REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

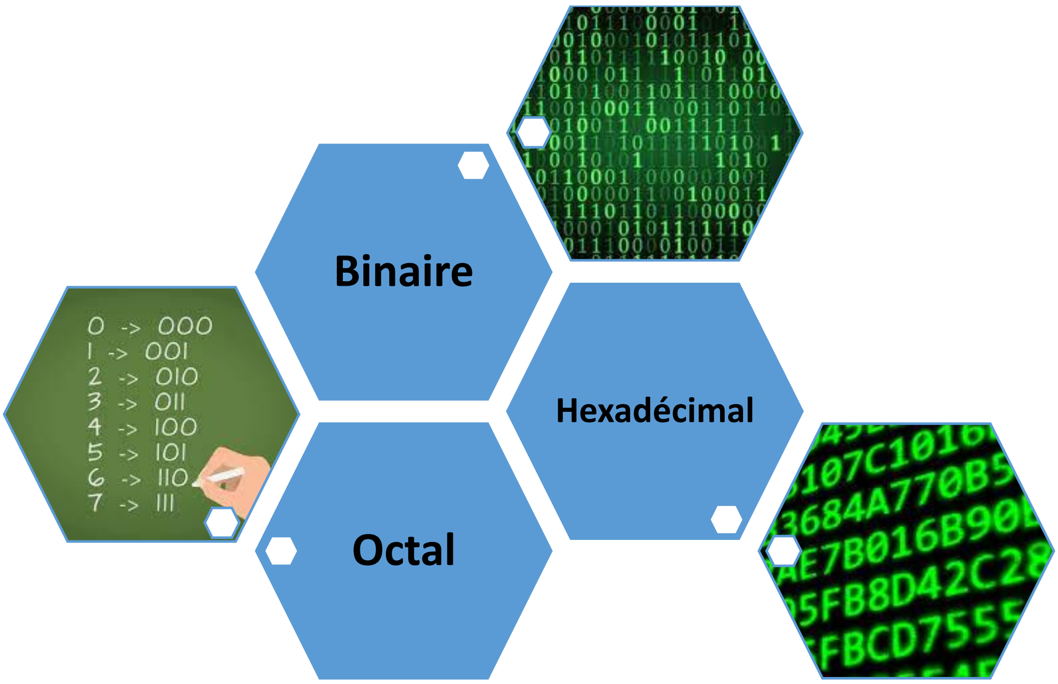
Université Djilali Bounaâma de Khemis Miliana
Faculté des sciences et techniques
Département de maths et informatique

Niveau : Licence 1ère année MI

Rédigé par Dr. MAHROUG RABIAA

E-mail : r.mahroug@univ-dbkm.dz

Chapitre II : Les systèmes de numération



Année universitaire 2022-2023

Table des matières

Abréviation

Bit	: Binary Digit
B ou b	: Base
MSB	: Most Significant Bit
LSB	: Least Significant Bit
SVA	: Signe et Valeur Absolue
Cà1	: Complément à 1
Cà2	: Complément à 2
BCD	: Binary Coded Decimal
BCD+3	: Binary Coded Decimal+3
IEEE 754	: IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic 754
ASCII	: Americain Standard Code Information Interchange
EBCDIC	: Extended Binary Coded Decimal Interchange Code
UTF	: (Unicode Transformation Format
F ou f	: Fonction
FND	: La première forme canonique disjonctive
FNC	: La deuxième forme canonique conjonctive

Chapitre II : Les systèmes de numération

2.1. Définitions

Quelle que soit la nature de l'information traitée par un circuit électronique (image, son, texte, vidéo), elle doit être mise sous forme adaptée à celui-ci, c'est-à-dire sous la forme numérique d'un ensemble de nombres écrits en base 2, par exemple (11011101).

2.1.1. Bit

Un **état binaire** est appelé (**BIT** : signifie ⇒ **B**inary dig**IT**), c'est-à-dire 0 ou 1 en numérotation binaire. Il s'agit de la plus petite unité d'information manipulable par une machine numérique. Il est possible de représenter physiquement cette information binaire par un signal électrique ou magnétique, qui, au-delà d'un certain seuil, correspond à la valeur 1.

- Un bit ne peut prendre que deux valeurs. Selon le contexte, numérique, logique, électronique numérique, magnétique, ou optique, on les appelle « zéro » et « un » ce qui équivaut respectivement à « faux » et « vrai », « ouvert » et « fermé », « nord » et « sud », ou « noir » et « blanc ».

2.1.2. Octet

L'octet (en anglais byte) est une unité d'information composée de 8 bits. Il permet par exemple de stocker un caractère comme une lettre ou un chiffre. Une unité d'information composée de 16 bits est généralement appelée mot (en anglais word). Une unité d'information de 32 bits de longueur est appelée mot double (en anglais double word, dword). Voici les unités standardisées :

• Un kilooctet (Ko) = 10^3 octets
• Un mégaoctet (Mo) = 10^6 octets
• Un gigaoctet (Go) = 10^9 octets
• Un téraoctet (To) = 10^{12} octets
• Un pétaoctet (Po) = 10^{15} octets
• Un exaoctet (Eo) = 10^{18} octets
• Un zettaoctet (Zo) = 10^{21} octets
• Un yottaoctet (Yo) = 10^{24} octets
• Un ronnaoctet2 (Ro) = 10^{27} octets
• Un quettaoctet (Qo) = 10^{30} octets

2.1. 3. Systèmes de numération

La numération est la science qui traite la dénomination et la représentation graphique des nombres. Pour cela Il faut choisir un système de numération de base B (B un nombre entier naturel ≥2). De nombreux systèmes de numération sont utilisés en technologie numérique. Les plus utilisés sont les systèmes : Décimal (base 10), Binaire (base 2), Tétral (base 4), Octal (base 8) et Hexadécimal (base 16).

2.1.4. Base, rang et poids

Base : La base d'un système de numération est le nombre de symboles distincts à partie desquels on peut réaliser n'importe quelle quantité, ces symboles sont représentés par des chiffres ou des lettres.

En base B, les symboles disponibles sont : {0, 1, 2, 3, 4, ... ,(B-1)}.

• Dans une base B, on utilise B symboles (chiffres) distincts pour représenter les nombres.

• La valeur de chaque symbole (chiffres) doit être strictement inférieure à la base B.

• Chaque chiffre a un **POIDS** selon son **RANG**.

Exemple : En base 10, les symboles disponibles sont : {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Ainsi dans le nombre à virgule 5386,12. '5' est le chiffre des milliers, de poids 10^3, etc.

Rang	Poids	
3	Millier	$10^3 = 1000$
2	Centaine	$10^2 = 100$
1	Dizaine	$10^1 = 10$
0	Unité	$10^0 = 1$
-1	Dixième	$10^{-1} = 0.1$
-2	Centième	$10^{-2} = 0,01$

2.1.5. Nombre, Digit

Nombre : Représentation d'une information dans un système de numération par l'association de chiffres. Exemple : 2004 : association de chiffres 2.0.4.

Digit : Mot anglais désignant un chiffre ou une lettre quelconque soit la base.

2.2. Présentation des systèmes décimal, binaire, octal et hexadécimal

2.2.1. Représentation polynomiale

Tout nombre N peut se décomposer en fonction des puissances entières de la base de son système de numération. Cette décomposition s'appelle la forme polynomiale du nombre N et qui est donnée par :

$N=a_nB^n + a_{n-1}B^{n-1} + a_{n-2}B^{n-2} + \ldots + a_2B^2 + a_1B^1 + a_0B^0$

- ⇒ B : Base du système de numération, elle représente le nombre des différents chiffres qu'utilise ce système de numération.
- ⇒ a_i : un chiffre (ou digit) parmi les chiffres de la base du système de numération.
- ⇒ i : rang du chiffre ai.

Exemple : la décomposition polynomiale de 3740,68 est :

$(3740,68)_{10} = a_3 .10^3 + a_2 .10^2 + a_1 .10^1 + a_0 .10^0 + a_{-1} .10^{-1} + a_{-2} .10^{-2}$

Avec $a_3=3$, $a_2=7$, $a_1=4$, $a_0=0$, et $a_{-1}=6$ et $a_{-2}=8$.

2.2.2. Système décimal (base 10)

Le système Décimale le système de numération le plus pratique actuellement [1]. Le système décimal comprend 10 chiffres qui sont {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} qui sont dans ce cas des chiffres décimaux habituels. C'est un système qui s'est imposé tout naturellement à l'homme qui possède 10 doigts. Ecrivons quelques nombres décimaux sous la forme polynomiale :

Exemples :

$(2023)_{10} = 2*10^3 + 0*10^2 + 2*10^1 + 3*10^0$

$(501,468)_{10} = 5*10^2 + 0*10^1 + 1*10^0 + 4*10^{-1} + 6*10^{-2} + 8*10^{-3}$

- C'est le plus utilisé et le plus connu et que nous utilisons tous les jours.
- Il est basé sur le nombre 10 qui est la base du système décimal.
- Ces chiffres sont classés de droite à gauche "unités, dizaines, centaine, milliers …".
- C'est un système positionnel. Chaque position possède un poids.

2.2.3. Système binaire (base 2)

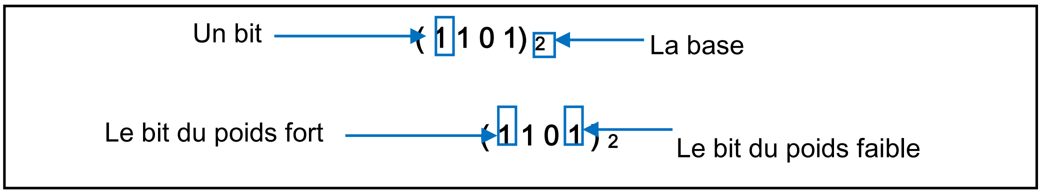
Les informations traitées par les ordinateurs sont de différentes natures (Nombres, texte, Images, sons, vidéo, Programmes, …). Mais, elles sont toujours représentées dans la machine sous forme binaire (une suite de 0 et de 1) par ce que dans un circuit, on dispose de deux niveaux de voltage (Exemple 0V et 5V ou 5V et 12V) pour représenter toute information, qu'elle soit de nature logique ou numérique. On représente donc les nombres en base 2 en associant par exemple la valeur binaire 0 au voltage 0V, et la valeur binaire 1 au voltage 5V.

Dans ce système de numération il n'y a que deux chiffres possibles {0, 1} qui sont souvent appelés bits « binary digit ». Ce système de numération est le plus utilisé dans les calculateurs numériques. Comme le montre les exemples suivants, un nombre binaire peut s'écrire sous la forme polynomiale.

Exemples :

$(1110011)_2 = 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0$

$(11011.1011)_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} + 1*2^{-4}$



2.2.4. Système tétral (base 4)

Ce système appelé aussi base 4 comprend quatre chiffres possibles {0, 1, 2, 3}. Un nombre tétral peut s'écrire sous la forme polynomiale comme le montre les exemples suivant :

Exemples :

$(2132)_4 = 2*4^3 + 1*4^2 + 3*4^1 + 2*4^0$

$(210,23)_4 = 2*4^2 + 1*4^1 + 0*4^0 + 2*4^{-1} + 3*4^{-2}$

2.2.5. Système Octal (base 8)

Le système octal ou base 8 comprend huit chiffres qui sont {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Les chiffres 8 et 9 n'existent pas dans cette base. Certains calculateurs utilisent ce système de numération, Ecrivons à titre d'exemple.

Exemples :

$(573)_8 = 5*8^2 + 7*8^1 + 3*8^0$

$(2374{,}625)_8 = 2*8^3 + 3*8^2 + 7*8^1 + 4*8^0 + 6*8^{-1} + 2*8^{-2} + 5*8^{-3}$

Ce système de numération est très peu utilisé de nos jours. Anciennement, il servait au codage des nombres dans les ordinateurs de première génération.

2.2.6. Système Hexadécimal (base 16)

Le système Hexadécimal ou base 16 contient seize éléments qui sont {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}. Les chiffres A, B, C, D, E, et F représentent respectivement 10, 11, 12, 13, 14 et 15.

Exemples :

$(A286)_{16} = 10*16^3 + 2*16^2 + 8*16^1 + 6*16^0$

$(C4F)_{16} = 12*16^2 + 4*16^1 + 15*16^0$

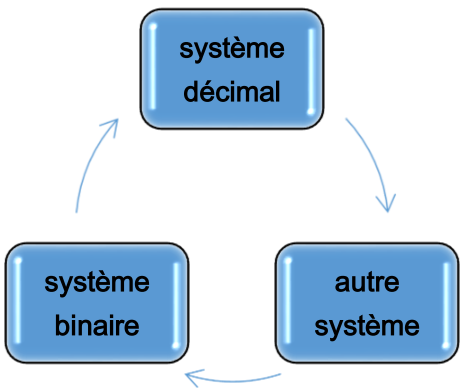
$(5B2A{,}EF)_{16} = 5*16^3 + 11*16^2 + 2*16^1 + 10*16^0 + 14*16^{-1} + 15*16^{-2}$

Ce système de numération est très utilisé dans les systèmes ordinateurs et microordinateurs ainsi que dans le domaine des transmissions de données.

2.3. Conversion entre ces différents systèmes

Il s'agit de la conversion d'un nombre écrit dans une base B1 à son équivalent dans une autre base B2, Il y'a trois types de conversion :

- Conversion du système décimal en un autre système : cette opération s'appelle le codage.
- Conversion d'un système autre que le décimal en un système décimal : cette opération s'appelle le décodage.
- Conversion entre deux systèmes non décimaux : cette opération s'appelle le transcodage.



2.3.1 Conversion d'un nombre N de base B en un nombre décimal (décodage)

La valeur décimale d'un nombre N, écrit dans une base B, s'obtient par sa forme polynomiale décrite précédemment. Pour les conversions Binaire–décimal, octal–décimal et hexadécimal–décimal, Il suffit de multiplier chaque bit ou chiffre ou digit par son poids correspondant puis de faire la somme des résultats obtenus.

Exemples :

$(1010)_2 = (?)_{10}$

$(1010)_2 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0.$

$=8+2$

$= (10)_{10}$

$(237)_8 = (?)_{10}$

$(237)_8 = 2*8^2 + 3*8^1 + 7*8^0.$

$=128+24+7$

$= (159)_{10}$

$(3CA)_{16} = (?)_{10}$

$(3CA)_{16} = 3* 16^2 + 12*16^1 + 10*16^0.$

$=768+192+10.$

$= (970)_{10}$

$(1011110)_2 = (?)_{10}$

$(1011110)_2= 1*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1+ 0*2^0$

$=(94)_{10}$

$(231103)_4 = (?)_{10}$

$(231103)_4= 2*4^5 + 3*4^4 + 1*4^3 + 1*4^2 + 0*4^1+ 3*4^0$

$=(2899)_{10}$

$(7062)_8 = (?)_{10}$

$(7062)_8= 7*8^3 + 0*8^2 + 6*8^1+ 2*8^0$

$=(3634)_{10}$

$(B7E)_{16} = (?)_{10}$

$(B7E)_{16}= 11*16^2 + 7*16^1 + 14*16^0$

$=(2942)_{10}$

$(110,011)_2 = (?)_{10}$

$(110,011)_2= 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} + 1*2^{-3}$

$=(6,375)_{10}$

$(0,122)_4 = (\ ?)_{10}$

$(0,122)_4 = 0*4^0 + 1*4^{-1} + 2*4^{-2} + 2*4^{-3}$

$=(0.40625)_{10}$

$(70,4)_8 = (\ ?)_{10}$

$(70,4)_8 = 7*8^1 + 0*8^0 + 4*8^{-1}$

$=(56,5)_{10}$

$(AE,8)_{16} = (\ ?)_{10}$

$(AE,8)_{16} = 10*16^1 + 14*16^0 + 8*16^{-1}$

$=(174,5)_{10}$

2.3.2. Conversion d'un nombre décimal vers une autre base B : (codage)

2.3.2.1. Conversion d'un nombre décimal entier

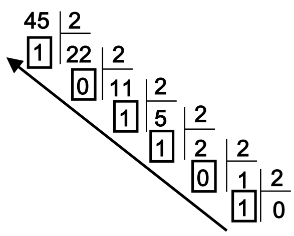
Pour convertir un nombre décimal entier en un nombre de base B quelconque, il faut faire des divisions entières successives par la base B et conserver à chaque fois le reste de la division. On s'arrête jusqu'au moment où le quotient devient nul. Le nombre cherché sera obtenu en regroupant tous les restes successifs de droite à gauche [2].

La règle à suivre est les divisions successives :

- On divise le nombre par la base b.
- Puis le quotient par la base b.
- Ainsi de suite jusqu'à l'obtention d'un quotient nul.
- La suite des restes correspond aux symboles de la base visée.

➦ **Décimal-Binaire**

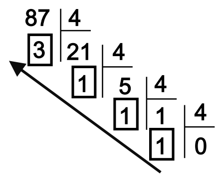
$(45)_{10}=(\ ?)_2$



$(45)_{10}=(101101)_2$

➦ **Décimal-Tétral**

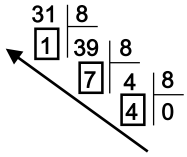
$(87)_{10}=(\ ?)_4$



$(87)_{10}=(\ 1113)_4$

➦ **Décimal-Octal**

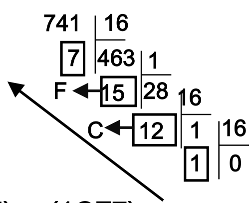
$(213)_{10}=(\ ?)_8$



$(313)_{10}=(471)_8$

➦ **Décimal-Hexadécimal**

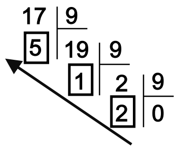
$(7415)_{10}=(\ ?)_{16}$



$(7415)_{10}=(1CF7)_{16}$

➦ **Décimal-Base 9**

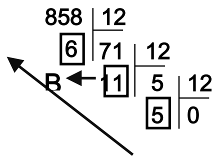
$(176)_{10}=(\ ?)_9$



$(176)_{10}=(215)_9$

➦ **Décimal-Base 12**

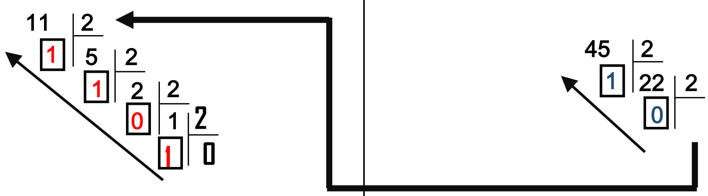
$(858)_{10}=(\ ?)_{12}$



$(858)_{10}=(\ 5B6)_{12}$

Remarque : Si on a deux nombres, et le deuxième nombre est un quotient parmi les résultats de conversion de premier nombre en peut utiliser leur résultat directement sans refaire les calculs.

Exemple :

$(11)_{10}=(\ ?\ )_2$	$(45)_{10}=(\ ?\ )_2$
	
$(11)_{10}=(\ 1011\ )_2$	
$(45)_{10}=(\ 101101\ )_2$	

2.3.2.2. Conversion d'un nombre décimal à virgule

Un nombre réel est constitué de deux parties : la partie entière et la partie fractionnelle, pour convertir un nombre décimal à virgule dans une base B quelconque, il faut :

- Convertir la partie entière en effectuant des divisions successives par B (comme nous l'avons vu précédemment).
- Convertir la partie fractionnaire en effectuent des multiplications successives par B et en conservant à chaque fois le chiffre devenant entier. La partie fractionnelle restante est à nouveau multiplier par B et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de partie fractionnaire ou que la précision obtenue soit jugée suffisante.

Conversion du nombre $(60,625)_{10}$ en base 2

Parfois en multipliant la partie fractionnaire par la base B on n'arrive pas à convertir toute la partie fractionnaire. Ceci est dû essentiellement au fait que le nombre à convertir n'a pas un équivalent exact dans la base B et sa partie fractionnaire est cyclique.

Exemple :

$(0,6)_{10}=(\ ?\ )_2$

$0,6 * 2 = \boxed{1},2$
$0,2 * 2 = \boxed{0},4$
$0,4 * 2 = \boxed{0},8$
$0,8 * 2 = \boxed{1},6$

On dit que le nombre (0,6)10 est cyclique dans la base 2 de période 1001

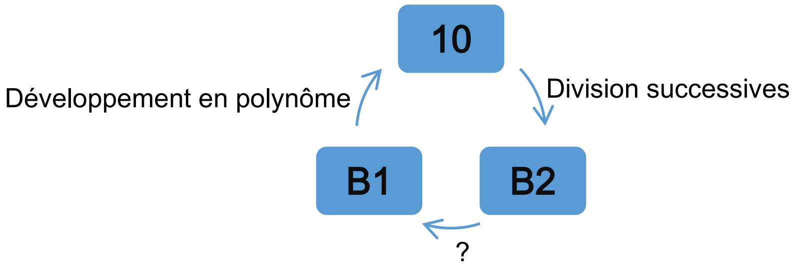
$\Rightarrow (0,6)_{10}=(0,10011001....)_2$

2.3.3. Conversion d'un nombre en base b1 à une base b2 (Transcodage)

2.3.3.1. Conversion d'un nombre en base quelconque b1 à une base b2

•Il n'existe pas de méthode pour passer d'une base b1 à une autre base b2 directement.

• L'idée est de convertir le nombre de la base b1 à la base 10, en suit convertir le résultat de la base 10 à la base b2.



Exemple :

$(257)_8=(\ ?)_7$	
$(257)_8=(\ ?)_{10}$ $(257)_8=2*8^2+5*8^1+7*8^0$ $=(175)_{10}$ $(257)_8=(175)_{10}$	$(175)_{10}=(\ ?)_7$ 17 | 7 $\boxed{0}$ | 25 | 7 $\boxed{4}$ | 3 | 7 $\boxed{3}$ | 0 $(175)_{10}=(340)_7$
$(257)_8=(340)_7$	

2.3.3.2. Conversion d'un nombre en base quelconque b_1 à une base b_2 puissance de b_1(b_1^2, b_1^3,..)

2.3.3.2.1. Conversion d'un nombre en base 2 à une base puissance de 2 (2, 4, 8, 16, …)

Pour faire La conversion d'un nombre d'une base quelconque **b1** vers une autre base **b2** il faut passer par la base **10**. Mais si la base **b1** et **b2** s'écrivent respectivement sous la forme d'une puissance de 2 on peut passer par la base 2 (binaire) :

Base tétrale (base 4) : $4=2^2$ chaque chiffre tétral se convertit tout seul sur 2 bits.

Base 4	Base2
0	00
1	01
2	10
3	11

Table1 : Correspondance tétrale /Binaire

Base octale (base 8) : $8=2^3$ chaque chiffre octal se convertit tout seul sur 3 bits.

Base 8	Base 2
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Table2 : Correspondance Octale /Binaire

Base hexadécimale (base 16) : $16=2^4$ chaque chiffre hexadécimal se convertit tout seul sur 4 bits.

Base 16	Base 2
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Table3 : Correspondance Hexadécimale/Binaire

Remarque :

- le remplacement se fait de droit à gauche pour la partie entière et de gauche à droite pour la partie fractionnelle.

- Binaire vers tétrale : regroupement des bits en des sous ensembles de deux bits puis remplacer chaque groupe par le symbole correspondant dans la base 4. (Table1).

- Tétrale vers binaire : En tétrale chaque, symbole de la base s'écrit sur 2 bits en binaire. L'idée de base est de replacer chaque symbole dans la base octale par sa valeur en binaire sur 2 bits (faire des éclatements sur 2 bits).

- Binaire vers octale : regroupement des bits en des sous ensembles de trois bits puis remplacer chaque groupe par le symbole correspondant dans la base 8. (Table2).

- Octal vers binaire : En octal chaque, symbole de la base s'écrit sur 3 bits en binaire. L'idée de base est de replacer chaque symbole dans la base octale par sa valeur en binaire sur 3 bits (faire des éclatements sur 3 bits).

- Binaire vers Hexadécimale : regroupement des bits en sous-ensembles de quatre bits puis remplacer chaque groupe par le symbole correspondant dans la base 16. (Table3).

- Hexadécimale vers binaire : En Hexa chaque symbole de la base s'écrit sur 4 bits. L'idée de base est de replacer chaque symbole par sa valeur en binaire sur 4 bits (faire des éclatements sur 4 bits).

Exemples :

➦ $(3\ 0\ 2\ 3\ 1)_4 = (11\ 00\ 10\ 11\ 01)_2$ $\quad$ $(1\ 3\ 1{,}0\ 2)_4 = (01\ 11\ 01{,}00\ 10)_2 = (11101{,}001)_2$

➦ $(5\ 0\ 2\ 7\ 6)_8 = (101\ 000\ 010\ \ 111\ 110)_2$ $\quad$ $(4\ 3\ 2{,}\ 6\ 7)_8 = (100\ \ 011\ 010\ {,}110\ 111)_2$

➦ $(9\ D\ 2\ 1\ E)_{16} = (1001\ 1101\ 0010\ 0001\ \ 1110)_2$ $\quad$ $(B3{,}\ FA\ 7)_{16} = (1011\ 0011\ .1111\ 1010\ 0111)_2$

➦ $(3\ 0\ 2)_4 = (11\ 00\ 10)_2$ $\quad$ $(2\ 3\ 1{,}0\ 1)_4 = (10\ \ 11\ 01\ {,}\ 00\ 01)_2$

➦ $(1\ 7\ 0\ 5)_8 = (001\ 111\ 000\ 101)_2$ $\quad$ $(6\ 5{,}1\ 0\ 7)_8 = (110\ 101{,}\ 001\ 000\ 111)_2$

➦ $(A\ B\ 4)_{16} = (1010\ 1011\ 0100)_2$ $\quad$ $(E\ F{,}1\ 3)_{16} = (1110\ 1111{,}0001\ 0011)_2$

2.3.3.2.2 Conversion d'un nombre en base 3 à une base puissance de 3 (3^2, 3^3, …)

Pour faire La conversion d'un nombre d'une base quelconque **B1** vers une autre base **B2** il faut passer par la base **10**. Mais si la base **B1** et **B2** s'écrivent respectivement sous la forme d'une puissance de 3 on peut passer par la base 3 :

Base 9 : $9=3^2$ chaque chiffre en base 9 se convertit tout seul sur 2 bits.

Base 9	Base3
0	00
1	01
2	02
3	10
4	11
5	12
6	20
7	21
8	22

Table 4 : Correspondance Base 9/Base 3

Exemples :

$(123)_9=(010210)_3=(10210)_3$

$(87,4)_9=(2221,11)_3$

$(21102)_3=(021102)_3=(242)_9$

$(1022,201)_3=(1022,2010)_3=(38,63)_9$

Base 27 : $27=3^3$ chaque chiffre en base 27 se convertit tout seul sur 3 bits.

Base 27	Base 3
0	000
1	001
2	002
3	010
4	011
5	012
6	020
7	021
8	022
9	100
A	101
B	102
C	110
D	111
E	112
F	120
G	121
H	122
I	200
J	201
K	202
L	210
M	211
N	212
O	220
P	221
Q	222

Table 5 : Correspondance Base 27/Base 3

Exemples :

$(A8315)_{27}=(\underline{101}\ \underline{022}\ \underline{010}\ \underline{001}\ \underline{012})_3$

$(58.01G)_{27}=(\underline{012}\ \underline{022}.\ \underline{000}\ \underline{001}\ \underline{121})_3$

$(\underline{102}\ \underline{122}\ \underline{210}\ \underline{001})_3=(BHL1)_{27}$

$(10012112221000,00100002)_3=(010\ 012\ 112\ 221\ 000,001\ 000\ 020)_3$

$=(\underline{010}\ \underline{012}\ \underline{112}\ \underline{221}\ \underline{000},\underline{001}\ \underline{000}\ \underline{020})_3$

$=(35EP0,10G)_{27}$

Remarque : On peut appliquer la même procédure pour importe base B et leurs puissances.

2.4. Opérations de base dans les différents systèmes

Les opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication et division) en système binaire, sont similaires à celle du système décimal. La seule différence est que le système de nombres décimaux comprend le chiffre de 0 à 9, alors que le système de nombres binaires ne comprend que deux chiffres (0 et 1)[3]. On procède de la même façon que celle utilisée dans la base décimale, Ainsi, il faut effectuer l'opération dans la base 10, ensuite convertir le résultat par colonne la base B.

2.4.1. Addition

Base binaire

$$(11011{,}01)_2 + (1001{,}11)_2 = (100101{,}00)_2$$

$$\left(\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ \ 1\,1\,1\ \ 1} \\ 11011{,}01 \\ +\quad 1001{,}11 \\ \hline =100101{,}00 \end{array}\right)_2$$

Base tétrale

$$(323{,}01)_4 + (21{,}23)_4 = (1010{,}30)_4$$

$$\left(\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\quad 1} \\ 323{,}01 \\ +\quad 21{,}23 \\ \hline =1010{,}30 \end{array}\right)_4$$

Base octale

$$(7524)_8 + (2157)_8 = (11703)_8$$

$$\left(\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 7524 \\ +\quad 2157 \\ \hline =\ \ 11703 \end{array}\right)_8$$

Base hexadécimale

$$(31A{,}E)_{16} + (95{,}BF)_{16} = (3B0{,}9F)_{16}$$

$$\left(\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1} \\ 31A{,}E0 \\ +\quad 95{,}BF \\ \hline =\ \ 3B0{,}9F \end{array}\right)_{16}$$

2.4.2. Soustraction

Base binaire

$$(110000{,}111)_2 - (11100{,}111)_2 = (1010100{,}111)_2$$

$$\left(\begin{array}{r} 1\,1_{1}0_{1}0_{1}0\ \ 0\ \ 1,\,{}_{1}1_{1}1_{1}0 \\ -\quad {}_{1}\,1_{1}1\ \ 1\ \ 0_{1}0,\,{}_{1}1_{1}1\ \ 1 \\ \hline =1\ 0\ 1\ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0,\ 1\ 1\ 1 \end{array}\right)_2$$

Base tétrale

$$(32{,}31)_4 - (13{,}021)_4 = (13{,}223)_4$$

$$\left(\begin{array}{r} 3_{1}2\,,\,3_{1}1_{1}0 \\ -\ {}_{1}1\ 3,{}_{1}0_{1}2\ 1 \\ \hline =\ 1\ 3,\ \ 2\ 2\ 3 \end{array}\right)_4$$

Base octale

$$(5702)_8 - (1764)_8 = (3716)_8$$

$$\left(\begin{array}{r} 5_{1}7_{1}0_{1}2 \\ -\ {}_{1}1_{1}7_{1}6\,4 \\ \hline =\ \ 3\,7\,1\ 6 \end{array}\right)_8$$

Base hexadécimale

$$(E5{,}A2)_{16} - (1A{,}EE)_{16} = (CA{,}B4)_{16}$$

$$\left(\begin{array}{r} E_{1}5\,,{}_{1}A_{1}2 \\ -\quad {}_{1}1_{1}A\,,{}_{1}E\,E \\ \hline =\quad C\,A\,,\ B\,4 \end{array}\right)_{16}$$

2.4.3. Multiplication

Base binaire

$$(1101{,}11)_2 * (10{,}1)_2 = (100010{,}011)_2$$

$$\left(\begin{array}{lr} & 1101{,}11 \\ * & 10{,}1 \\ \hline = & 110111 \\ + & 000000\bullet \\ + & 110111\bullet\bullet \\ \hline = & 100010{,}011 \end{array}\right)_2$$

Base tétrale

$$(13{,}2)_4 * (2{,}3)_4 = (110{,}22)_4$$

$$\left(\begin{array}{lr} & {\scriptstyle 1\ 1} \\ & {\scriptstyle 2\ 1} \\ & 13{,}2 \\ * & 2{,}3 \\ \hline = & 1122 \\ + & 330\bullet \\ \hline = & 110{,}22 \end{array}\right)_4$$

Base octale

$$(7{,}4)_8 * (3{,}5)_8 = (33{,}14)_8$$

$$\left(\begin{array}{lr} & {\scriptstyle 1} \\ & {\scriptstyle 2} \\ & 7{,}4 \\ * & 3{,}5 \\ \hline = & 454 \\ + & 264\bullet \\ \hline = & 33{,}14 \end{array}\right)_8$$

Base hexadécimale

$$(1A{,}2)_{16} * (6{,}4)_{16} = (A3{,}48)_{16}$$

$$\left(\begin{array}{lr} & {\scriptstyle 3} \\ & {\scriptstyle 2} \\ & 1A{,}2 \\ * & 6{,}4 \\ \hline = & 688 \\ + & 9CC\bullet \\ \hline = & A3{,}48 \end{array}\right)_{16}$$

2.4.4. Division

Base binaire

$$(100010{,}011)_2 \div (101)_2 = (110{,}111)_2$$

$$\left(\begin{array}{l|l} 100010{,}011 & 101 \\ \cline{2-2} -101 & 110{,}111 \\ \hline =0111 & \\ \quad -101 & \\ \quad =0100 & \\ \qquad -000 & \\ \qquad =1000 & \\ \qquad\ -101 & \\ \qquad\ =00111 & \\ \qquad\quad -101 & \\ \qquad\quad =0101 & \\ \qquad\quad\ -101 & \\ \qquad\quad\ =000 & \end{array}\right)_2$$

Base tétrale

$$(310{,}1)_4 \div (23)_4 = (10{,}3)_4$$

$$\left(\begin{array}{l|l} 310{,}1 & 23 \\ \cline{2-2} -23 & 10{,}3 \\ \hline =020 & \\ \quad -00 & \\ \quad =201 & \\ \quad -201 & \\ \quad =000 & \end{array}\right)_4$$

Base octale

$$(420,7)_8 \div (45)_8 = (7,3)_8$$

$$\left(\begin{array}{l|l} 420,7 & 45 \\ \hline -403 & 7,3 \\ \overline{=0157} & \\ \quad -157 & \\ \quad \overline{=\ 000} & \end{array}\right)_8$$

Base hexadécimale

$$(164,9)_{16} \div (23)_{16} = (A,3)_{16}$$

$$\left(\begin{array}{l|l} 164,9 & 23 \\ \hline -15E & A,3 \\ \overline{=0069} & \\ \quad -\ 69 & \\ \quad \overline{=\ 00} & \end{array}\right)_{16}$$

2.4.5. Autres exemples

$$(11111,011)_2 + (11101,111)_2 + (10111,001)_2 + (110,11)_2 = (1011011,001)_2$$

$$\left(\begin{array}{lr} & {\scriptstyle 10\,1110\ \ 10\ \ 10\ \ \ 10\,1} \\ & 11111,011 \\ + & 11101,111 \\ + & 10111,001 \\ + & 110,110 \\ \hline = & 1011011,001 \end{array}\right)_2$$

$$(110001,11)_2 - (11100,111)_2 = (1010100,111)_2$$

$$\left(\begin{array}{lr} & 11{\scriptstyle 1}0{\scriptstyle 1}0{\scriptstyle 1}0\ 0\ 1,{\scriptstyle 1}1{\scriptstyle 1}1{\scriptstyle 1}0 \\ - & {\scriptstyle 1}\,1{\scriptstyle 1}1\ 1\ 0{\scriptstyle 1}0,{\scriptstyle 1}1{\scriptstyle 1}1\ 1 \\ \hline = & 1\,0\,1\,0\,1\,0\,0,\,1\,1\,1 \end{array}\right)_2$$

$$(110,11)_2 * (110,1)_2 = (101011,111)_2$$

$$\left(\begin{array}{lr} & 110,11 \\ * & 110,1 \\ \hline = & 11011 \\ + & 000000\bullet \\ + & 11011\bullet\bullet \\ + & 11011\bullet\bullet\bullet \\ \hline = & 101011,111 \end{array}\right)_2$$

$$(1000110,1)_2 \div (110)_2 = (1011,11)_2$$

$$\left(\begin{array}{l|l} 1000110,1 & 110 \\ \hline -\ 110 & 1011,11 \\ \overline{=0101} & \\ \ \ -\ 000 & \\ \ \ \overline{=\ 1011} & \\ \quad -\ 110 & \\ \quad \overline{=01010} & \\ \qquad -\ \ 110 & \\ \qquad \overline{=01001} & \\ \qquad\quad -110 & \\ \qquad\quad \overline{=00110} & \\ \qquad\qquad -110 & \\ \qquad\qquad \overline{=000} & \end{array}\right)_2$$

$$(E5,A2)_{16}-(1A,EE)_{16}=(CA,B4)_{16}$$

$$(E5,A2)_{16}-(1A,EE)_{16}=(CA,B4)_{16}$$

$$\left(\begin{array}{lr} & E{}_1 5,{}_1 A{}_1 2 \\ - & {}_1 1{}_1 A,{}_1 E\,E \\ \hline = & C\,A,\ B\,4 \end{array}\right)_{16}$$

$$\left(\begin{array}{lr} & E{}_1 5,{}_1 A{}_1 2 \\ - & {}_1 1{}_1 A,{}_1 E\,E \\ \hline = & C\,A,\ B\,4 \end{array}\right)_{16}$$

2.5. Contage dans les systèmes de numération

En base 5 :

0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	0	2
0	0	0	3
0	0	0	4
0	0	1	0
0	0	1	1
0	0	1	2
0	0	1	3
0	0	1	4
0	0	2	0
0	0	2	1
0	0	2	2
0	0	2	3
0	0	2	4
0	0	3	0
0	0	3	1
0	0	3	2
0	0	3	3
0	0	3	4
0	0	4	0
0	0	4	1
0	0	4	2
0	0	4	3
0	0	4	4
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	0	2
0	1	0	3

0	1	0	4
0	1	1	0
0	1	1	1
0	1	1	2
0	1	1	3
0	1	1	4
0	1	2	0
0	1	2	1
0	1	2	2
0	1	2	3
0	1	2	4
0	1	3	0
0	1	3	1
0	1	3	2
0	1	3	3
0	1	3	4
0	1	4	0
0	1	4	1
0	1	4	2
0	1	4	3
0	1	4	4
…	…	…	…

Cas général : pour n'importe base B

Le tableau ci-dessous représente un récapitulatif sur ces systèmes

Base 10	Base 2	Base 5	Base 7	Base 8	Base 12	Base 16
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	10	2	2	2	2	2
3	11	3	3	3	3	3
4	100	4	4	4	4	4
5	101	10	5	5	5	5
6	110	11	6	6	6	6
7	111	12	10	7	7	7
8	1000	13	11	10	8	8
9	1001	14	12	11	9	9
10	1010	20	13	12	A	A
11	1011	21	14	13	B	B
12	1100	22	15	14	10	C
13	1101	23	16	15	11	D
14	1110	24	20	16	12	E
15	1111	30	21	17	13	F
16	10000	31	22	20	14	10
17	10001	32	23	21	15	11
18	10010	33	24	22	16	12
19	10011	34	25	23	17	13
20	10100	40	26	24	18	14
21	10101	41	30	25	19	15
22	10110	42	31	26	1A	16
23	10111	43	32	27	1B	17
24	11000	44	33	30	20	18
25	11001	100	34	31	21	19
26	11010	101	35	32	22	1A
27	11011	102	36	33	23	1B
28	11100	103	40	34	24	1C
29	11101	104	41	35	25	1D
30	11110	110	42	36	26	1E