

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Introduction | 4 |
| 1 La résolution des équations non linéaires | 5 |
| 1.1 Introduction | 5 |
| 1.2 Préliminaires : séparations des racines | 5 |
| 1.3 Méthode de dichotomie | 6 |
| 1.3.1 Exercice d'application de la méthode de dichotomie | 7 |
| 1.3.2 Programme en Matlab de la méthode de dichotomie | 8 |
| 1.4 Méthode de Newton | 8 |
| 1.4.1 Exercice d'application de la méthode de Newton | 9 |
| 1.4.2 Programme en Matlab de la méthode de Newton | 10 |
| 1.5 Méthode de la sécante | 10 |
| 1.5.1 Exercice d'application de la méthode de la sécante | 11 |
| 1.5.2 Programme en Matlab de la méthode de la sécante | 11 |
| 1.6 Méthode du point fixe (des approximations successives) | 12 |
| 1.6.1 Exercice d'application de la méthode du point fixe | 13 |
| 1.6.2 Programme en Matlab de la méthode du point fixe | 14 |
| 1.7 Série des exercices | 14 |
| 2 Interpolation polynomiale | 16 |
| 2.1 Introduction | 16 |
| 2.2 Méthode d'interpolation de Lagrange | 16 |
| 2.2.1 Existence et unicité du polynôme d'interpolation | 16 |
| 2.2.2 Détermination pratique des polynômes de Lagrange | 18 |
| 2.2.3 Exercices d'application de la méthode de l'interpolation de Lagrange | 18 |
| 2.2.4 Programme en Matlab de la méthode de l'interpolation de Lagrange | 19 |
| 2.3 Méthode d'interpolation de Newton | 20 |
| 2.3.1 Différence divisée | 20 |
| 2.3.2 Cas où les points d'interpolation sont équidistants | 21 |
| 2.3.3 Exercice d'application de la méthode de l'interpolation de Newton | 23 |
| 2.3.4 Programme en Matlab de la méthode de l'interpolation de Newton | 23 |
| 2.4 Formule d'erreur d'interpolation | 24 |
| 2.5 Série des exercices | 25 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3 | Méthodes des intégrations numériques | 27 |
| 3.1 | Introduction | 27 |
| 3.2 | Méthode des trapèzes | 27 |
| 3.2.1 | Principe de la méthode | 27 |
| 3.2.2 | Formule généralisée des trapèzes | 28 |
| 3.2.3 | L'erreur de la méthode des trapèzes | 29 |
| 3.2.4 | Exercice d'application de la méthode des trapèzes | 30 |
| 3.2.5 | Programme en Matlab de la méthode des trapèzes | 30 |
| 3.3 | Méthode de Simpson | 31 |
| 3.3.1 | Principe de la méthode | 31 |
| 3.3.2 | Formule généralisée de Simpson | 32 |
| 3.3.3 | L'erreur de la méthode de Simpson | 33 |
| 3.3.4 | Exercice d'application de la méthode de Simpson | 35 |
| 3.3.5 | Programme en Matlab de la méthode de Simpson | 36 |
| 3.4 | Méthode de Newton | 36 |
| 3.4.1 | Principe de la méthode | 36 |
| 3.4.2 | Formule généralisée de Newton | 37 |
| 3.5 | Méthode de Newton-Cotes | 37 |
| 3.5.1 | Exercice d'application de la méthode de Newton | 39 |
| 3.5.2 | Programme en Matlab de la méthode de Newton | 40 |
| 3.6 | Méthode de Gauss | 40 |
| 3.6.1 | Comment calculer l'intégrale | 41 |
| 3.6.2 | Généralisation pour un intervalle fermé | 44 |
| 3.6.3 | Les différents types de la méthode de Gauss | 44 |
| 3.7 | Majoration de l'erreur de Gauss | 46 |
| 3.7.1 | Exercice d'application de la méthode de Gauss | 47 |
| 3.7.2 | Programme en Matlab de la méthode de Gauss | 48 |
| 3.8 | Série des exercices | 48 |
| 4 | La résolution du système des équations linéaires | 50 |
| 4.1 | Introduction | 50 |
| 4.2 | Généralités sur les matrices | 50 |
| 4.2.1 | Matrice inverse | 50 |
| 4.2.2 | Matrices diagonales et triangulaires | 50 |
| 4.2.3 | Matrice définie positive | 51 |
| 4.2.4 | Matrice de permutation | 52 |
| 4.2.5 | Les propriétés de déterminant | 52 |
| 4.3 | Généralités sur les systèmes linéaires | 52 |
| 4.3.1 | Cas d'une matrice diagonale | 53 |
| 4.3.2 | Cas d'une matrice triangulaire supérieure (ou inférieure) | 53 |
| 4.4 | Les méthodes directes | 54 |
| 4.4.1 | Méthode de Gauss | 54 |
| 4.4.2 | Exercice d'application de la méthode de Gauss | 56 |
| 4.4.3 | Programme en Matlab de la méthode de Gauss | 58 |
| 4.4.4 | Factorisation LU | 58 |
| 4.4.5 | Exercice d'application de la méthode de Factorisation LU | 59 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.4.6 | Programme en Matlab de la méthode de Factorisation LU | 60 |
| 4.4.7 | Factorisation de Cholesky | 60 |
| 4.4.8 | Exercice d'application de la méthode de Factorisation de Cholesky . . | 61 |
| 4.4.9 | Programme en Matlab de la méthode de Factorisation de Cholesky . | 62 |
| 4.4.10 | Méthode de Gauss-Jordin | 62 |
| 4.4.11 | Exercice d'application de la méthode de Gauss-Jordan | 63 |
| 4.4.12 | Programme en Matlab de la méthode de Gauss-Jordan | 65 |
| 4.5 | Les méthodes itératives | 65 |
| 4.5.1 | Principe des méthodes itératives | 66 |
| 4.5.2 | Méthode de Jacobi | 66 |
| 4.5.3 | Exercices d'application de la méthode de Jacobi | 67 |
| 4.5.4 | Programme en Matlab de la méthode de Jacobi | 68 |
| 4.5.5 | Méthode de Gauss- Seidel | 68 |
| 4.5.6 | Exercices d'application de la méthode de Gauss- Seidel | 69 |
| 4.5.7 | Programme en Matlab de la méthode de Gauss- Seidel | 71 |
| 4.6 | La convergence des méthodes itératives | 71 |
| 4.6.1 | Rayon Spectral | 71 |
| 4.7 | Série des exercices | 72 |
| 5 | Les méthodes numériques à un pas | 76 |
| 5.1 | Définition les Méthodes à un pas | 76 |
| 5.2 | La méthode d'Euler | 76 |
| 5.2.1 | Exercice d'application de la méthode d'Euler | 80 |
| 5.2.2 | Programme en Matlab de la méthode d'Euler | 81 |
| 5.3 | Méthode d'Euler modifier | 82 |
| 5.3.1 | Exercice d'application de la méthode d'Euler modifier | 82 |
| 5.3.2 | Programme en Matlab de la méthode d'Euler modifier | 83 |
| 5.4 | La méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 | 83 |
| 5.4.1 | <i>Introduction</i> | 83 |
| 5.4.2 | <i>Définition</i> | 84 |
| 5.4.3 | La formule générale de méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 | 84 |
| 5.4.4 | Précision de la méthode de Runge-Kutta 2 | 85 |
| 5.4.5 | Exercice d'application de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 . . . | 86 |
| 5.4.6 | Programme en Matlab de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 . . . | 87 |
| 5.5 | La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 | 87 |
| 5.5.1 | Précision de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 | 88 |
| 5.5.2 | Exercice d'application de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 . . . | 88 |
| 5.5.3 | Programme en Matlab de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 . . . | 89 |
| 5.6 | Étude générale des méthodes a un pas | 90 |
| 5.6.1 | Consistance : | 90 |
| 5.6.2 | La convergence | 92 |
| 5.6.3 | Stabilité : | 92 |
| 5.7 | Série des exercices | 93 |
| | Bibliographie | 95 |