

Filière : **Génie Mécanique**

Spécialité : **Construction Mécanique**

Niveau : **3^{eme} année licence**

Semestre : **6**

Cours de la matière : **Transfert Thermique**

Enseignant : **Dr. Noura Belkheir**

Chapitre 1 :

Conduction de la chaleur

1.1- Introduction

Les problèmes de transmission de la chaleur ont une importance déterminante pour l'étude et le fonctionnement d'appareils tels que les générateurs de vapeur, les fours, les échangeurs, les évaporateurs, les condenseurs, etc., mais aussi pour des opérations de transformations chimiques.

Les transferts de chaleur sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température. La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température.

Nous distinguerons deux cas :

- température $T = f(x, y, z)$ indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution de la température avec le temps $T = f(x, y, z, t)$: Le régime est dit variable ou transitoire.

Dans cette partie du cours on se limite au transfert de chaleur en régime stationnaire.

1.2- Flux de chaleur

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité du flux de chaleur :

$$\varphi = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

Où dQ est la quantité de chaleur, dt unité de temps et S est l'aire de la surface (m^2).

1.3- Formulation d'un problème de transfert de chaleur

1.3.1- Bilan d'énergie

Soit un système (S) limité dans l'espace, on établit l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être

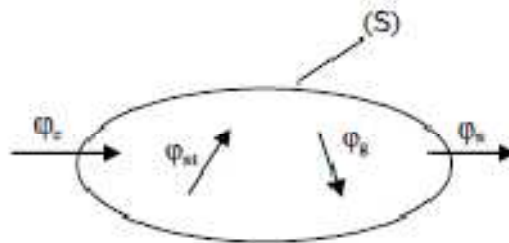


Figure 1: bilan énergétique

φ_s flux de chaleur stocké dans le système. Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps.

φ_g flux de chaleur généré dans le système. Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique

φ_e flux de chaleur entrant dans le système

φ_s flux de chaleur sortant dans le système

On applique alors le 1er principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S)

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st} \quad (2)$$

1.3.2- Expression des flux d'énergie

1.3.2.1- Conduction- Loi de Fourier

Le transfert de la chaleur par conduction est un transport de chaleur dans un milieu solide opaque. Dans les liquides et les gaz le transport de la chaleur par conduction est très souvent négligeable devant les deux autres types de transport de la chaleur à savoir la convection et le rayonnement.

Exemple : soit un mur en béton avec un gradient de température

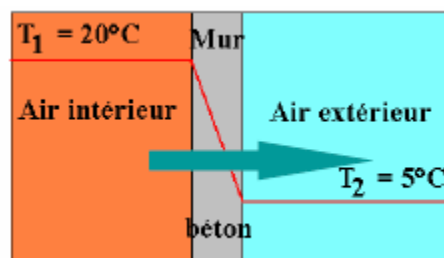


Figure 2: Schéma du transfert de chaleur par conduction

Le flux de chaleur $[W/m^2]$ transféré par conduction dans une direction donnée est proportionnel au gradient de température dans cette direction. Cette loi, dite de **Fourier**, est donc telle que le flux est égale à :

$$\vec{\varphi} = -\lambda S \vec{\text{grad}}(T)$$

Sous la forme algébrique suivant la direction ox :

$$\varphi_x = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3)$$

S est la surface d'échange et T la température au point considéré. Le coefficient de proportionnalité λ est une caractéristique physico-chimique du matériel, désignée sous le nom de conductivité $[W/m.K]$. Dans le tableau suivant sont reportées les conductivités de quelques corps solides, liquides et gazeux.

Matériau	λ ($W m^{-1} K^{-1}$)	Matériau	λ ($W m^{-1} K^{-1}$)
Chrome	449	Ardoise	2,2
Argent	419	Grès	1,8
Cuivre	386	Verre	0,78
Aluminium	204	Papier	0,48
Zinc	112	Chêne	0,17
Fer (pur)	73	Laine de verre	0,038
Acier Inox	16	Eau	0,556
Mercure	8,2	Air	0,0262

D'une façon générale, les métaux sont beaucoup plus conducteurs de la chaleur que les substances non métalliques. Les gaz sont plutôt mauvais conducteurs : le caractère isolant de la laine de verre est dû à la présence de l'air emprisonné entre les fibres.

1.3.2.2- Convection- loi de Newton

Le transfert de chaleur par convection se produit entre un solide et un fluide. Le mouvement du fluide peut résulter de la différence de masse volumique due aux différences de températures (on parle alors de convection libre ou naturelle) ou à des moyens purement mécaniques (on parle alors de convection forcée).

Lorsqu'un fluide est en écoulement, une partie du transfert de chaleur dans le fluide se fait également par conduction. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :

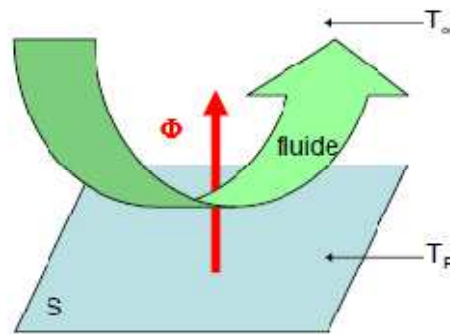


Figure 2 : Schéma du transfert de chaleur convectif

Le flux de chaleur par convection est donné par la loi de Newton :

$$\phi = h S (T_P - T_F) \quad (4)$$

Avec :

- ϕ Flux de chaleur transmis par convection (W)
- h Coefficient de transfert de chaleur par convection ($\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
- T_P Température de surface du solide ($^\circ\text{C}$)
- T_F Température du fluide loin de la surface du solide ($^\circ\text{C}$)
- S Aire de la surface de contact solide/fluide (m^2)

Remarque : La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection h est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

1.3.2.3- Rayonnement

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation :

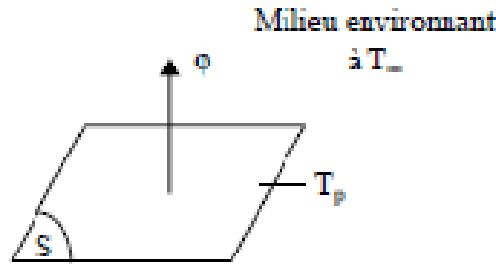


Figure 3: Schéma du transfert de chaleur par rayonnement

$$\phi = \sigma \epsilon_p S (T_p^4 - T_m^4) \quad (5)$$

Avec :

- ϕ Flux de chaleur transmis par rayonnement (W)
- σ Constante de Stefan ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)
- ϵ_p Facteur d'émission de la surface
- T_p Température de la surface (K)
- T_m Température du milieu environnant la surface (K)
- S Aire de la surface (m^2)

1.3.2.4- Flux de chaleur lié à un débit massique

Lorsqu'un débit massique $\dot{m}$ de matière entre dans le système à la température T_1 et en ressort à la température T_2 , dans le bilan on a un flux de chaleur entrant correspondant :

$$\phi_e = \dot{m} c (T_1 - T_2) \quad (6)$$

Avec :

- ϕ_e Flux de chaleur entrant dans le système (W)
- $\dot{m}$ Débit massique ($\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$)
- c Chaleur spécifique ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
- T_1, T_2 Températures d'entrée et de sortie (K)

1.4- Équation générale du bilan de transfert de chaleur

Soit un élément matériel de volume élémentaire dv . Nous devons appliquer à ce système élémentaire le bilan d'énergie en régime transitoire. Le milieu solide étant soumis à des gradients de température, l'énergie interne du point matériel va varier. Le système étant immobile, son énergie cinétique est nulle, et les variations d'énergie potentielle sont négligeables. En fait, on se limite aux variations d'énergie interne. Dans ces conditions, le bilan énergie s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U dv) = \delta q + \delta W \quad (7)$$

$U = C_p T$ c'est l'énergie interne par unité de masse δq et δW sont les débits élémentaires de chaleur et de travail fournis par le milieu extérieur au système. Le débit élémentaire de travail d'origine mécanique est nul. Le débit de chaleur δq se compose d'une part de la chaleur fournie par le milieu extérieur au système par conduction, soit δq_c , et d'autre part de la chaleur engendrée à l'intérieur du volume élémentaire (effet joule, champ électromagnétique, bombardement électronique, etc.) soit δq_e .

Avec :

$$\delta q_c = -\text{div} \phi . dv \quad \delta q_e = q_e . dv$$

δq_c Le flux de chaleur par conduction s'écrit, de manière générale, $-\lambda \text{ grad } T$, et q_e est le débit de chaleur engendré par unité de volume.

Or

$$\text{div} \phi = \text{div}(-\lambda \text{ grad } T) = -\lambda \text{div}(\text{grad } T) = -\lambda \nabla^2 T \quad (8)$$

Avec

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{en coordonnées cartésiennes}) \quad (9)$$

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \vartheta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{en coordonnées cylindriques}) \quad (10)$$

L'équation (7) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho . U . dx . dy . dz) = \lambda \nabla^2 T . dx dy dz + q_e dx dy dz$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \nabla^2 T = q_e$$

Ou encore

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{q_e}{\lambda} \quad (11)$$

avec C_p capacité calorifique massique, q_e débit de chaleur engendré par unité de volume et $\alpha = \lambda / \rho . C_p$ diffusivité thermique (m²/s).

Les grandeurs physico-chimiques λ , ρ , C_p et donc α sont supposées être, d'une part indépendantes de la température, et d'autre part, identiques dans tout le volume du solide (milieu à la fois homogène et isotrope).

1.5- Transfert unidirectionnel

1.5.1- Paroi plane

On se placera dans le cas où le transfert de chaleur est unidirectionnel, en régime stationnaire,

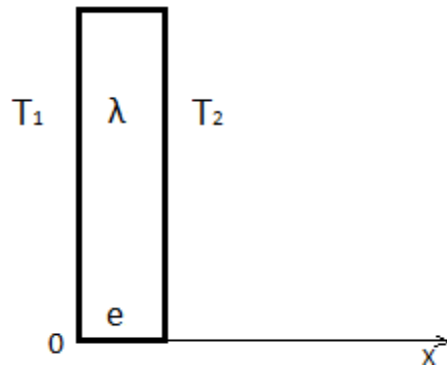
$\frac{\partial}{\partial t} = 0$ et en l'absence de source interne $q_e = 0$. L'équation générale du bilan de transfert de

chaleur devient, suivant la direction x : $\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$

D'où

$$\frac{dT}{dx} = A \quad \text{et} \quad T(x) = A . x + B$$

Les conditions limites : soit un mur d'épaisseur e dont les deux faces planes sont maintenues aux températures constantes T_1 et T_2 et λ est la conductibilité thermique du matériau constituant le mur.



Avec les conditions limites : $T(x=0) = T_1$ et $T(x=e) = T_2$

$$\text{D'où} \quad T = T_1 - \frac{x}{e}(T_1 - T_2)$$

Le profil de température est donc linéaire. La densité de flux de chaleur traversant le mur s'en déduit par la loi de Fourier :

$$\begin{aligned} \varphi &= -\lambda \frac{dT}{dx} \\ \varphi &= \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{e} \end{aligned}$$

D'où

La relation (2.7) peut également se mettre sous la forme :

$$\varphi = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e}{\lambda S}}$$

Cette relation est analogue à la loi d'Ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique. La température apparaît ainsi comme un potentiel thermique et le terme $\frac{e}{\lambda S}$ apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e , de conductivité thermique λ et de surface latérale S . On se ramène donc au schéma équivalent représenté sur la figure 2.3.

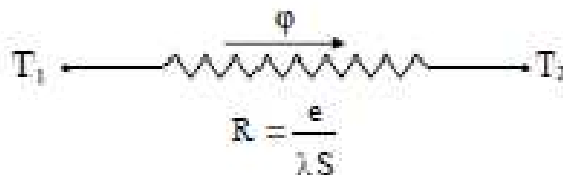
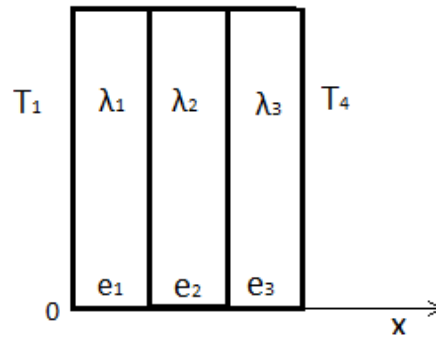


Figure 2.3 : Schéma électrique équivalent d'un mur simple

Il est facile de généraliser ce résultat à un mur composite multicouche. Si les faces extérieures de ce mur composite sont maintenues aux températures constantes T_1 et T_4 , en régime stationnaire, et en l'absence de source interne.

Le débit de chaleur transféré entre les faces planes du mur pour une surface d'échange S , est donc :



$$\phi = \frac{T_i - T_{i+1}}{\frac{e_i}{\lambda_i S}} \quad \text{pour } i=1,2,3$$

$$\phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1 S}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2 S}} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{e_3}{\lambda_3 S}}$$

$$\phi = S \cdot \frac{T_1 - T_4}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}}$$

On vérifiera aisément que les différentes valeurs $e_i / \lambda_i \cdot S$ correspondent à des résistances thermiques qui, placées en série, s'additionnent comme les résistances électriques.

1.5.2- Cylindre creux long (tube)

Soit une conduite cylindrique de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 . La paroi interne du tube est à température T_1 et la paroi externe à T_2 . Si la longueur de la conduite est grande par rapport à son diamètre, le débit de chaleur transféré par conduction dans le tube est radial. Pour une conduite de longueur L , en l'absence de source de chaleur interne, le débit de chaleur transféré par conduction sur une surface cylindrique comprise entre la surface interne et la surface externe est constant. Soit Φ ce débit.

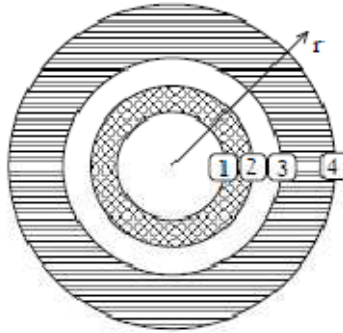
$$\phi = \phi \cdot S = \phi(2\pi \cdot r \cdot L) = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi \cdot r \cdot L$$

$$-\int_{T_1}^{T_2} 2\pi \cdot L \cdot \lambda \cdot dT = \int_{R_1}^{R_2} \phi \cdot \frac{dr}{r}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{\phi}{2\pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi \cdot L \cdot \lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

Le raisonnement développé pour le mur composite peut être reproduit pour la conduite gainée multicouche.



$$\phi = \frac{T_1 - T_4}{\frac{1}{2\pi.L.\lambda_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2\pi.L.\lambda_2} \ln \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{2\pi.L.\lambda_3} \ln \frac{R_4}{R_3}}$$

1.6- Les ailettes

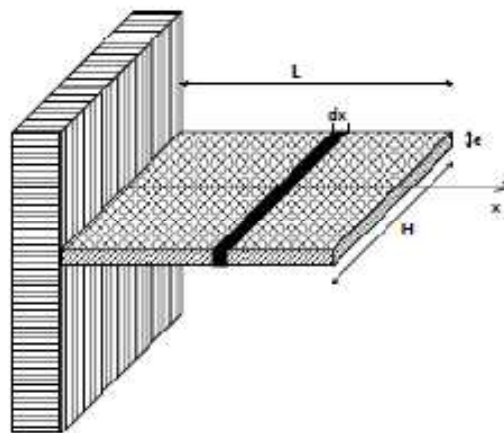
L'ailette a pour fonction d'amplifier les échanges de chaleur entre un mur plan et un fluide extérieur. Elles sont utilisées à chaque fois que des densités de flux élevées sont à transmettre dans un encombrement réduit : refroidissement de composants électroniques, refroidissement d'un moteur par air,...

Le transfert entre l'ailette et le mur se fait par conduction, alors que les échanges avec le fluide extérieur ont lieu par convection.

1.6.1- Flux extrait par une ailette

Considérons une ailette de section suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas de variation de température dans une même section droite à une distance x de l'encastrement et on suppose que T est fonction de la seule distance x par rapport au mur.

Effectuons un bilan d'énergie sur le système constitué par la portion de barre comprise entre les abscisses x et $x+dx$



:

Figure 4 : flux élémentaires sur une ailette encastree

On pose :

T_F température du fluide extérieur

T_0 température du mur, et donc de l'ailette en $x = 0$

λ conductivité thermique de l'ailette

h coefficient d'échange moyen entre l'ailette et l'air

Considérons le petit volume en forme de parallélépipède de largeur H , d'épaisseur e et de longueur dx :

- Il reçoit de la chaleur par conduction, du côté du mur, sur une surface $S = H \cdot e$.
- Il cède de la chaleur par conduction par la face opposée, sur la même surface S .
- Il cède de la chaleur par convection sur une surface $S = P \cdot dx$ où $P = 2(H + e)$ est le périmètre.

Sur ce petit volume, le bilan d'énergie s'écrit : $\varphi_x = \varphi_{x+dx} + \varphi_c$

$$\varphi_x \cdot S - \varphi_{x+dx} \cdot S - h \cdot S \cdot (T_x - T_F) = 0$$

Avec :

- φ_x Flux de chaleur transmis par conduction à l'abscisse x $\varphi_x = -\lambda \frac{dT_x}{dx}$
- φ_{x+dx} Flux de chaleur sortant par conduction à l'abscisse $x+dx$ $\varphi_{x+dx} = \varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} dx$
- φ_c Flux de chaleur transmis par convection à la périphérie de la barre entre x et $x+dx$
 $\varphi_c = h p dx (T_x - T_F)$.

On a :

$$\varphi_{x+dx} = \varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} dx \quad \text{et} \quad \varphi_x = -\lambda \frac{dT_x}{dx}$$

Soit

$$\varphi_x - \varphi_{x+dx} = -\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} dx \quad \text{et} \quad \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} = -\lambda \frac{d^2 T_x}{dx^2}$$

Ce qui donne :

$$\lambda S \frac{dT^2}{dx^2} dx - h \cdot P \cdot dx (T_x - T_F) = 0$$

$$\frac{dT^2}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda S} (T_x - T_F) = 0$$

Posons :

$$\theta = T - T_F \quad \text{et} \quad D = \sqrt{\frac{\lambda S}{hP}} \quad \text{et} \quad X = \frac{x}{D}$$

L' équation devient finalement :

$$\frac{d\theta^2}{dx^2} - \theta = 0$$

La solution de l'équation différentielle du second ordre est du type :

$$\theta = A \cdot \text{ch}(X) + B \cdot \text{sh}(X) \quad \text{ou encore} \quad \theta = A \exp(\omega x) + B \exp(-\omega x)$$

On détermine A et B à partir des conditions aux limites :

- $x = 0$ donne $X = 0$ et $\theta = T_0 - T_F = \theta_0$ donc $A = \theta_0$
- $x = L$ donne $X = L/D$ et $d\theta/dx = 0$ (en négligeant la transmission de chaleur en bout d'ailette)

soit :

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=\frac{L}{D}} = \theta_0 \text{sh} \frac{L}{D} + B \text{ch} \frac{L}{D} = 0$$

La distribution de température s'écrit alors :

$$\theta = \theta_0 \left(\text{ch} X - \frac{\text{sh} \frac{L}{D}}{\text{ch} \frac{L}{D}} \text{sh} X \right) = \theta_0 \frac{\text{ch} \left(\frac{L}{D} - X \right)}{\text{ch} L/D}$$

$$T = T_F + (T_0 - T_F) \frac{\text{ch} \left(\frac{L}{D} - X \right)}{\text{ch} L/D}$$

La température à l'extrémité ($x = L$) s'écrit :

$$T_L = T_F + \frac{T_0 - T_F}{\text{ch} L/D}$$

Le flux de chaleur à l'intérieur de l'ailette, pour $x = 0$ est donné par :

$$\varphi_0 = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda S \frac{T_0 - T_F}{D} \left(\frac{\text{sh} \frac{L-X}{D}}{\text{ch} \frac{L}{D}} \right)_{x=0}$$

$$\theta_0 = \frac{\lambda S}{D} (T_0 - T_F) \text{th} \frac{L}{D} = \sqrt{\lambda S h P} (T_0 - T_F) \text{th} \left(L \sqrt{\frac{h P}{\lambda S}} \right)$$

1.6.2- rendement d'une ailette

Le rendement d'une ailette est défini comme étant le rapport entre la chaleur réellement transmise à travers l'ailette et la chaleur qui serait transmise par convection à partir de la surface de base de la tige, si l'ailette était supprimée.

$$\eta=\frac{\frac{\lambda.S}{D}(T_0-T_F).th\frac{L}{D}}{h.S.(T_0-T_F)}$$

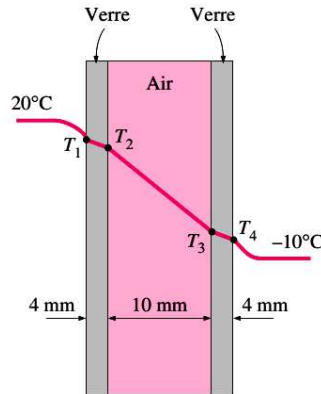
$$\frac{1}{D}=\sqrt{\frac{h.P}{\lambda.S}}$$

$$\eta=\sqrt{P.\lambda/S.h}.th\left(L.\sqrt{\frac{h.P}{\lambda.S}}\right)$$

Série 01 : Conduction

Exercice N° 01 :

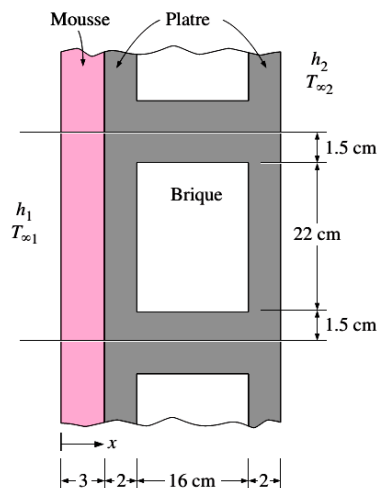
Considérons une fenêtre à double vitrage d'une hauteur de 0,8 m et d'une largeur de 1,5 m, composée de deux couches de verre d'épaisseur 4 mm ($\lambda = 0,78 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$), séparées par une espace d'air stagnant d'une largeur de 10 mm ($\lambda = 0,026 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$).



- 1- Déterminez le flux de chaleur à travers la fenêtre à simple vitrage et double vitrage
- 2- Déterminez les températures T_2 et T_3 , sachant que la chambre est maintenue à 20°C tandis que la température à l'extérieur est de -10°C .

Exercice N° 02 :

Un mur d'une hauteur de 3 m et d'une largeur de 5 m est constitué de briques horizontales de 16 cm de large et d'une section transversale de 22 cm ($\lambda = 0,72 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$) séparées par des couches de plâtre de 3 cm d'épaisseur ($\lambda = 0,22 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$).

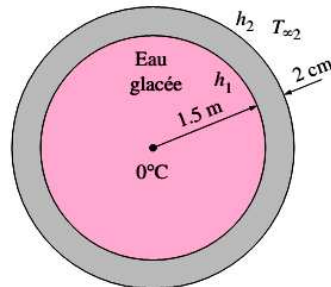


Il existe également des couches de plâtre de 2 cm d'épaisseur de chaque côté de la brique et une mousse rigide de 3 cm d'épaisseur ($\lambda = 0,026 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$) du côté intérieur du mur, comme illustré à la figure. Les températures intérieure et extérieure sont 20°C et -10°C . En supposant un transfert de chaleur unidimensionnel.

- 1- déterminez le flux de chaleur à travers le mur.

Exercice N° 03 :

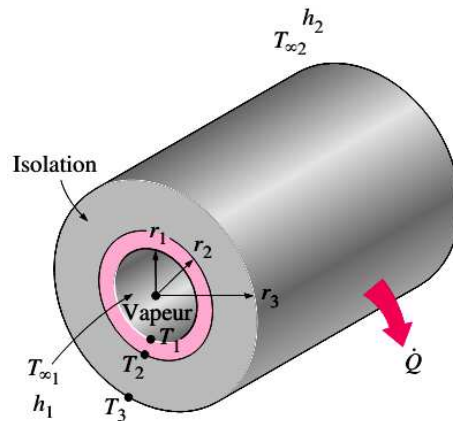
Un réservoir sphérique en acier inoxydable d'un diamètre intérieur de 3 m et d'une épaisseur de 2 cm ($\lambda = 15 \text{ W/ m } ^\circ\text{C}$) est utilisé pour stocker de l'eau glacée à $T_{\infty 1} = 0^\circ\text{C}$. La paroi intérieure est donc à une température de 0°C . Le réservoir est situé dans une chambre dont la température est $T_{\infty 2} = 22^\circ\text{C}$. Les murs de la chambre sont également à 22°C .



- 1- Déterminez le flux de chaleur vers l'eau glacée dans le réservoir si la température de la surface extérieure du réservoir égale 4°C ,
- 2- Déterminez la quantité de glace à 0°C qui fond au cours d'une période de 24 heures.
On donne : $L_f = 333.7 \text{ KJ/Kg}$.

Exercice N° 04:

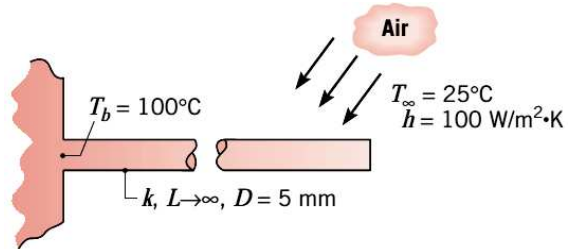
La vapeur à $T_{\infty 1} = 320^\circ\text{C}$ circule dans un tuyau en fonte ($\lambda = 80 \text{ W/ m } ^\circ\text{C}$) dont les diamètres intérieur et extérieur sont respectivement de $D_1 = 5 \text{ cm}$ et $D_2 = 5,5 \text{ cm}$. Le tuyau est recouvert d'une isolation en laine de verre de 3 cm d'épaisseur avec $\lambda = 0,05 \text{ W/ m } ^\circ\text{C}$. La chaleur est dissipée dans les environs à $T_{\infty 2} = 5^\circ\text{C}$ par convection



- 1- Déterminer le flux de chaleur perdu de la vapeur par unité de longueur du tuyau
- 2- calculer les chutes de température à travers la tôle du tuyau et l'isolant.

Exercice N° 05 :

Une très longue tige en cuivre ($\lambda=398\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$) et d'un diamètre de 5 mm à une extrémité maintenue à 100°C . La surface de la tige est exposée à l'air ambiant à 25°C avec un coefficient de transfert de chaleur par convection de $100\text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. on néglige les pertes thermiques au bout de l'ailette.



1. Déterminez les distributions de température le long de tiges construites en cuivre pur, en alliage d'aluminium et en acier inoxydable.
2. Quelles sont les pertes de chaleur.