

## SOLUTION DE LA SÉRIE D'EXERCICES N°1

### Exercice N°1 :

1) Calcul de la célérité  $C$  de l'onde incidente dans le sable :

2) Calcul du module  $E_s$  d'élasticité du sol :

$$E_s = C^2 \rho = 120^2 \times 1800 = 25.92 \text{MPa} \approx 26 \text{MPa}$$

3) Calcul de l'impédance du sol au choc :

4) Calcul de la contrainte verticale incidente dans le sable :

$$\sigma_i = ZV_i = 216000 \times 50 = 10.8 \text{KPa}$$

5) Calcul des contraintes transmises ( $\sigma_t$ ) et réfléchies ( $\sigma_r$ ) à la base du moule :

a) La contrainte transmise :

$$\sigma_t = \sigma_i \frac{2Z_{s2}}{Z_{s1} + Z_{s2}}$$

- Puisque  $Z_{s2}=0$  (une seule couche), la contrainte transmise est égale à :  $\sigma_t = 0$

b) La contrainte réfléchie :

$$\sigma_r = \sigma_i \frac{Z_{s2} - Z_{s1}}{Z_{s1} + Z_{s2}}$$

- Puisque  $Z_{s2}=0$  (une seule couche), la contrainte réfléchie est égale à :

$$\sigma_r = -\sigma_i = -10.8 \text{KPa}$$

6) Calcul des vitesses transmises et réfléchies à la base du moule :

a) Vitesse transmise :

$$\hat{u}_t = \hat{u}_i \frac{2Z_{s1}}{Z_{s1} + Z_{s2}}$$

- Puisque  $Z_{s2}=0$  (une seule couche), on aura :

b) Vitesse réfléchie :

$$\hat{u}_r = \hat{u}_i \frac{Z_{s1} - Z_{s2}}{Z_{s1} + Z_{s2}}$$

- Puisque  $Z_{s2}=0$  (une seule couche) :  $V_r = V_i = 50 \text{ mm/s}$

## Exercice N°2 :

**Données :**  $E= 20\text{MPa}$ ,  $\nu=0.33$  ;  $\rho=17\text{KN/m}^3$ .

- Calcul des vitesses de propagation des différentes ondes transmises au sol :

### a) Les ondes de volume :

- Vitesse de propagation des ondes primaires :

$$V_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}} = 132.0 \text{ m/s.}$$

- Vitesse de propagation des ondes secondaires :

$$V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = 66.5 \text{ m/s.}$$

### b) Les ondes de surface :

La couche de sable est un massif semi-infini où se propagent les ondes de Rayleigh avec une vitesse  $V_r$

donnée par :  $V_r = \alpha V_s$

Avec :

$$\alpha \approx \frac{0.872 + 1.128\nu}{1 + \nu}$$

D'où,  $\alpha = \frac{0.782 + 1.128 \times 0.33}{1 + 0.33} = 0.87$

D'où

$$V_r = 0.87 \times 66.5 = 55.87 \text{ m/s}$$

## Exercice N°3 :

- La couche de sable est soumise à l'onde L puisque le sol est un bi-couche dont la couche superficielle est caractérisée par une célérité  $V_{s1}=300\text{m/s}$  inférieure à celle de la 2<sup>ème</sup> couche, soit  $V_{s2}=500\text{m/s}$ . quant à la couche d'argile marneuse, du fait de son épaisseur infinie, elle est siège des ondes de volume P et S.
- **L'onde L (qui se propage dans la couche de sable)** est caractérisée par :
  - La célérité :  $V_L=350\text{m/s}$  ;
  - Longueur d'onde :  $L_L = \frac{2\pi V_L}{\omega} = 7\text{m}$  ;
  - Nombre d'ondes :  $k_L = \frac{\omega}{L_L} = 0.89\text{m}^{-1} \approx 0.9\text{m}^{-1}$
  - La zone utile de propagation de cette onde est l'épaisseur de la couche de sable, soit 3m.

- **L'onde P (qui se propage dans la couche d'argile marneuse)** est caractérisée par :

• La célérité :

$$V_P = V_S \sqrt{2 \frac{1-\nu}{1-2\nu}} = 500 \sqrt{2 \times \frac{1-0.49}{1-2 \times 0.49}} = 3570.7 \text{ m/s}$$

• Longueur d'onde :  $L_P = \frac{2\pi V_P}{\omega} = 71.45 \text{ m}$

• Nombre d'ondes :  $k_P = \frac{\omega}{L_P} = 0.088 \text{ m}^{-1} \approx 0.09 \text{ m}^{-1}$

- **L'onde S :**

• Longueur d'ondes :  $L_S = \frac{2\pi V_S}{\omega} = 10 \text{ m}$  ;

• Nombre d'ondes :  $k_S = \frac{\omega}{L_S} = 0.628 \text{ m}^{-1} \approx 0.63 \text{ m}^{-1}$

#### Exercice N°4 :

1) Caractérisation des ondes (P)

• La célérité :

$$V_P = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)(1-\nu)}} = 408.25 \text{ m/s}$$

• Longueur d'onde :

$$L_P = \frac{2\pi V_P}{\omega} = 8.16 \text{ m}$$

• Nombre d'onde :

$$k_P = \frac{\omega}{L_P} = 0.77 \text{ m}^{-1}$$

- Caractérisation des ondes (S) :

• Célérité :

$$V_S = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = 166.66 \text{ m/s}$$

• Longueur d'onde :

$$L_S = \frac{2\pi V_S}{\omega} = 3.33 \text{ m}$$

• Nombre d'onde :

$$k_S = \frac{\omega}{L_S} = 1.88 m^{-1}$$

- Caractérisation de l'onde R :

• Célérité : de la même manière que l'exercice 2, on aura

$$V_R = \alpha V_S = 157 \text{ m/s} \quad \text{avec } \alpha = 0.955 \text{ déduite de la formule citée à l'exercice (2).}$$

• Longueur d'onde :

$$L_R = \frac{2\pi V_r}{\omega} = 3.14 \text{ m}$$

• Nombre d'ondes :

$$k_R = \frac{\omega}{L_R} = 2 \text{ m}^{-1}$$