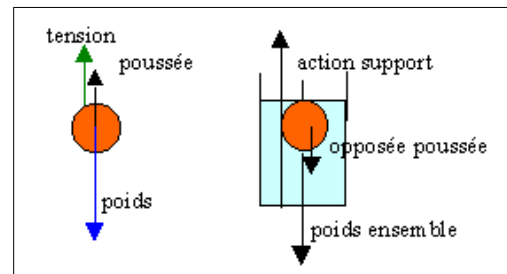


Théorème de pascal : toute variation de pression en un point d'un même liquide en équilibre implique la même variation de pression en tous les points de liquide

3° poussé d'Archimède

Un corps plongé dans un liquide subit de la part de celui-ci une force appelée poussée d'Archimède égale et opposée au poids de volume du liquide déplacé

$$F = V \rho g$$



III.3. Dynamique des Fluides

1 – le débit

Le **débit** est le quotient de la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.

1.1 - Débit-masse

$$q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Si Δm est la masse de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt , par définition le débit-masse est : unité : $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$

Si ΔV est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt , par définition le débit-volume est : unité : $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.

$$q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

1.2 - Débit-volume

1.3 - Relation entre q_m et q_v

La masse volumique est donnée par la relation :

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad \text{d'où} : \quad q_m = \rho q_v$$

Remarques :

Les liquides sont incompressibles et peu dilatables (masse volumique constante) ; on parle alors d'écoulements **iso volumes**.

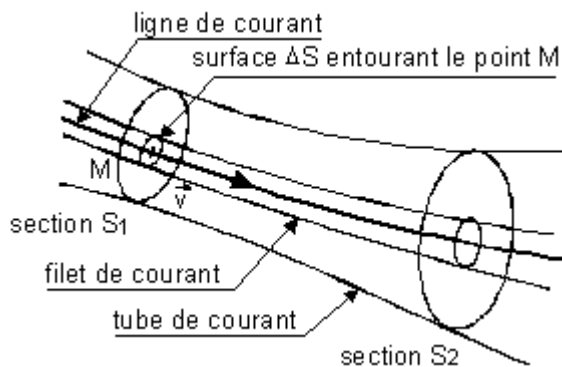
Pour les **gaz**, la masse volumique dépend de la température et de la pression. Pour des vitesses faibles (variation de pression limitée) et pour des températures constantes on retrouve le cas d'un écoulement isovolume.

1.4 - Écoulements permanents ou stationnaires

Un régime d'écoulement est dit *permanent* ou *stationnaire* si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

2 - Équation de conservation de la masse ou équation de continuité

2.1 - Définitions



Ligne de courant : En régime stationnaire, on appelle ligne de courant la courbe suivant laquelle se déplace un élément de fluide. Une ligne de courant est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse du fluide en ce point.

Tube de courant : Ensemble de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.

Filet de courant : Tube de courant s'appuyant sur un petit élément de surface ΔS .

La section de base ΔS du tube ainsi définie est suffisamment petite pour que la vitesse du fluide soit la même en tous ses points (répartition uniforme).

2.2 - Conservation du débit

Considérons un tube de courant entre deux sections S_1 et S_2 . Pendant l'intervalle de temps Δt , infiniment petit, la masse Δm_1 de fluide ayant traversé la section S_1 est la même que la masse Δm_2 ayant traversé la section S_2 .

$q_{m1} = q_{m2}$ | En régime stationnaire, le débit-masse est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

Dans le cas d'un écoulement isovolume (= Cte) :

$q_{v1} = q_{v2}$ | En régime stationnaire, le débit-volume est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant

2.3 - Expression du débit en fonction de la vitesse v :

Le débit-volume est aussi la quantité de liquide occupant un volume cylindrique de base S et de longueur égale à v , correspondant à la longueur du trajet effectué pendant l'unité de temps, par une particule de fluide traversant S .

$$q_v = v S$$

Il en résulte la relation importante :

2.4 - Vitesse moyenne



En général la vitesse v n'est pas constante sur la section S d'un tube de courant ; on dit qu'il existe un **profil de vitesse** (à cause des forces de frottement). Le débit-masse ou le débit-volume s'obtient en intégrant la relation précédente :

Dans une section droite S de la canalisation, on appelle **vitesse moyenne** v_m la vitesse telle

$$v_{\text{moy}} = \frac{q_V}{S}$$

que :

La vitesse moyenne v_{moy} apparaît comme la vitesse uniforme à travers la section S qui assurerait le même débit que la répartition réelle des vitesses.

Si l'écoulement est isovolume, cette vitesse moyenne est inversement proportionnelle à l'aire de la section droite.

$$q_V = v_{1\text{moy}} S_1 = v_{2\text{moy}} S_2 = \text{Cte}$$

C'est l'équation de continuité.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

La vitesse moyenne est d'autant plus grande que la section est faible.

3 - Théorème de BERNOULLI

3.1 - Le phénomène

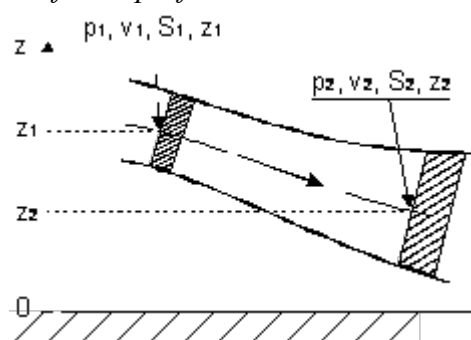
Observations

- Une balle de ping-pong peut rester en suspension dans un jet d'air incliné.
- Une feuille de papier est aspirée lorsqu'on souffle dessus.

Conclusion : La pression d'un fluide diminue lorsque sa vitesse augmente.

3.2 - Théorème de Bernoulli pour un écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible

Un *fluide parfait* est un fluide dont l'écoulement se fait *sans frottement*.



On considère un écoulement permanent isovolume d'un fluide parfait, entre les sections S_1 et S_2 , entre lesquelles il n'y a aucune machine hydraulique, (pas de pompe, ni de turbine).

Soit m la masse et V le volume du fluide qui passe à travers la section S_1 entre les instants t et $t+\Delta t$. Pendant ce temps la même masse et le même volume de fluide passe à travers la section S_2 . Tout se passe comme si ce fluide était passé de la position (1) à la position (2).

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à ce fluide entre les instants t et $t+\Delta t$ (la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures : poids et forces pressantes), on obtient :

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = \text{Cte}$$

p est la pression statique, $\rho g z$ est la pression de pesanteur, $\rho \frac{v^2}{2}$ est la pression cinétique.

Tous les termes s'expriment en pascal.

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{\rho g} = H = \text{Cte}$$

En divisant tous les termes de la relation précédente par le produit g , on écrit tous les termes dans la dimension d'une hauteur (pressions exprimées en mètres de colonne de fluide).

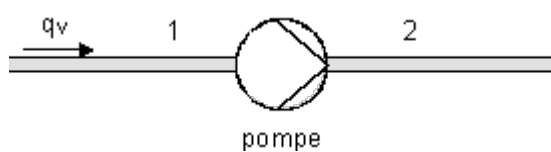
H est la Hauteur totale, $\frac{P}{\rho g}$ est la Hauteur de Pression, z est la cote, $\frac{v^2}{2g}$ est la Hauteur cinétique, $z + \frac{P}{\rho g}$ est la Hauteur piézométrique.

3.3 - Cas d'un écoulement (1)↔(2) sans échange de travail :

Lorsque, dans un écoulement d'un fluide parfait, il n'y a aucune machine (ni pompe ni turbine) entre les points (1) et (2) d'une même ligne de courant, la relation de Bernoulli peut s'écrire sous l'une ou l'autre des formes suivantes :

$$\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2) + (z_2 - z_1) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho g} = 0$$

3.4 - Cas d'un écoulement (1)↔(2) avec échange d'énergie :



Lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine sous forme de travail ΔW pendant une durée Δt . La puissance P échangée est

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

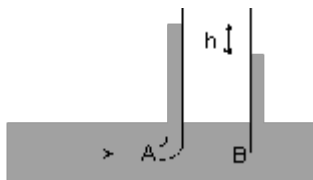
Unités : P en watt (W), W en joule (J), t en seconde (s).

- $P > 0$ si l'énergie est reçue par le fluide (ex. : pompe) ;
- $P < 0$ si l'énergie est fournie par le fluide (ex. : turbine).

Si le débit-volume est q_v , la relation de Bernoulli s'écrit alors :

$$\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = \frac{P}{q_v}$$

4 - Application du Théorème de Bernoulli :



4.1 - Tube de pitot

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités étant à la même hauteur. Au point B, le liquide a la même vitesse v que dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $p_B = p$.

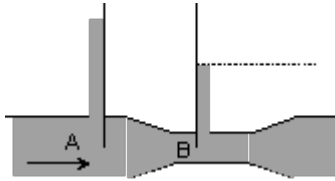
En A, point d'arrêt, la vitesse est nulle et la pression est p_A .

D'après le théorème de Bernoulli,

$$p_B + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_A \quad \left| \quad \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g h \right|$$

En mesurant la dénivellation h du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse v d'écoulement du fluide.

4.2 - Phénomène de Venturi



Un conduit de section principale S_A subit un étranglement en B où sa section est S_B . La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement, donc sa pression y diminue : $v_B > v_A \Rightarrow p_B < p_A$

Le théorème de Bernoulli s'écrit ici :

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = p_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2$$

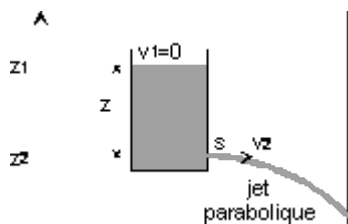
D'après l'équation de continuité, $v_B S_B = v_A S_A = q_v$ et $v_B > v_A$ donc $p_A > p_B$

$$p_A - p_B = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2} \right) q_v^2 = k q_v^2$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit ; application à la mesure des débits (organes déprimogènes).

On peut citer aussi la trompe à eau, le pulvérisateur...

4.3 - Écoulement d'un liquide contenu dans un réservoir - Théorème de Torricelli



Considérons un réservoir muni d'un petit orifice à sa base, de section s et une ligne de courant partant de la surface au point (1) et arrivant à l'orifice au point (2). En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2),

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2$$

Or $p_1 = p_2 =$ pression atmosphérique et $v_1 \ll v_2$ d'où $v_2 = \sqrt{2gz}$

La vitesse d'écoulement est la même que la vitesse de chute libre entre la surface libre et l'orifice, quelle que soit la masse volumique du liquide.

Application : vase de Mariotte à débit constant.

III L'écoulement des fluides

Les expériences réalisées par **Reynolds** (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : **laminaire et turbulent**.

En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un **nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds** et donné par :

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

ou

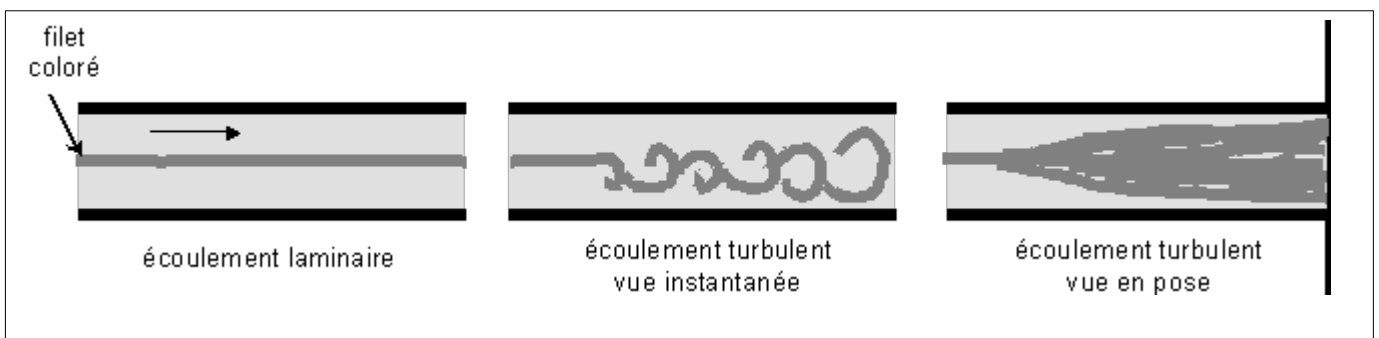
$$Re = \frac{v D}{\nu}$$

avec :

ρ = masse volumique du fluide, v = vitesse moyenne, D = diamètre de la conduite

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

η = viscosité dynamique du fluide, ν = viscosité cinématique



Dans ces conditions on distingue deux régimes d'écoulement différents pour un fluide réel :

- l'écoulement laminaire : dans ce cas toutes les particules se déplacent dans une direction parallèle au sens général de l'écoulement, ce qui veut dire que tous les vecteurs vitesse individuels sont parallèles entre eux et parallèles au vecteur vitesse moyenne;

- l'écoulement turbulent : les vecteurs vitesse peuvent prendre toutes les directions, ce qui se traduit par l'apparition de tourbillons, mais la résultante de ces vitesses reste malgré tout dirigée dans le sens global de l'écoulement.

si $Re < 2300$ le régime est LAMINAIRE

si $2300 < Re < 3000$ le régime est intermédiaire

si $Re > 3000$ le régime est TURBULENT