حل السلسلة 8

التمرين الاول

1. التكاليف الثابتة : $CF = 15$

التكاليف المتغيرة: $CV = -2Q^2 + 5Q + 3Q^3$

متوسط التكاليف الثابة هي: $CFM = \frac{CF}{Q} = \frac{15}{Q}$

متوسط التكاليف المتغيرة هي : $CVM = \frac{CV}{Q} = \frac{3Q^3 - 2Q^2 + 5Q}{Q} = 3Q^2 - 2Q + 5$

2. مستوى الإنتاج الذي يحدد النهاية الصغرى لدالة التكاليف: CVM

يساوي الصفر CVM المشتق الأول للدالة:

$$(CVM)' = 0 \rightarrow 6Q - 2 = 0 \Rightarrow Q = \frac{1}{3}$$

مستوى الإنتاج الذي يحقق النهاية الصغرى لدالة CVM هو $Q = \frac{1}{3}$

3. إيجاد دالة التكاليف الحدية:

$$Cmg = \frac{\delta CT}{\delta Q} = 9Q^2 - 4Q + 5$$

أدنى مستوى لسعر المنتوج هو :يتحدد أدنى مستوى لسعر المنتوج من النهاية الصغرى لدالة التكاليف المتغيرة المتوسطة بحيث أن

$$CVM(1/3) = 4{,}67$$

و بالتالي فإن 4,67 تمثل أدنى مستوى للسعر الذي يمكن أن يبيع به المنتج لتحقيق الربح و إلا فإنه سوف يحقق خسارة عند البيع بسعر أقل من 4,67

التمرين الثاني

دالة الربح تكتب بالشكل التالي :

$$\pi = RT - CT \rightarrow \pi = 10Q - 1{,}5Q^2 - 1{,}5Q^2$$
$$\pi = 10Q - 3Q^2$$

تكون دالة الربح في أعظم قيمة لها عندما يكون مشتقها الأول معدوما:

$$(\pi)' = 0 \Rightarrow 10 - 6Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{5}{3}$$

بالتعويض بهذه القيمة في دالة الربح نحصل على مستوى الأرباح المقابل لـ $Q = 5/3$

مستوى الأرباح يساوي $\pi(5/3) = 8{,}34$

سعر الوحدة الواحدة : يمكن حساب سعر الوحدة الواحدة من قانون توازن المنتج في حالة المنافسة التامة :

$$Cmg = P$$

$$Cmg = \delta CT / \delta Q = 3Q = P$$

بالتعويض عن قيمة الكمية $Q = 5/3$ نحصل على $P = 5$ هو سعر الوحدة الواحدة

الإيرادات الكلية عند هذا المستوى من الإنتاج : $RT = 10Q - 1{,}5Q^2 \rightarrow RT\left(\frac{5}{3}\right) = 12{,}53$

2. – مستوى الإنتاج الذي يعظم الإيرادات :تكون دالة الإيرادات في أعظم قيمة لها عندما يكون مشتقها الأول معدوما :

$$0Q - 1{,}5Q^2)' = 0 \rightarrow 10 - 3Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{10}{3}$$

ومنه: $Q = \frac{10}{3}$

مستوى الأرباح الموافق لهذا المستوى من الإنتاج هو :

بالتعويض في دالة الربح نجد : $\pi\left(\frac{10}{3}\right) = 0$

سعر الوحدة الواحدة عند: $Q = \frac{10}{3}$

من معادلة توازن المنتج: $Cmg = P \Rightarrow 3Q = P \rightarrow P = 10$

مستوى الإيرادات: $RT = 10Q - 1{,}5Q^2 \rightarrow RT(10/3) = 16{,}71$

التمرين الثالث

الطلب العام يتكون من طلب 1000 مستهلك وهو: $D = \frac{4 \bullet 1000}{P}$

$D = \frac{4000}{P}$ (الطلب العام)

العرض العام يتكون من عرض 300 شركة

عرض كل منتج هو : $Cmg = P$

$\Leftrightarrow Cmg = 6Q - 2 = P \rightarrow Q = \frac{P+2}{6}$

العرض العام = عرض 300 شركة ومنه :

$Q_S = 300 \times \frac{P+2}{6} \Rightarrow Q_S = 50P + 100$ (العرض العام)

و منه سعر و كمية التوازن : $Q_S = Q_D$ العرض العام = الطلب العام

$\Rightarrow 50P + 100 = \frac{4000}{P} \rightarrow P_E = 27,3$ و هو سعر التوازن

بالتعويض في إحدى المعادلتين نحصل على كمية التوازن : $Q_E = 1465$

و منه يمكن إستخراج الطلب الفردي و العرض الفردي :

الطلب الفردي هو : $Q_d = \frac{1465}{1000} = 1,465$

العرض الفردي هو : $Q_S = \frac{1465}{300} = 4,88$

كل منتج يحقق ربح قدره : $\pi = 68,5$

2. – حساب عدد الشركات بحيث أن الربح ينعدم في الأمد الطويل :

ينعدم الربح في الأمد الطويل عندما تتساوى التكلفة المتوسطة مع سعر المنتوج : $CM = P$

التكلفة المتوسطة = $CM = \frac{CT}{Q} = -2 + 3Q$

$(CM)' = 0 \rightarrow Q = 1$

بالتعويض في دالة التكلفة المتوسطة نحصل على: $CM(1) = 4$

و يصبح بعد ذالك سعر التوازن هو $P = 4$ و بذالك يصبح عدد المستهلكين

$\frac{40000}{P} = \frac{40000}{4} = 10000$ (مستهلك)

و بذالك يصبح عدد المستهلكين 10000 مستهلك بدل 1000 مستهلك كل واحد يحصل على 10 وحدات بدل من 1,46 و بالتالي كل مشروع ينتج وحدة واحدة بسعر

$P=4$ للوحدة الواحدة

و منه نستنتج أن عدد الشركات يصبح 10000 شركة بدلا من 300 شركة

التمرين الرابع

1. دالة التكلفة الكلية = $CT = 4Q^2 + 6Q + 25$

التكلفة الحدية : $Cmg = \frac{\delta CT}{\delta Q} = 8Q + 6$

التكلفة المتوسطة : $CM = \frac{CT}{Q} = 4Q + 6 + \frac{25}{Q}$

تتساوى التكلفة الحدية مع التكلفة المتوسطة عندما تكون التكلفة المتوسطة عند نهايتها الصغرى و تكون التكلفة المتوسطة عند نهايتها الصغرى عندما يكون مشتقها الأول معدوما

$$\Leftrightarrow (CM)' = 4 - \frac{25}{Q^2} = 0 \rightarrow Q = 2,5$$

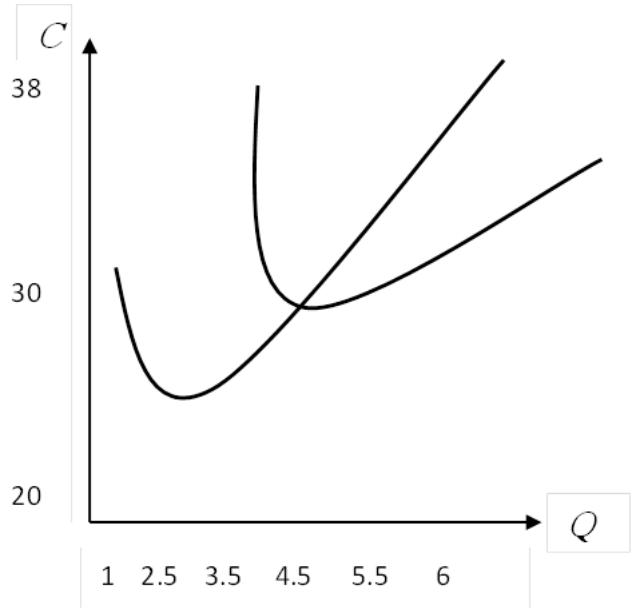
و منه $Q = 2,5$

حجم الإنتاج الذي تتساوى عنده التكلفة الحدية مع التكلفة المتوسطة هو $Q = 2,5$

2. رسم المنحنى البياني الخاص بالتكلفة الحدية و المتوسطة

3. $\begin{cases} Cmg = \frac{\delta CT}{\delta Q} = 8Q + 6 \\ CM = \frac{CT}{Q} = 4Q + 6 + \frac{25}{Q} \end{cases}$

Q	1	2,5	4
Cmg	14	26	38
CM	35	26	28,5



العلاقة بين التكلفة الحدية و التكلفة المتوسطة :

-تكون التكلفة المتوسطة أكبر من التكلفة الحدية عندما تكون التكلفة المتوسطة متناقصة

- تتقاطع التكلفة المتوسطة مع التكلفة الحدية عند ما تكون التكلفة المتوسطة عند نهايتها العظمى

-تكون التكلفة المتوسطة أقل من التكلفة الحدية عندما تكون التكلفة المتوسطة متزايدة

3- حساب الربح المحقق من طرف المؤسسة :

هو عبارة عن إيراد الكلي – التكلفة الكلية

$$\pi = RT - CT$$

$$RT = P \bullet Q = 78Q$$

$$CT = 4Q^2 + 6Q + 25$$

$$\Longleftrightarrow \pi = 78Q - (4Q^2 + 6Q + 25)$$

يكون الربح أعظميا إذا كانت المشتقة الأولى لدالة الربح الكلي تساوي الصفر

$$\frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0 \Rightarrow 78 - 8Q - 6 = 0 \Rightarrow 72 - 8Q = 0 \Rightarrow Q = 9$$

بالتعويض عن قيمة Q في دالة الربح نجد : $\pi = 78(9) - (4(9)^2 + 6(9) + 25) \Rightarrow \pi = 299$

التمرين الخامس

1. النفقة الكلية هي : $CT = CM * Q \quad = (30 - Q + \frac{3}{40}Q^2)Q$

$$\mathrm{CT} = 30Q - Q^2 + \frac{3}{40}Q^3$$

إن دالة التكلفة الكلية لا تحتوي على حد ثابت و لهذا فإن التكلفة الثابتة تساوي الصفر و التكلفة الكلية المتغيرة تساوي التكلفة الكلية و يترتب على ذالك أن التكلفة المتوسطة الثابتة تساوي الصفر و التكلفة المتغيرة المتوسطة تساوي التكلفة المتوسطة الكلية أي :

$$CF = 0 \Rightarrow CFM = 0$$

$$= 30 - Q + \frac{3}{40}Q^2 \;\; CM = CVM \Longleftrightarrow CT = CV$$

التكلفة الحدية هي : $Cmg = \frac{dCT}{dQ} \quad = 30 - 2Q + \frac{9}{40}Q^2$

نقطة تقاطع المنحنيين :

$$CM = Cmg \quad \Longleftrightarrow \quad 30 - Q + \frac{3}{40}Q^2 = = 30 - 2Q + \frac{9}{40}Q^2$$

$$\Leftrightarrow \quad Q = \frac{40}{6}$$

لإيجاد الترتيب نعوض في Cmg CTM

بالتعويض نجد : $CTM =$ 26,67

الإستنتاج :

نستنتج أن منحنى التكلفة الحدية يمر من أدنى نقطة لمنحنى $(CTM)' = \frac{d(CTM)}{dQ} = 0 \Leftrightarrow -1 + \frac{40}{6}Q = 0 \quad \Rightarrow Q = \frac{6}{40}$

التكلفة المتوسطة الكلية .إن منحنى النفقة المتغيرة المتوسطة ينطبق على منحنى النفقة الكلية المتوسطة و بالتالي فإن نقطة تقاطع التكلفة الحدية مع التكلفة المتغيرة المتوسطة هي نفس النقطة السابقة