

Chapitre 2 : Traction et Compression Simples

Dr. BOUARICHA Leyla

Université Djilali Bounaama de Khemis Miliana

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Technologie

émail : l.bouaricha@univ-dbkm.dz

2.0 Avril 2022

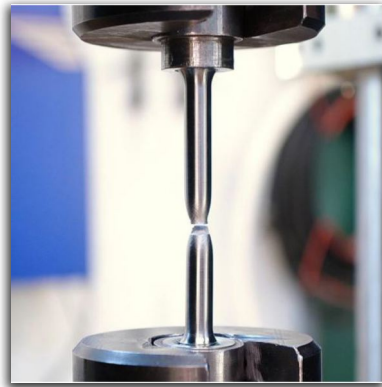
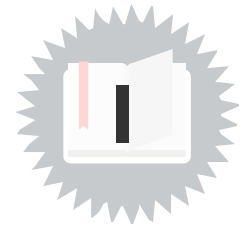


Table des matières

I - Objectifs	3
II - Pré-requis	4
III - Introduction	5
IV - Définitions	6
V - Contrainte normale	7
VI - Diagramme de l'effort normal (DEN)	9
VII - Courbe contrainte - déformation	10
VIII - Condition de résistance	12
IX - Loi de déformation élastique	14
X - Exercice : Choisir la bonne réponse	16
XI - Série d'exercices N°2	17
XII - Activité d'auto-évaluation	18
Abréviations	19
Références	20

Objectifs



- Déterminer la répartition des contraintes dans une section de poutre sollicitée à la traction.
- Vérifier la condition de résistance et de rigidité pour une poutre sollicitée à la traction.
- Dimensionner une poutre sollicitée à la traction.

Pré-requis



Pour pouvoir suivre ce chapitre, l'étudiant a besoin d'avoir des connaissances sur :

- Torseur de cohésion.
- Contrainte normale.

Introduction



La traction ou compression correspond à des forces s'exerçant perpendiculairement aux sections des pièces; elle est dite uni-axiale car les côtés de la pièce ne sont pas contraints, toutes les forces sont sur un même axe.

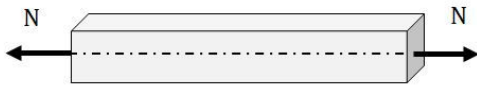
[cf. Essai traction simple]

Ce vidéo présente l'expérience de la traction Simple.

Définitions

Soit une barre rectiligne sollicitée par deux forces égales et directement opposées agissant suivant sa fibre moyenne est soumise à un effort normal (Fig. 2.1). Cet effort est dit:

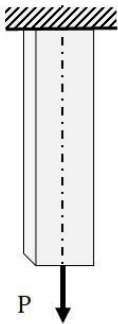
- un effort de traction simple si les forces tendent à allonger la barre,
- un effort de compression simple si les forces tendent à raccourcir la barre.



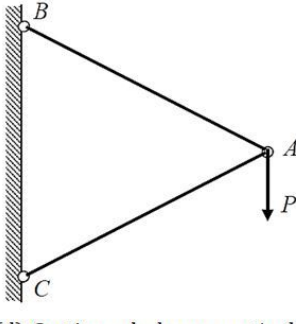
(a) Barre en Traction



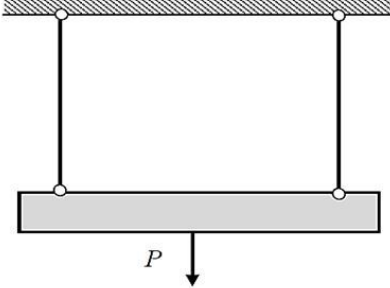
(b) Barre en Compression



(c) Barre en Traction



(d) Système de barres articulées. La barre AB est tendue et la barre AC est comprimée



(e) Les deux câbles maintenant la barre transversale subissent une traction

Figure 2.1 : Exemples de structures dont certains éléments sont en traction ou compression

Contrainte normale



On considère une barre rectiligne, de section S liée à un massif fixe à son extrémité supérieure (Fig. 2.2-a). A l'autre extrémité, elle est soumise à l'action d'une force N suivant son axe.

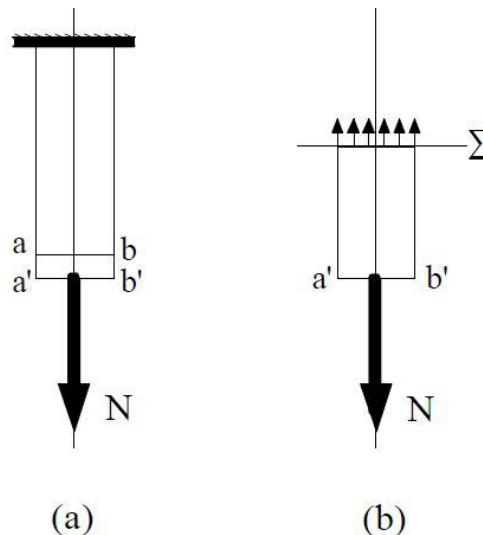


Figure 2.2- Barre encastrée sollicitée en traction.

D'après le principe de l'action et de la réaction, le massif exerce une force de réaction égale et opposée à N . La barre est alors soumise à un effort normal. Sa base $-ab-$ se déplace alors parallèlement à elle-même pour venir en $-a'b'-$. Toutes les fibres ont subi, si l'effort est un effort de traction, le même allongement (hypothèse de Navier-Bernoulli: les sections droites restent planes et perpendiculaires à l'axe) et supportent donc la même tension.

Imaginons qu'on coupe la barre par un plan Σ perpendiculaire à l'axe de la pièce. Pour maintenir le tronçon inférieur en équilibre, il faut placer dans Σ une force intérieure égale et opposée à N .

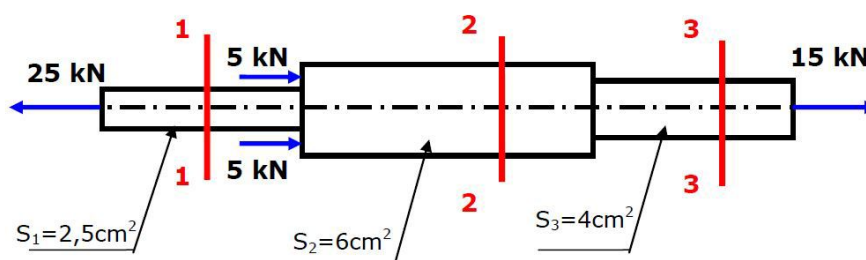
$$\sigma = \frac{N}{S} \quad (1)$$

σ est appelé contrainte normale. Elle représente l'intensité de l'effort normal par unité de surface. σ se mesure en (N/m^2) ou Pascal (Pa).

Exemple 1



Soit la barre schématisée par la figure ci-dessous. Calculer les contraintes au niveau des sections 1-1, 2-2 et 3-3. *

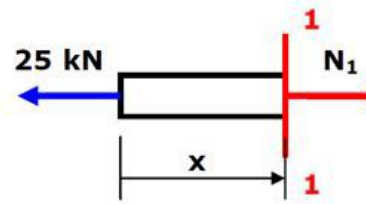


Solution

Section 1-1

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_1 = 25 \text{ kN}$$

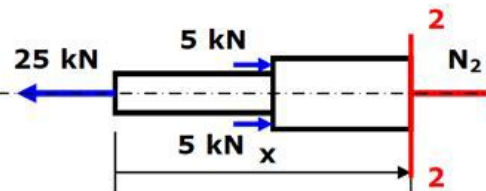
$$\sigma_{1-1} = \frac{N_1}{S_1} = \frac{25}{2,5} = 10 \text{ kN/cm}^2 = 100 \text{ MPa}$$



Section 2-2

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_2 = 15 \text{ kN}$$

$$\sigma_{2-2} = \frac{N_2}{S_2} = \frac{15}{6} = 2,5 \text{ kN/cm}^2 = 25 \text{ MPa}$$



Section 3-3

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_3 = 15 \text{ kN}$$

$$\sigma_{3-3} = \frac{N_3}{S_3} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ kN/cm}^2 = 37,5 \text{ MPa}$$

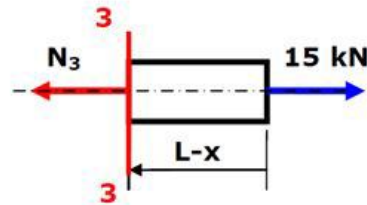


Diagramme de l'effort normal (DEN)

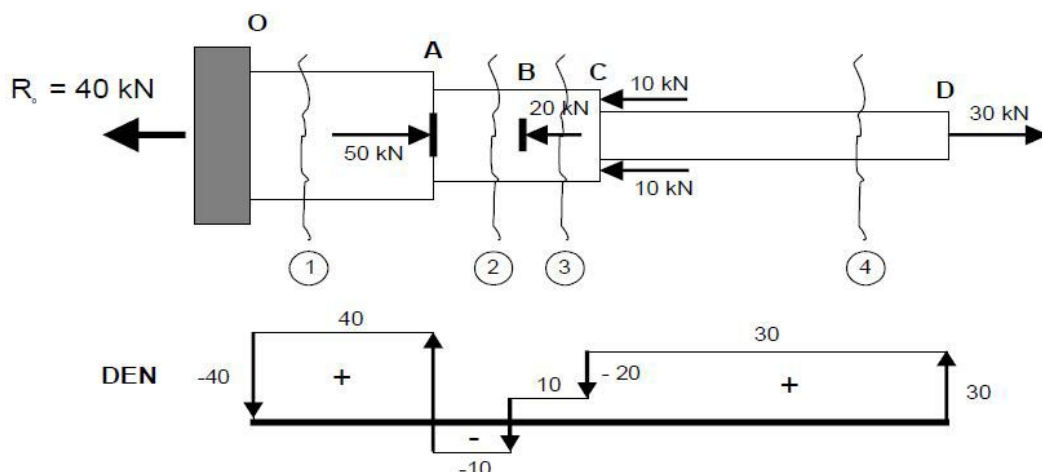


- Le diagramme de l'effort normal (DEN) donne la valeur de l'effort normal dans toutes les sections perpendiculaires à la membrure à l'étude.
- L'effort normal dans une section est la résultante des charges axiales s'exerçant sur la section.
- Le DEN * est obtenu par la méthode des sections en effectuant une coupe suivant l'entrée de chaque force concentrée et, au début et à la fin ainsi qu'au minimum et au maximum (s'il y a lieu) de chaque charge répartie.

• Exemple avec des forces concentrées

? Exemple

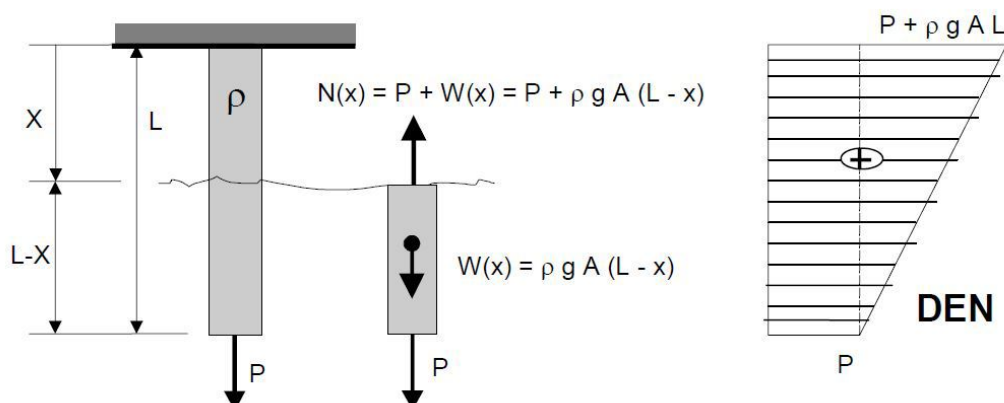
La figure ci-dessous schématise le DEN* tout au long d'une barre dans le cas où les efforts axiaux sont concentrés.



• Exemple avec une charge répartie (poids de l'élément)

? Exemple

La figure ci-dessous schématise le DEN* tout au long d'une barre soumise à son poids propre.



Courbe contrainte - déformation

La courbe contrainte déformation est une courbe caractérisant le matériau. Elle est obtenue empiriquement d'une expérience de traction effectuée sur une barre de section constante. Lors de cette expérience l'effort normal est augmenté progressivement provoquant l'allongement de la barre. A chaque incrément d'effort, la contrainte normale et la déformation de la barre sont portées sur une courbe. Cette opération est effectuée régulièrement jusqu'à la rupture de la barre. La courbe ainsi obtenue est la courbe contrainte - déformation du matériau. Elle a généralement (de manière simplifiée) l'allure montrée sur la figure 2.3.

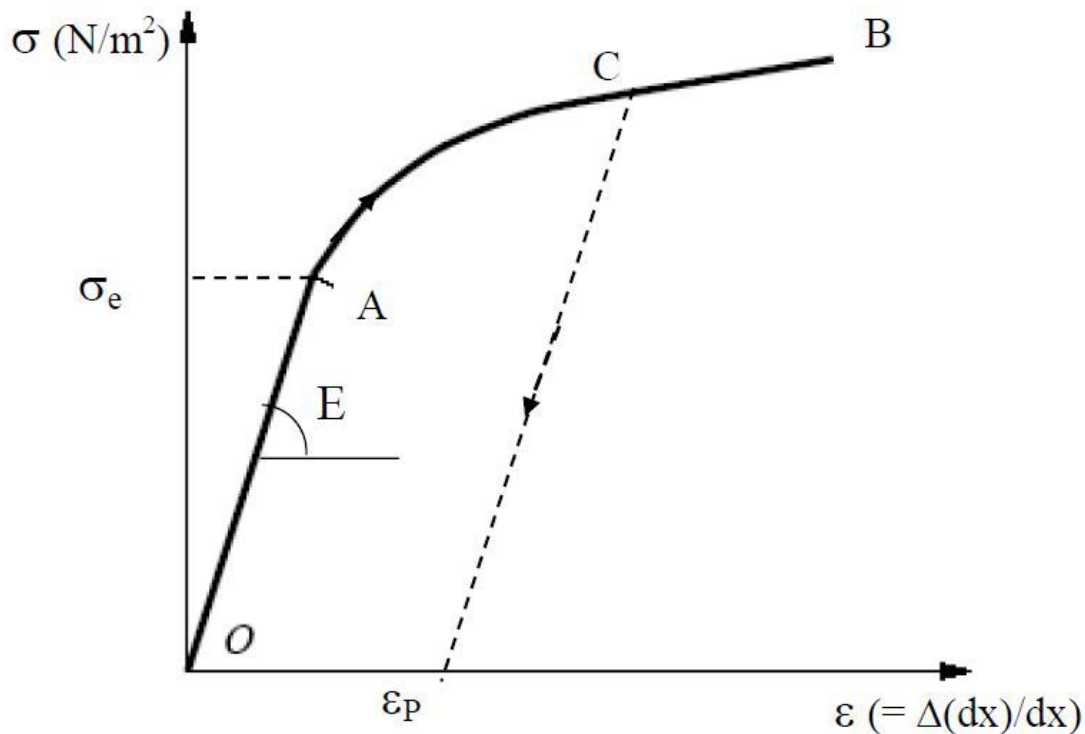


Figure 2.3- Courbe contrainte - déformation de traction.

La partie (OA) est **la partie élastique**. La limite élastique n'est pas atteinte. La barre reprend sa forme initiale si l'expérience est interrompue dans cette zone. Dans ce cas l'élasticité est linéaire ((OA) est une droite). La pente E de la droite (OA) est appelée module d'élasticité linéaire ou module de Young (tableau 2.1). Il représente le rapport entre la contrainte et la déformation ϵ dans la zone élastique. La relation entre la contrainte et la déformation dans la zone élastique est donnée par la loi de Hooke:

$$\sigma = E\epsilon \tag{2}$$

La partie (AB) est **la partie plastique**. La limite élastique est dépassée. Si l'expérience est interrompue (point C), la barre ne reprend pas sa forme initiale. Le chemin de décharge est, de manière simplifiée parallèle à la droite (OA). Lorsque l'effort appliqué s'annule, il persiste une déformation résiduelle ϵ_p qui ne disparaît plus.

Matériau	Acier	Béton	Aluminium
E (daN/mm ²)	21000	2000	7000

Tableau 2.1: Ordres de grandeur du module de Young (E)



Condition de résistance

Pour vérifier la condition de résistance d'une pièce sollicitée en traction ou en compression, on doit s'assurer que:

$$\sigma \leq [\sigma] \quad (3)$$

Où $[\sigma]$ est la contrainte admissible pour le matériau étudié. Elle est donnée par l'expression:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_e}{n} \quad (4)$$

Où σ_e est la limite élastique en traction et n un coefficient de sécurité ($n > 1$).

• Limite élastique

Pour tous les matériaux homogènes et isotropes la limite élastique en traction σ_e est égale à la limite élastique en compression σ_{ec} . On les désigne alors simplement σ_e (limite élastique). C'est le cas des aciers.

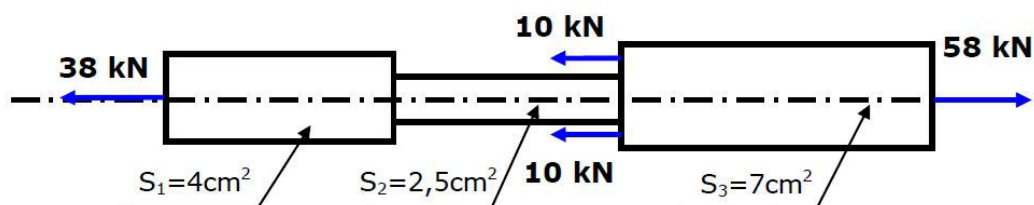
• Coefficient de sécurité

Le coefficient de sécurité vaut 1,5 à 2 pour un plancher, 2 à 3 pour une charpente, 10 à 12 pour ascenseurs et câbles.

Exemple 2.2

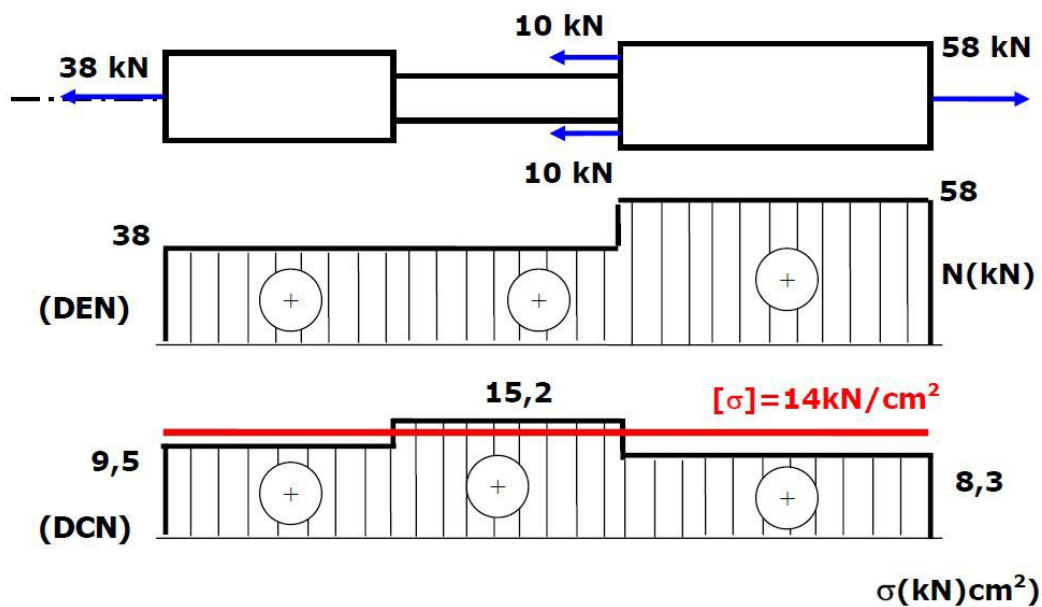
? Exemple

Vérifier la résistance de la barre métallique schématisée par la figure ci-dessous, sachant que $[\sigma] = 14 \text{ kN/cm}^2$.



• **Solution de l'exemple 2.2**

Nous traçons le Diagramme de l'Effort Normal (DEN) et nous déduisons le Diagramme de la Contrainte Normale (DCN*) puis nous reportons dessus la valeur de la contrainte admissible du matériau:



 **Remarque**

Nous remarquons que la contrainte maximale est égale à $15,2 \text{ kN/cm}^2$ et elle est supérieure à la contrainte admissible, d'où la barre ne résiste pas à la traction.



Loi de déformation élastique

On considère une barre de longueur initiale L soumise à un effort normal N . Une portion de longueur dx de la barre subit une variation de longueur $du=\Delta(dx)$ (Fig. 2.4).

On appelle déformation longitudinale dans la section d'abscisse x la quantité adimensionnelle:

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dx)}{dx} \quad (5)$$

$$\Delta(dx) = \varepsilon dx \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{ES} \quad (7)$$

Ainsi $\Delta(dx)$ vaut

$$\Delta(dx) = \frac{N}{ES} dx \quad (8)$$

et la déformation totale de la barre est donc

$$\Delta L = \int_0^L \Delta(dx) = \int_0^L \frac{N}{ES} dx \quad (9)$$

Remarque

• **Cas particulier** : Pour une barre homogène de section constante, si N est constant (Fig. 2.5), l'allongement absolu s'écrit:

$$\Delta L = \frac{NL}{ES} \quad (10)$$

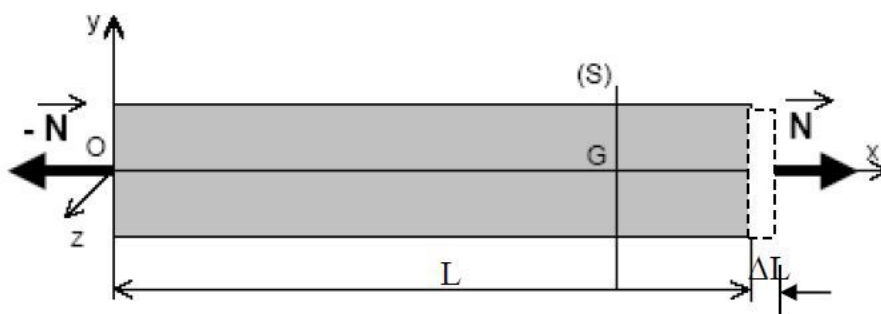


Figure 2.5- Barre homogène soumise à un effort de traction.

Revenons à l'équation, on a la relation

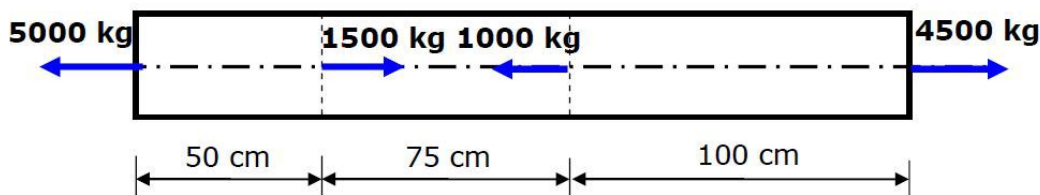
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (10)$$

qui exprime la déformation (ou l'allongement) relative. ΔL est la déformation absolue.

• **Exemple 2.3**

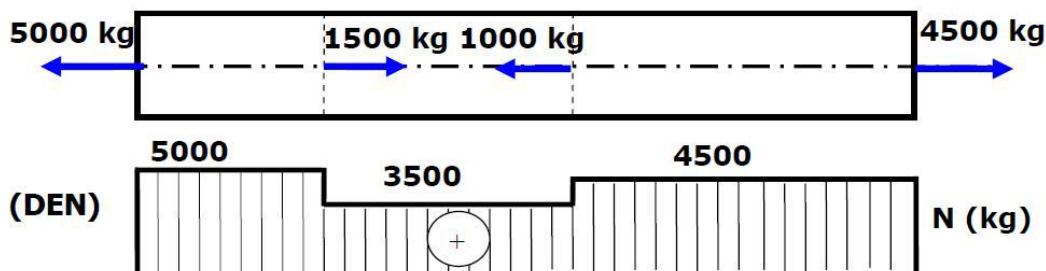
? Exemple

Déterminer l'allongement total de la barre métallique, sollicitée comme le montre la figure ci-dessous, sachant que le module de Young $E = 2,1106 \text{ kg/cm}^2$. La section de la barre est constante et vaut 5 cm^2 .*



• **Solution de l'exemple 2.3**

Le DEN^* est montré sur la figure ci-dessous:



$$\begin{aligned} \Delta L &= \int_0^L \frac{N}{ES} dx = \int_0^{L_1} \frac{N_1}{ES_1} dx + \int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{N_2}{ES_2} dx + \int_{L_1+L_2}^L \frac{N_3}{ES_3} dx \\ &= \frac{N_1 L_1}{ES_1} + \frac{N_2 L_2}{ES_2} + \frac{N_3 L_3}{ES_3} \\ &= \frac{1}{E} \sum_{i=1}^3 \frac{N_i L_i}{S_i} \end{aligned}$$

$$\Delta L = \frac{1}{2,1 \cdot 10^6 \times 5} (5000 \times 50 + 3500 \times 75 + 4500 \times 100)$$

Ainsi, l'allongement total de la barre est

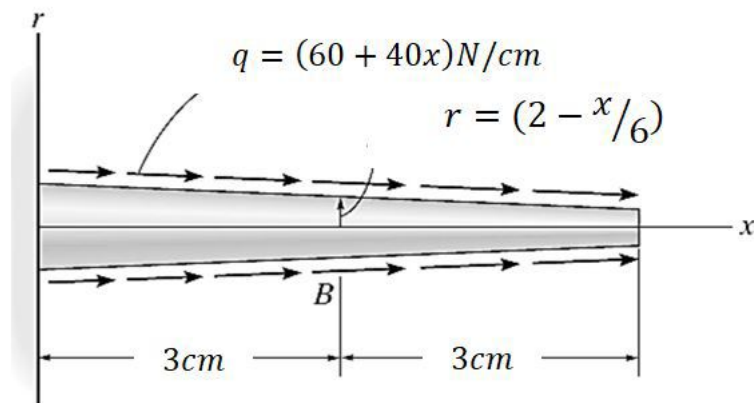
$$\Delta L = 0,092 \text{ cm}$$

Exercice : Choisir la bonne réponse



La tige conique a un rayon variant linéairement $r = (2 - x/6)$. Elle est soumise à un chargement réparti $q = (60 + 40x)$ N/cm.

Déterminer la contrainte normale moyenne au centre de la tige, point B.



- $\sigma = 100$ N/cm²
- $\sigma = 102$ N/cm²
- $\sigma = 105$ N/cm²
- $\sigma = 108$ N/cm²

Série d'exercices N°2



[cf. TDN°2_Chap2_RDM_2021-2022]

Activité d'auto-évaluation



Exercice 1 : Répondre en cochant la bonne réponse

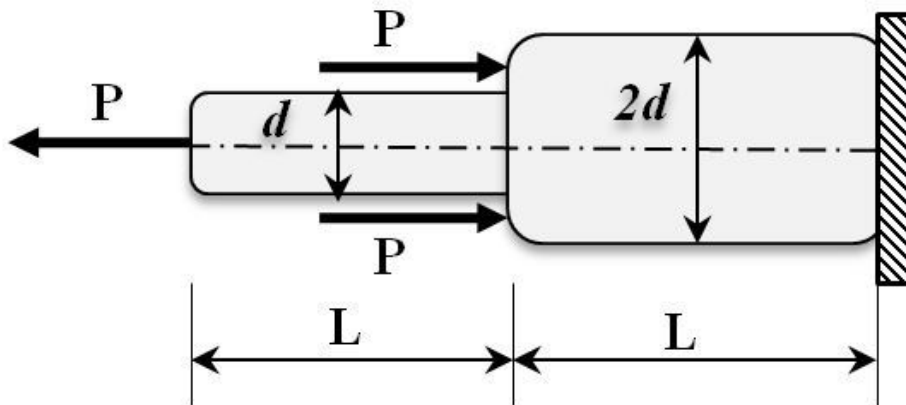
Pour qu'une poutre résiste en toute sécurité à la Traction/compression, il faut que :

- $\sigma_{max} \leq \sigma_{admissible}$
- $\sigma_{max} = 0$
- $\sigma_{max} > \sigma_{admissible}$

Exercice 2 : Choisir la bonne réponse

Deux barres cylindriques en acier, sont reliées ensemble, comme la montre la figure ci-dessous. Le système entier est encastré à son extrémité inférieure et sollicité par l'effort P ($P=1256 \text{ kg}$).

Déterminer la valeur du diamètre d, si la contrainte admissible du matériau constituant chacune des deux barres est égale à 16 kN/cm^2 .



- $d \geq 0,5 \text{ cm}^2$
- $d \geq 1 \text{ cm}^2$
- $d \geq 1,5 \text{ cm}^2$

Abréviations



DCN : Diagramme de la Contrainte Normale

DEN : Diagramme de l'effort normal

Références



HARICHANE, 2015 Polycopié de Résistance des Matériaux Réalisé par Professeur Zamila HARICHANE, Mars 2015