جامعة الجيلالي بونعامة بخميس مليانة

معهد العلوم الاقتصادية　　السنة الأولى LMD　　الفروع 1، 2، 3　　(2015/14)

الرياضيات 1　　: 1_{30} سا　　2015-01-10

EMD 01

الفرع: ...... الفوج: .... الاسم واللقب: .... رقم البطاقة: ....

ضع إشارة (×) في الخانة التي تُعبر عن الإجابة الصحيحة، أو أكمل الفراغات بإجابات صحيحة

تمرين **1** [2.5]

- f **دالة معرفة على $\mathbf{R}$ بالشكل :** $f(x)=\dfrac{e^{4x^2-1}}{e^{2x-1}}$

من أجل كل x من $\mathbf{R}$: $f(x)=e^{2x+1}$ ☐ ، $f'(x)=f(x)$ ☐ ، f متناقصة على $]-\infty,0]$ ☐

- f **دالة معرفة على $\mathbf{R}^*$ بالشكل :** $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{x}$

$\lim_{x\to 0} f(x)=\infty$ ☐ ، $\lim_{x\to 0} f(x)=1$ ☐ ، $\lim_{x\to 0} f(x)=0$ ☐

- f **دالة معرفة على $\mathbf{R}$ بالشكل :** $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+x)}{x} & , x\neq 0\\ 1 & , x=0\end{cases}$

الدالة f مستمرة عند 1 ☐ ، الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1 ☐ ، f تقبل الاشتقاق على $\mathbf{R}$ ☐

- f **دالة معرفة على $\mathbf{R}$ بالشكل :** $f(x)=\ln(5+e^{-x})+\dfrac{3}{4}x$

من أجل كل x من $\mathbf{R}$: $f(x)=\ln(5e^{x}-1)-\dfrac{1}{4}x$ ☐ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ☐ ، f متزايدة على $\mathbf{R}$ ☐

- **حقق نظرية التزايدات المنتهية على الدالة** $f(x)=1-e^{-x}$ **في المجال** $[-1;+1]$

....

....

....

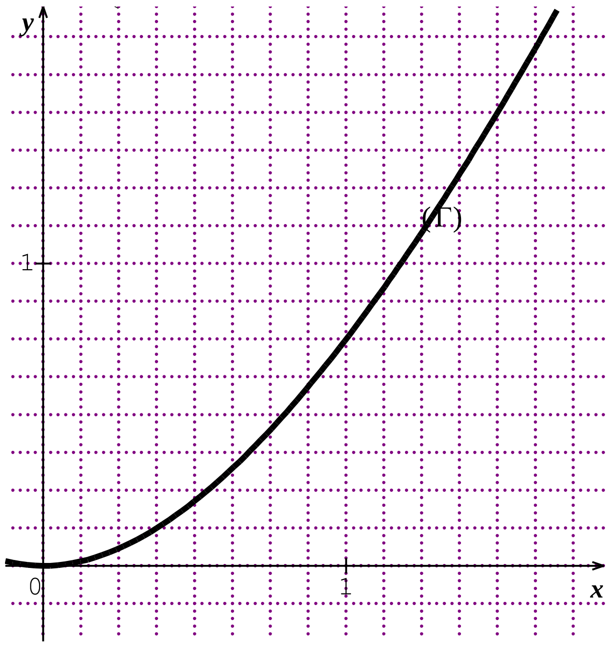
....

....

تمرين **2** [7]

أ) • نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x^2}{x+3}$

يرمز (Γ) لتمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. كما هو مبين في الشكل أدناه:



- أحسب المشتقة $f'(x)$ ، واستنتج بأن f متزايدة على $]0;+\infty[$.

....

....

....

....

(Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$. عين نقطتي تقاطع (Γ) مع (Δ). أرسم (Δ).

....

....

....

....

ب) • نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbf{N}$ ، بالشكل:
$$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{3u_n^2}{u_n+3} \quad , n\geq 0 \end{cases}$$

- أحسب الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 . ما هي النهايات الممكنة للمتتالية (u_n) ؟

....

....

....

....

- استخدم البيان (Γ) والمستقيم (Δ) لتحديد النقط من (Γ) : A_0، A_1، A_2، A_3 ذات الفواصل u_0 ، u_1، u_2 ، u_3 ، على الترتيب.

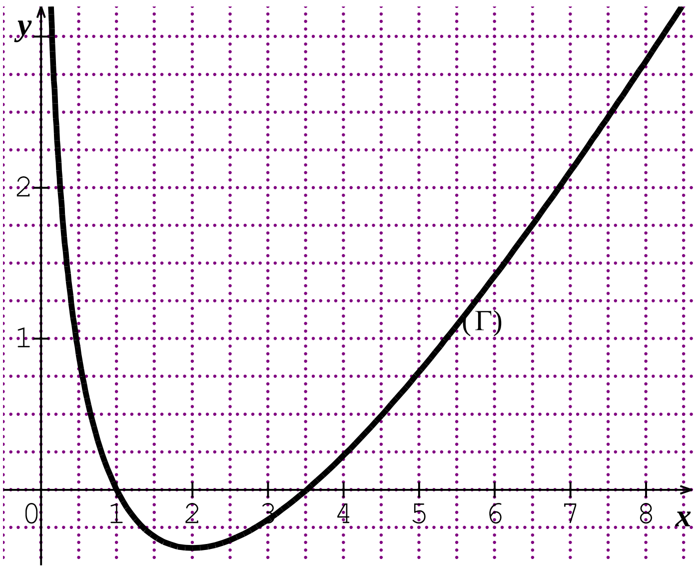
– برهن بأنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون لدينا $0 < u_n \leq 1$.

– بين أن المتتالية (u_n) متناقصة، استنتج بأنها متقاربة . ما هي نهايتها ؟

تمرين **3** [6]

أ) • نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - 2\ln x$

يرمز (Γ) لتمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. كما هو مبين في الشكل أدناه:



– بين أن (Γ) يقبل فرعا لانهائيا عند $+\infty$ باتجاه مستقيم مائل (Δ)، يُطلب تعيين معادلة له. أرسم (Δ) .

ب) • نضع
$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + x - 2x\ln x \;, & x > 0 \\ 0 \;, & x = 0 \end{cases}$$

– أدرس استمرارية الدالة F عن يمين $x_0 = 0$. ثم أحسب $\lim_{x \to 0^+} \frac{F(x) - F(0)}{x}$. ماذا تستنتج ؟

- ليكن α من المجال $]0;1[$. أحسب $F(\alpha)=\int_{\alpha}^{1} f(x)\,dx$. ما هي النهاية $\lim_{\alpha\to 0^+} F(\alpha)$ ؟

تمرين **4** $[4.5]$

- لتكن المعادلة التفاضلية: $y'(x)+y(x)=(x+1)e^{-x} \quad \ldots (1)$

المعادلة التفاضلية المتجانسة المرفقة بـ(1) هي : $y'(x)+y(x)=0 \quad \ldots (2)$ صحيح ☐ ، خطأ ☐.

الحل العام y_1 للمعادلة التفاضلية المتجانسة المرفقة بـ(1) هو: $y_1=c\cdot e^{-x}$ (c من $\mathbf{R}$) صحيح ☐ ، خطأ ☐

- أوجد بطريقة تغيير الثابت حلا خاصا y_2 للمعادلة (1)

- الحل العام y للمعادلة (1) : $y=y_1+y_2=$ ....

- الحل الخاص y_3 للمعادلة (1) الذي يحقق لشرط الابتدائي $y(0)=1$:

- تشكيل المعادلة التفاضلية التي تقبل الدالة $z(x)=\left(\frac{1}{2}x^2+x+c\right)\cdot e^{-x}$ حلا لها. (c ثابت اختياري حقيقي)