
serie d'exercice 02
Rappel sur les notions de bases de probabilités

Ex. 1 Soit $a = P(A)$; $b = P(B)$ et $c = P(A \cap B)$.

1. Exprimer

$P(\bar{A})$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ en fonction de a, b et c.

2. Montrer que : $P(A \cap B) - P(A)P(B) = P(\bar{A})P(B) - P(\bar{A} \cap B) = P(A)P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B})$.

3. Montrer la formule suivante :

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

Ex. 2 Un atelier comporte 3 machines A, B et C.

Les probabilités de défaillance sont respectivement $P(A) = 0,1$; $P(B) = 0,2$; $P(C) = 0,3$.

Quelle est la probabilité d'avoir une machine en panne?

Ex. 3 Une boîte A contient 1 boule blanche et 3 boules rouge.

Une boîte B contient 5 boules blanches et 3 boules rouge.

On tire au hasard une boule de A et une boule de B, puis on les change de boîte.

(a) Quelle est la probabilité pour qu'après l'échange la boîte A ne contienne que des boules rouges?

(b) Quelle est la probabilité pour qu'après l'échange chaque boîte ait retrouvé, en nombre de boules de chaque couleur, sa composition initiale.

Ex. 4

On considère les différentes répartitions possibles des sexes des n enfants d'une famille.

Soit l'ensemble des états et soient les événements :

H : "la famille a des enfants des 2 sexes"

F : "la famille a au plus une fille".

(a) Décrire; calculer $P(H)$, $P(F)$ et $P(H \cap F)$

(b) *H et F sont-ils indépendants? (on considérera $n = 2$, $n = 3$ puis quelconque).*

Ex. 5 On prend 5 cartes au hasard dans un jeu de 32.

(a) Quelle est la probabilité qu'elles soient toutes de hauteurs différentes?

(b) Quelle est la probabilité d'avoir un full? (c'est-à-dire 2 cartes d'une même hauteur et les 3 autres cartes d'une autre même hauteur).

Ex. 6 Dans un jeu de 32 cartes, on a remplacé une autre carte que l'as de pique par un autre as de pique. Une personne prend au hasard 3 cartes du jeu.

Quelle est la probabilité qu'elle s'aperçoive de la supercherie?

Ex. 7 On lance 4 dés et on considère les éléments $A_i, i \in \{1, 2, 3, 4\}$ associés au nombre de faces distinctes obtenues.

Calculer les $P(A_i)$.

Ex. 8 10 livres discernables sont rangés sur une étagère.

Quelle est la probabilité pour que 3 livres donnés soient placés l'un à côté de l'autre?

Ex. 9 On a mélangé 10 paires de chaussettes et on choisit au hasard 4 chaussettes.

Quelle est la probabilité d'obtenir :

- (a) 2 paires?
- (b) au moins une paire?
- (c) exactement une paire?

Ex. 10 Un domino porte 2 nombres de 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, éventuellement identiques.

- (a) Combien y-a-t-il de dominos dans un jeu?
- (b) Quelle est la probabilité que 2 dominos tirés au hasard soient compatibles?
- (c) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un double parmi 5 dominos tirés au hasard?

Ex. 11 Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10. On tire 3 fois de suite une boule avec remise.

Quelle est la probabilité d'obtenir 3 nombres dans un ordre :

- (a) strictement croissant?
- (b) croissant au sens large?

Ex. 12 On compose au hasard un numéro de téléphone à 8 chiffres. Quelle est la probabilité que :

- (a) tous les chiffres soient distincts?
- (b) le produit des chiffres soit divisible par 2? Par 3?
- (c) les chiffres forment une suite strictement croissante?

Ex. 13 Un ascenseur prend 6 personnes au rez-de-chaussée d'un immeuble de 8 étages.

Quelle est la probabilité que :

- (a) 2 personnes descendent au même étage, les autres descendent chacune à des étages différents et différents du précédent?
- (b) 1 personne descende à un étage, 2 à un autre et 3 à un autre?

Ex. 14 Un sac contient 10 billes : x blanches et les autres rouges ($x \in \{2, \dots, 8\}$).

- (a) Calculer la probabilité pour que, en tirant simultanément 2 billes du sac, celles-ci soient les 2 de même couleur.
- (b) Quel doit être le nombre x pour que cette probabilité soit minimale et quel est ce minimum?