

1. Rayonnement du corps noir

1.1. Définition

Un corps noir est un corps qui absorbe intégralement tout rayonnement frappant sa surface. Une réalisation satisfaisante consiste à aménager un trou dans une enceinte fermée dont le revêtement intérieur absorbe et diffuse la lumière qu'il reçoit : un rayon lumineux atteignant la surface, pénètre dans l'enceinte et y subit une suite de réflexions plus ou moins diffusantes telles qu'une très faible fraction de l'énergie lumineuse incidente puisse ressortir vers l'extérieur, le corps noir se comporte donc comme un absorbant parfait

(fig. 1.1).

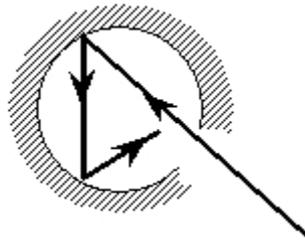


Figure 1.1 : Réalisation pratique d'un corps noir

1.2. Faits expérimentaux et interprétation classique

Chauffé à haute température, le corps noir émet de la lumière à toutes les longueurs d'onde. Si l'on porte en fonction de la longueur d'onde, la densité d'énergie radiative (fig. 1.2), on obtient une courbe régulière tendant vers zéro pour les grandes et pour les faibles longueurs d'onde et présentant un maximum pour une longueur d'onde λ_M dépendant simplement de la Température suivant la loi dite de "déplacement de Wien" (1896).

$$\lambda_M T = C_0 = 0.2898 \text{ cm.K} \quad (1.1)$$

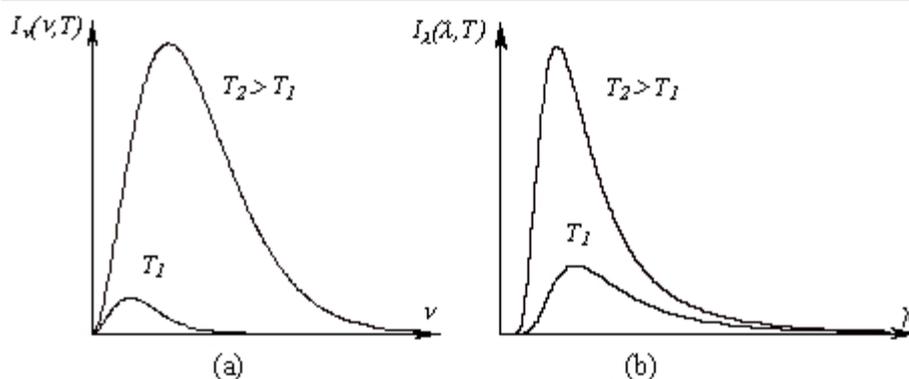


Figure 1.2 : Densité d'énergie rayonnée par le corps noir pour différentes températures
(a) en fonction de la fréquence, (b) en fonction de la longueur d'onde

Pour expliquer ces résultats, Rayleigh et Jeans, utilisant la théorie électromagnétique et la mécanique statistique, proposèrent que “le champ électromagnétique rayonné est dû à un ensemble dénombrable d’oscillateurs harmoniques linéaires qui vibrent”.

La densité d’énergie rayonnée est alors donnée par :

$$I_\nu(\nu, T) = \rho(\nu) \langle E(\nu, T) \rangle \quad (1.2)$$

où $\rho(\nu)$ représente le nombre d’oscillateurs par unité de volume et $\langle E(\nu, T) \rangle$ l’énergie moyenne de chaque oscillateur. Ces deux grandeurs sont calculables par la mécanique statistique et valent respectivement :

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad (1.3)$$

$$\langle E(\nu, T) \rangle = \frac{\int_0^\infty E e^{-E/kT} dE}{\int_0^\infty e^{-E/kT} dE} = kT \quad (1.4)$$

On aboutit ainsi à la loi de Rayleigh-Jeans

$$I_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi}{c^3} kT \nu^2 \quad (1.5)$$

Cette loi est quadratique en ν et n’est en accord avec l’expérience que pour les faibles fréquences (fig. 1.3). En outre elle est inacceptable physiquement car l’intégrale de $I_\nu(\nu, T)$ par rapport à ν diverge, ce qui conduirait à une énergie rayonnée infinie, c’est “la catastrophe de l’ultraviolet”.

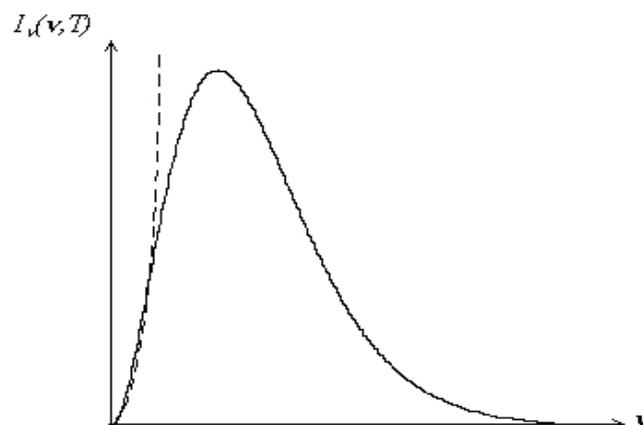


Figure 1.3 : Catastrophe de l’ultraviolet

1.3. Loi de Planck

Pour obtenir un accord avec les observations expérimentales, Planck a été amené à s'écarter de la mécanique statistique et à évaluer de façon différente l'énergie moyenne de chaque oscillateur. Le 14 Décembre 1900, il émit l'idée que :

“Les échanges d'énergie entre la matière et le rayonnement ne se font pas de façon continue mais par quantités discrètes et indivisibles.”

Plus précisément, l'énergie de chaque oscillateur est un multiple entier d'une valeur donnée ε : $E_n = n\varepsilon$.

Dans ce cas, $\langle E(\nu, T) \rangle$ se calculera simplement par :

$$\langle E(\nu, T) \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-E_n/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-E_n/kT}} = \frac{\varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-n\varepsilon/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\varepsilon/kT}} \quad (1.6)$$

en posant $\frac{\varepsilon}{kT} = x$, cette expression devient :

$$\langle E(\nu, T) \rangle = \frac{\varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} \quad (1.7)$$

Le dénominateur n'est autre que la limite d'une progression géométrique de

raison e^{-x} :

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - e^{-nx}}{1 - e^{-x}} \right) = \frac{1}{1 - e^{-x}} \quad (1.8)$$

Quant au numérateur, pour le calculer il suffit de remarquer que :

$$n e^{-nx} = -\frac{d}{dx} (e^{-nx}) \quad (1.9)$$

La série étant convergente, on a :

$$\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1 - e^{-x}} \right) = \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-x})^2} \quad (1.10)$$

De sorte que :

$$\langle E(\nu, T) \rangle = \frac{\varepsilon e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \frac{\varepsilon}{e^x - 1} = \frac{\varepsilon}{e\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1} \quad (1.11)$$

et

$$I_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{\varepsilon}{e\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1} \quad (1.12)$$

Pour que cette relation soit en accord avec l'expérience c'est à dire pour que l'on ait $\lim_{\nu \rightarrow \infty} I_\nu(\nu, T) = 0$, il faut que ε soit une fonction croissante de ν . Planck a posé $\varepsilon = h\nu$ où h est une nouvelle constante universelle appelée "**constante de Planck**". Il s'ensuit alors que :

"Les échanges d'énergie entre la matière et le rayonnement se font par quantités discrètes et indivisibles d'énergies $h\nu$ appelées quanta."
Quanta étant le pluriel latin de quantum, qui signifie "quantité."

$$I_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (1.13)$$

La recherche du maximum de $I_\nu(\nu, T)$, en fonction de ν permet, en utilisant la loi empirique de Wien (1), de déterminer la valeur de la constante de Planck qu'on trouve égale à : $h = 6,64 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$. On remarque qu'aux basses fréquences la loi de Planck redonne bien la loi de Rayleigh-Jeans et qu'aux hautes fréquences, on retrouve la décroissance exponentielle observée expérimentalement, en effet :

$$\begin{aligned} * \text{ Si } h\nu \ll kT \text{ alors } e\left(\frac{h\nu}{kT}\right) &\approx 1 + \frac{h\nu}{kT} \quad \text{soit :} \\ \langle E(\nu, T) \rangle &\approx kT \text{ et } I_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \end{aligned} \quad (1.14)$$

A la température ambiante $kt = 0.025 \text{ eV}$ ceci n'est valable que si :

$$\nu \ll 10^{13} \text{ s}^{-1} \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} * \text{ Si } h\nu \gg kT \text{ alors } e\left(\frac{h\nu}{kT}\right) &\gg 1 \quad \text{soit :} \\ \langle E(\nu, T) \rangle &\approx h\nu e\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \text{ et } I_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu e\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \end{aligned}$$

La loi de Planck peut s'exprimer également en fonction de la longueur d'onde. Elle s'écrit alors :

$$I_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \left(\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \right) \quad (1.16)$$

Cette expression est représentée par la courbe en traits pleins de la figure 1.4 et elle est en accord parfait avec l'expérience.

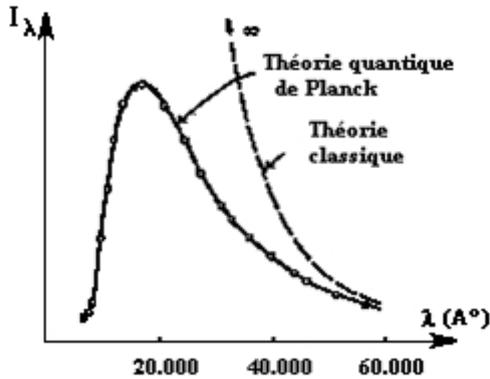


Figure 1.4 : Confrontation des théories classique et quantique du rayonnement du corps noir avec l'expérience

L'intégration de $I_{\lambda}(\lambda, T)$ par rapport à λ permet d'atteindre la puissance totale émise par le corps noir. Cette puissance est donnée par :

$$P = \frac{c}{4} \int_0^{\infty} I_{\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4 \quad (1.17)$$

où $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ S.I}$

Cette loi est connue sous le nom de "loi de Stefan" et σ est la constante de Stefan.

2. Effet photoélectrique

2.1. Faits expérimentaux

Au début du siècle, il était expérimentalement connu que lorsque de la lumière (visible ou ultraviolette) tombe sur une surface métallique, des électrons sont éjectés par cette surface. Ce phénomène peut être prévisible par la théorie classique : la lumière étant une onde électromagnétique, le champ électrique qui lui est associé peut induire une force qui s'exerce sur les électrons de la surface métallique et éjecter certains d'entre eux.

Une expérience typique fut celle de Millikan (1916) : on dispose dans une cellule transparente à la lumière ultraviolette et où règne un vide poussé, deux plaques. L'une est appelée cathode (C), et est constituée, en général, par un métal alcalin, l'autre est

métallique, et est appelée anode (A). Ces deux plaques sont reliées aux bornes d'un générateur, de sorte à établir une tension U_{AC} entre elles.

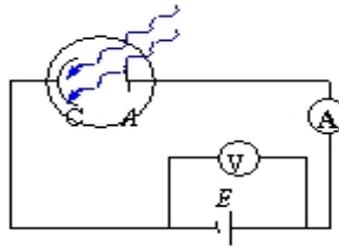


Figure 1.5: Cellule photoélectrique

Lorsqu'on éclaire la cathode par une radiation monochromatique, un courant d'intensité I peut traverser le circuit (fig. 1.5). On constate que :

* Ce courant ne s'observe que si les radiations ont une fréquence supérieure à une certaine valeur ν_0 appelée "seuil de fréquence de la cathode" (tableau I-1).

Métal	Pt	Ag	Cu	Zn	Ba	Na	K	Cs
$\nu_0 \times 10^{14} \text{Hz}$	15,8	11,1	10,3	8,1	6,0	5,8	5,6	4,6
$\lambda_0 (\mu\text{m})$	0,19	0,27	0,29	0,37	0,50	0,52	0,54	0,65

Tableau I-1 : Seuil photo électrique pour différents métaux

* Lorsque la tension U_{AC} augmente, l'intensité I du courant augmente et tend vers une limite appelée "intensité de saturation". Cette limite augmente avec la puissance du faisceau lumineux incident (fig. 1.6).

* Lorsque la tension U_{AC} est nulle, un courant I_0 traverse encore le circuit.

* Le courant s'annule pour une tension $U_{AC} = -U_a$, U_a est appelée "potentiel d'arrêt" (fig. 1.6). Le potentiel d'arrêt U_a dépend de la fréquence : il est nul pour $\nu < \nu_0$ et croît linéairement avec ν pour $\nu > \nu_0$ (fig. 1.7).

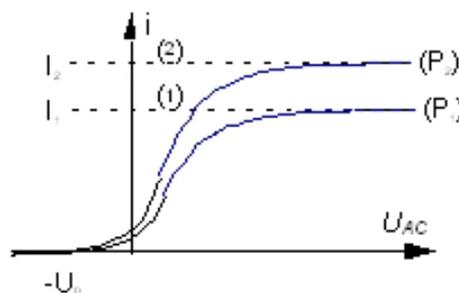


Figure 1.6 : Caractéristique d'une cellule photoélectrique pour une fréquence donnée et pour deux puissances différentes du faisceau incident ($P_2 > P_1$)

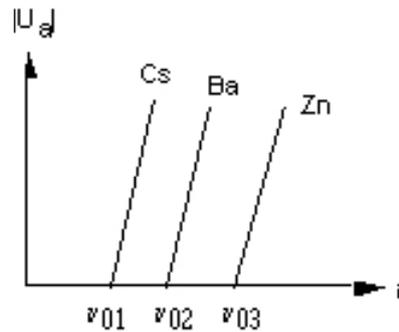


Figure 1.7 : Variation du potentiel d'arrêt en fonction de la fréquence.

L'intensité de saturation et le potentiel d'arrêt peuvent s'interpréter aisément. En effet, lorsque U_{AC} est positive, les électrons émis par la cathode sont accélérés par le champ électrique existant entre A et C et se dirigent vers l'anode, donnant ainsi naissance à un courant dans le circuit extérieur.

Lorsque U_{AC} est négative, les électrons sont freinés par le champ électrique et selon leur vitesse d'émission, certains d'entre eux peuvent atteindre l'anode, alors que d'autres retournent vers la cathode. On peut calculer la valeur du potentiel d'arrêt en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à un électron de masse m se déplaçant de C vers A avec la vitesse V

$$\frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV^2 = -eU_{CA} = eU_{AC} \quad (1.18)$$

Si le courant I est nul, aucun électron n'atteint l'anode et $V_A = 0$, soit :

$$\frac{1}{2}mV^2 = -eU_{AC} = eU_a \quad (1.19)$$

L'énergie cinétique des électrons est donc comme U_a . Elle est nulle pour $\nu < \nu_0$ et croît linéairement lorsque $\nu > \nu_0$.

$$U_a = \frac{1}{2} \frac{m}{e} V^2 \quad (1.20)$$

2.2. Interprétation quantique

La dépendance simple de l'énergie cinétique des électrons en fonction de la fréquence et son indépendance de la puissance du faisceau incident ne trouvent pas d'explication dans le cadre de la théorie classique. L'explication de ces phénomènes fut donnée par Einstein en 1905. Il nota que la loi de Planck pouvait être comprise et précisée en considérant que le champ électromagnétique consiste en de véritables corpuscules d'énergie lumineuse $h\nu$ (les quanta de lumière ou photons) : dans ce cas, le quantum d'énergie peut être transmis en totalité à un électron. Cet électron acquiert l'énergie $E = h\nu$ au moment où il est encore dans le métal : si on suppose qu'il est nécessaire d'effectuer un certain travail W pour l'extraire du métal, cet électron sera donc émis avec l'énergie cinétique :

$$E_c = E - W,$$

soit :

$$E_C = h\nu - W \quad (1.21)$$

W est une constante caractéristique du métal, indépendante de λ et appelée "travail d'extraction". Comme l'énergie cinétique E_C est positive ou nulle, on a nécessairement :

$$h\nu - W \geq 0 \quad (1.22)$$

soit

$$\nu \geq \frac{W}{h} = \nu_s \quad (1.23)$$

Le courant ne s'observe donc que pour des fréquences supérieures à la fréquence seuil ν_s . On remarque aussi que l'énergie cinétique des électrons varie linéairement avec la fréquence et est indépendante de l'intensité de la lumière, ce qui est conforme à l'expérience. Cette loi rend donc directement compte des aspects "non classiques" de l'effet photoélectrique. Elle fournit de plus, une valeur expérimentale de h à partir de la variation du potentiel d'arrêt avec la fréquence (fig. 1.8). On a en effet :

$$\frac{1}{2} m V^2 = eU_a = h\nu - W \implies U_a = \left(\frac{h}{e}\right)\nu - \frac{W}{e} \quad (1.24)$$

On obtient une valeur de h qui coïncide exactement avec la constante de Planck.

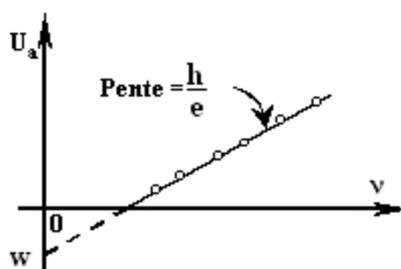


Figure 1.8 : Variation du potentiel d'arrêt U_a en fonction de la fréquence ν

Bien que cet effet soit phénoménologiquement distinct du rayonnement du corps noir, il s'interprète avec les mêmes concepts, ce qui montre qu'il s'agit bien de la naissance d'une **théorie d'un grand potentiel de généralisation**.

3 Effet Compton

La nature corpusculaire de la radiation électromagnétique a été dramatiquement mise en évidence en 1922 par les expériences de Arthur Holly Compton. Dans ces expériences, un faisceau de radiation monochromatique très énergétique et donc de petite longueur d'onde, (rayons-X) est incident sur un diffuseur en graphite. L'intensité

$I(\lambda)$ du faisceau diffusé est mesurée pour différents angles d'incidence et pour différentes longueurs d'onde. Le schéma expérimental est reproduit sur la figure 1.8

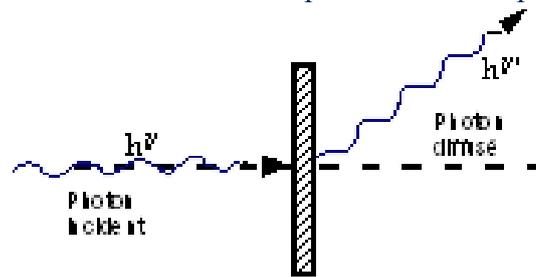


Figure 1.8 : Diffusion Compton

et une représentation graphique du processus est donné sur la fig. 1.9. Les courbes pour différents angles d'incidence en sont reproduits

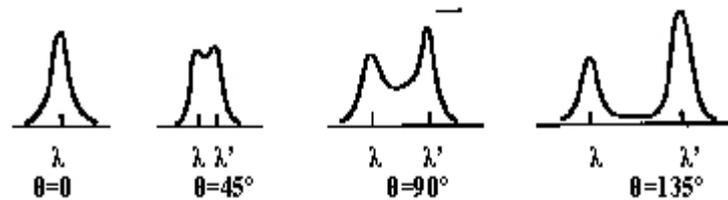


Figure 1.9 : Spectre de rayonnement diffusé par effet Compton pour quatre angles de diffusion différents

Compton observa que :

Faits expérimentaux concernant l'effet Compton :

1. Pour un angle de diffusion $\theta \neq 0$; il apparaît deux pics d'intensité dans le faisceau diffusé. Le premier est à la même longueur d'onde que celle du faisceau incident λ ; ; alors que le second est à $\lambda' > \lambda$) : **Le décalage de Compton**, fonction de l'angle de diffusion, est défini par

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$$

2. La position en fréquence du second pic λ' ne dépend pas du matériau formant le diffuseur. Compton en déduisit que la radiation incidente est diffusée non par les atomes, mais par les électrons dans le diffuseur. A cet égard, notons que l'énergie d'un photon dans la gamme des rayons X est beaucoup plus grande que l'énergie de liaison de l'électron dans le métal correspondant à une fréquence dans l'ultraviolet comme on l'a vu dans l'effet photoélectrique. On peut donc faire l'approximation que les électrons du diffuseur sont initialement au repos, ce qui simplifie les calculs.

Compton fut remarquer que ces faits expérimentaux étaient en conflit avec la théorie classique.

Avec Debye en 1923, il appliqua la cinématique relativiste ainsi que l'hypothèse des quanta de lumière pour expliquer complètement ce phénomène.

Examinons d'abord la théorie classique. Elle est assez compliquée. Selon la théorie classique (Maxwell-Lorentz), une partie de l'énergie électromagnétique incidente est absorbée par chaque électron irradié et ensuite réémise sous la forme d'un rayonnement électromagnétique de même fréquence. Contrairement à la quantité de mouvement de

la radiation incidente, la quantité de mouvement totale de la radiation réémise est nulle. Il s'ensuit qu'il y a un transfert continu de quantité de mouvement de la radiation incidente à l'électron qui est irradié. L'électron irradié est continûment accéléré par la pression de radiation dans la direction de propagation de la radiation incidente. Dans le système de référence dans lequel l'électron est au repos, absorption et émission ont lieu à la même fréquence. Mais dans le référentiel où l'électron est en mouvement, les fréquences observées changent à cause de l'effet Doppler. Le décalage en fréquence, dû à l'effet Doppler, dépend de l'angle d'observation de la radiation émise. Le calcul classique (valable pour $v/c \ll 1$) donne

$$\Delta\lambda \cong 2\lambda \frac{v}{c} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (1.25)$$

On voit que, selon la théorie classique, le décalage $\Delta\lambda$ est une fonction croissante de la vitesse de l'électron et augmente donc continuellement durant l'irradiation. Aux fréquences incidentes utilisées dans l'expérience de Compton, un tel décalage continu n'est pas observé. Le principal défaut de la théorie classique est donc de prédire un transfert continu de quantité de mouvement et d'énergie de la radiation incidente à tous les électrons irradiés. Expérimentalement, on observe plutôt un transfert discontinu et instantané de quantité de mouvement et d'énergie à certains électrons ! Avec l'hypothèse des quanta, la présence d'un second pic s'explique naturellement. La radiation est constituée d'un ensemble de photons d'énergie $E = h\nu$ qui entrent en collision avec les électrons du diffuseur. Dans ce cas

Explication de l'effet Compton :

1. Le pic à λ' doit correspondre aux photons qui diffusent sur les électrons libres du diffuseur. En effet, dans l'approximation où l'énergie de liaison des électrons est très petite par rapport à l'énergie du photon incident, l'électron peut être considéré comme libre. Les photons perdent nécessairement de l'énergie dans la collision et en sortent donc avec une plus grande longueur d'onde.

2. Le pic à λ correspond aux photons qui diffusent sur des électrons très liés (par exemple ceux qui se trouvent dans les premières couches atomiques). Dans ce cas, le photon entre effectivement en collision avec l'ensemble électron-noyau et donc sur une masse $M > m_0$ où m_0 est la masse de l'électron et M la masse du noyau. L'énergie perdue est négligeable ce qui implique que $\Delta\lambda \rightarrow 0$.

On peut calculer le décalage de Compton en considérant les relations de conservation pour l'énergie, E et la quantité de mouvement, P , lors de la collision. Comme on a ici affaire à des photons, il faut utiliser les formules relativistes. Le tableau 2.2 fait un rappel des formules dont nous aurons besoin pour notre démonstration

Masse au repos	m_0
Masse relativiste	$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$
Énergie de masse au repos	$E_0 = m_0 c^2$
Quantité de mouvement	$\mathbf{p} = \gamma m_0 \mathbf{v}$
Énergie totale de la particule libre	$E = mc^2 = \gamma m_0 c^2$
Énergie totale de la particule libre	$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$
Énergie cinétique	$K = E - m_0 c^2$

– Quelques formules utiles de relativité restreinte.

La masse d'un photon étant nulle, l'hypothèse d'Einstein combinée aux formules précédentes donne :

Relations d'Einstein pour le photon :

$$\begin{aligned}
 E &= pc = h\nu, \\
 p &= \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.
 \end{aligned}
 \tag{1.26}$$

Attention ! La première relation n'est valable que pour un photon. Pour une particule, nous verrons que la relation entre l'énergie et la quantité de mouvement (relation de dispersion) est très différente.

Les expériences de Compton ont vérifié expérimentalement ces relations, en plus de démontrer qu'énergie et quantité de mouvement sont conservées dans les processus quantiques. Comme la quantité de mouvement est une quantité vectorielle, on écrit

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k},
 \tag{1.27}$$

où $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$, et $\hbar = h/2\pi$: Notons que le photon étant considéré comme une particule, son énergie et sa quantité de mouvement doivent venir par paquets.

On peut maintenant écrire les équations de conservation pour le processus de collision. Initialement, l'électron est au repos. Soit E_0 ; p_0 pour le photon incident, E_1 ; p_1 pour le photon diffusé, E ; K ; p pour l'énergie totale, l'énergie cinétique et la quantité de mouvement l'électron après la collision. L'angle que fait le photon diffusé avec le photon incident est θ alors que l'électron est diffusé à un angle φ . La conservation de la quantité de mouvement selon x donne

$$p_0 = p_1 \cos \theta + p \cos \varphi,$$

et selon y ,

$$p_1 \sin \theta = p \sin \varphi.$$

Additionnons les carrés de ces deux équations :

$$\begin{aligned} p_0^2 + p_1^2 \sin^2 \theta &= p_1^2 \cos^2 \theta + p^2 \cos^2 \varphi + p^2 \sin^2 \varphi + 2p_1 p \cos \theta \cos \varphi, \\ &= p_1^2 \cos^2 \theta + p^2 + 2p_1 p \cos \theta \cos \varphi. \end{aligned}$$

Isolons p^2 :

$$\begin{aligned} p^2 &= p_0^2 + p_1^2 \sin^2 \theta - p_1^2 \cos^2 \theta - 2p_1 p \cos \theta \cos \varphi, \\ &= p_0^2 + p_1^2 - 2p_1^2 \cos^2 \theta - 2p_1 p \cos \theta \cos \varphi, \\ &= p_0^2 + p_1^2 - 2p_1 (p_1 \cos \theta + p \cos \varphi) \cos \theta, \\ &= p_0^2 + p_1^2 - 2p_1 p_0 \cos \theta. \end{aligned}$$

La conservation de l'énergie donne :

$$E_0 + m_0 c^2 = E_1 + K + m_0 c^2,$$

soit

$$\begin{aligned} E_0 - E_1 &= K, \\ c(p_0 - p_1) &= K. \end{aligned}$$

Pour l'électron diffusé

$$\begin{aligned} E^2 &= c^2 p^2 + (m_0 c^2)^2, \\ (K + m_0 c^2)^2 &= p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2, \\ K^2 + 2m_0 c^2 K + m_0^2 c^4 &= p^2 c^2 + m_0^2 c^4, \\ \frac{K^2}{c^2} + 2K m_0 &= p^2. \end{aligned}$$

En utilisant (2.59) et (2.62), cette dernière ligne peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{K^2}{c^2} + 2K m_0 &= p^2, \\ \frac{K^2}{c^2} + 2K m_0 &= p_0^2 + p_1^2 - 2p_1 p_0 \cos \theta, \\ \frac{c^2 (p_0 - p_1)^2}{c^2} + 2m_0 c (p_0 - p_1) &= p_0^2 + p_1^2 - 2p_1 p_0 \cos \theta, \\ 2p_1 p_0 (1 - \cos \theta) &= 2c (p_0 - p_1) m_0, \\ (1 - \cos \theta) &= m_0 c \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_0} \right), \\ (1 - \cos \theta) &= \frac{m_0 c}{h} (\lambda_1 - \lambda_0). \end{aligned}$$

Le décalage de Compton en fonction de l'angle du photon diffusé est donc donné par

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda_1 - \lambda_0 \\ &= \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) \\ &= \frac{2h}{m_0c} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right).\end{aligned}$$

Remarquez que ce décalage est maximal lorsque le photon est rétrodiffusé. La quantité de mouvement transférée au photon est alors maximale. Encore une fois, la constante h qui reproduit les résultats expérimentaux est la même que celle trouvée dans les problèmes du corps noir et de l'effet photoélectrique, ce qui est un bon point en faveur de la théorie des quanta. De plus, on a pu détecter le recul de l'électron dans des expériences ultérieures et même détecter en coïncidence l'électron et le photon diffusés.

La quantité

$$\lambda_c \equiv \frac{h}{m_0c} = 2,42631058 \times 10^{-12} \text{ m},$$

est appelée longueur d'onde de Compton. Si on remplace la masse de l'électron par $M \gg m_0$; (pour le carbone $M = 22000m_0$) la masse du noyau, on voit que le décalage $\Delta\lambda \rightarrow 0$ ce qui confirme bien que la position du premier pic de diffusion correspond à la collision d'un photon avec un électron fortement lié. Ce type de diffusion est appelé diffusion Thomson.

On remarquera que $\Delta\lambda$, ne dépend pas de la longueur d'onde initiale λ_i . Le décalage est au plus de l'ordre de λ_c et il ne sera observable que si $\Delta\lambda / \lambda_i = \lambda_c / \lambda_i$ n'est pas trop petit. Comme $\lambda_c \approx 0,02 \text{ \AA}$

la granularité de la radiation apparaîtra pour des λ_i petites donc pour des fréquences élevées. Si la fréquence n'est pas assez grande, $\Delta\lambda \rightarrow 0$ et la diffusion Compton est indiscernable de la diffusion Thomson et on n'observe que le processus classique. Tout comme pour l'effet photoélectrique, la granularité de la REM apparaît pour des petites longueurs d'onde. La limite classique est obtenue pour des grandes longueurs d'onde. Peut-on observer le décalage continu prédit par la théorie classique ? Dans certaines conditions, oui. Nous en reparlerons dans la section concernant le principe de correspondance de Bohr. Dans les années 1920, l'explication correcte de l'effet Compton eut pour effet de dissiper complètement les derniers doutes concernant la notion de quanta de lumière. La lumière est un flot de particules capable de transférer de l'énergie et de la quantité de mouvement. En même temps, elle est capable de se comporter comme une onde.