1- تعريف المجموعة

هي مجموعة من العناصر تجمعها خصائص مشتركة، وللتوضيح أكثر يمكن عرض الأمثلة التالية:[1]

- مثال 01 : طلبة السنة الأولى جذع مشترك علوم تسيير جامعة علي لونيسي؛
- مثال 02 : عمال مؤسسة شركة سونلغاز؛
- مثال 02: الشركات العاملة في قطاع الهاتف النقال بالجزائر.

ما يلاحظ من خلال الأمثلة السابقة، أن عناصر كل مجموعة تجمعهم خصائص معينة، فلو أخذنا المثال 01 نلاحظ أن الطلبة يدرسون في نفس الجامعة، في نفس الكلية، في نفس السنة، في نفس التخصص. فإذا وجد طالب لا تجتمع فيه الخصائص السابقة فهو لا ينتمي إلى هذه المجموعة، كالطالب الذي يدرس سنة ثانية علوم تسيير، أو الطالب الذي يدرس تخصص آخر....الخ

2- أنواع المجموعات

تقسم المجموعات حسب عدة معايير، فإذا نظرنا إلى عدد العناصر المكونة لها، نجد أنها تنقسم إلى:

2-1- مجموعة منتهية

إذا كان عدد العناصر المكون لمجموعة ما محدد (منتهي)، هنا نقول أن المجموعة منتهية، كالشركات العاملة في قطاع الهاتف النقال في الجزائر (3 شركات: موبليس، نجمة، جازي). أو مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 5 وهي: (0، 1، 2، 3، 4، 5).

2-2- مجموعة غير منتهية

وهي التي لا نستطيع أن نحدد عدد عناصرها، كمجموعة الأعداد الحقيقية، مجموعة الأعداد الطبيعية، أو مجموعة الأعداد الكسرية، هذه المجموعات لا يمكن حصر عدد العناصر المكونة لها.

أما إذا نظرنا إلى العلاقة التي تجمع بين المجموعات فيما بينها، فيمكننا تقسيمها إلى:

2-3- المجموعة الكلية

وهي المجموعة التي تضم جميع العناصر والتي عادة نرمز لها بالرمز Ω، يمكننا من خلال هذه المجموعة تشكيل مجموعات جزئية.

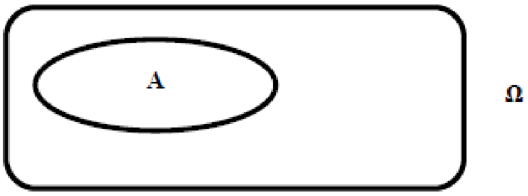
2-4- المجموعة الجزئية

إذا كانت لدينا Ω مجموعة كلية، ولدينا A تضم مجموعة من العناصر التي تنتمي إلى Ω ، في هذه الحالة نقول أن A تشكل مجموعة جزئية من Ω ، كما أن A محتواة في Ω ، ونكتب ذلك كما يلي:

$$A \subseteq \Omega \text{ .... (1-1)}$$

- مثال: إذا كان عدد طلبة سنة أولى جذع مشترك علوم التسيير –جامعة علي لونيسي- هو 1000 طالب (Ω)، من بينهم 600 طالب شعبتهم في البكالوريا هي تسيير واقتصاد (A) ، يمكننا تمثيل هذه المجموعات في الشكل التالي الذي يدعى " مخطط فين":

شكل رقم (1–1): المجموعة الكلية والمجموعة الجزئية



<u>ملاحظة</u>: إن عدد عناصر Ω أو عناصر المجموعة A أو أي مجموعة أخرى يدعى بـ" أصلي المجموعة" ، ونرمز له بالرمز "card "، فمثلا :

$$\boldsymbol{card(\Omega) = 1000; card(A) = 600}$$

2-5- المجموعة المتممة

إذا كانت A مجموعة جزئية من Ω وكانت هنالك عناصر تنتمي إلى Ω و لا تنتمي إلى A ، نطلق على المجموعة التي تحتوي على هذه العناصر بـ " **المجموعة المتممة**"، نرمز لها بالرمز: $\bar{A}$ (أي نفي A) .

- مثال: لنفرض أن إحدى الشركات تحتوي على 1000 موظف (Ω)، من بينهم 300 موظف من حاملي الشهادات الجامعية (A) ، الذين لا يحملون الشهادات الجامعية يشكلون المجموعة $(\bar{A})$ ، حيث أن:

$$card(\bar{A}) = 700$$

- **<u>ملاحظات</u>:**

من خلال هذا المثال أو أي مثال آخر، يمكننا استنباط القواعد العامة التالية:

- ✓ إن العناصر التي تنتمي إلى (A) لا تنتمي إلى $(\bar{A})$ ، أي أن التقاطع $(\cap)$ بين المجموعتين يعطي لنا مجموعة خالية، وهما مجموعتان **منفصلتان**، نعبر عن هذا رياضيا كما يلي:

$$A \cap \bar{A} = \emptyset \text{ ...... (1-2)}$$

- ✓ إن دمج عناصر A مع $\bar{A}$ (الاتحاد $\cup$) يعطي لنا المجموعة الكلية Ω ، أي أن:

$$A \cup \bar{A} = \Omega \text{ ...... (1-3)}$$

✓ يمكن إيجاد عناصر $\bar{A}$ عن طريق العلاقة التالية:

$$\bar{A} = \Omega - A$$

✓ نفي المجموعة الخالية يعطي لنا المجموعة الكلية، أي أن:

$$\overline{\emptyset} = \Omega \; .... \; (1\text{-}4)$$

✓ نفي المجموعة الكلية يعطي لنا المجموعة الخالية، أي أن:

$$\overline{\Omega} = \emptyset .... \; (1\text{-}5)$$

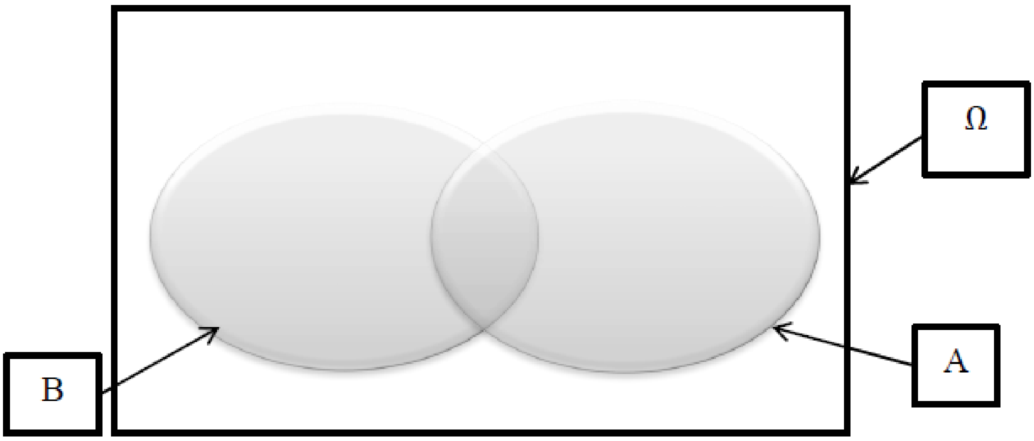
3- العمليات على المجموعات

كما هو الشأن بالنسبة للعمليات مع الأعداد (الجمع، الطرح، القسمة)، فإن المجموعات تخضع بدورها إلى مجموعة من العمليات المنطقية، هذه العمليات تتمثل فيما يلي:

3-1- الاتحاد

إذا كانت A و B مجموعتان جزئيتان من Ω ، فإن العناصر التي تنتمي إلى A **أو** B تشكل لنا اتحاد المجموعتين A و B كما هو مبين في الشكل رقم (1-2)

شكل رقم (1-2): اتحاد مجموعتين



إن الجزء المظلل يمثل اتحاد المجموعتين A و B ، فعند أخذ أي عنصر من هذا الجزء، قد يكون ينتمي إلى A فقط أو ينتمي إلى B فقط، أو ينتمي إليهما في آن واحد، يمكن اختصار هذه الحالات في العبارة الشهيرة (**على الأقل**)، أي كل عنصر ينتمي إلى إحدى المجموعتين على الأقل.

نبنه هنا إلى أن اتحاد المجموعتين A و B لا بد أن يرافقه عدم تكرار العناصر التي تنتمي إلى A و B في آن واحد مرتين، يمكن توضيح ذلك في المثال التالي:

➢ مثال: لنفرض أن المجموعة A تحتوي على الأعداد الطبيعية التي هي أقل من 5 ، أما المجموعة B فتحتوي على الأعداد الطبيعية التي هي أكبر تماما من 2 وأقل أو يساوي 7 . المطلوب أوجد اتحاد المجموعتين A و B ؟

لدينا:

$$A = \{0,1,2,3,4\} \,;\, B = \{3,4,5,6,7\}$$

إذن:

$$A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$$

نلاحظ أن العناصر: 3 و 4 ظهرت في كل من A و B ، لكن عند إجراء عملية الاتحاد ندرجها مرة واحدة فقط، أما في حـ

$$A \cup B = \underbrace{A + B} - (A \cap B) \;\ldots\ldots\; (1\text{-}6)$$

ليست عملية جمع الأعداد، وإنما عناصر المجموعة A نضيف لها عناصر المجموعة B

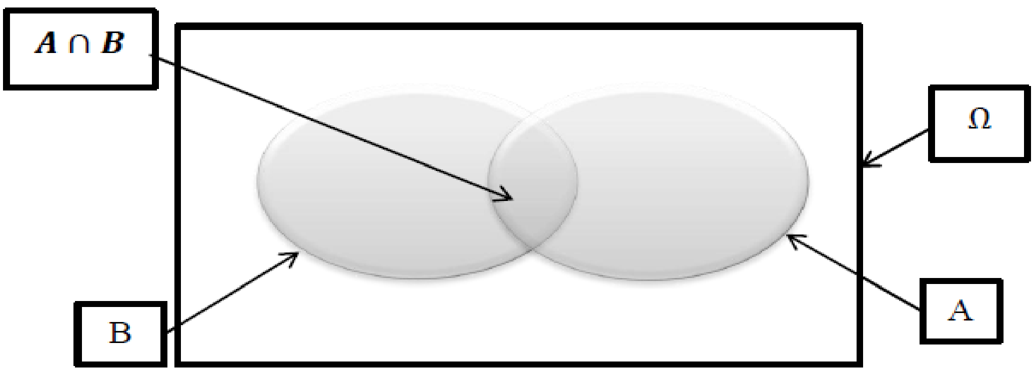
إن أهم خواص الاتحاد هي:

- ❖ $\boldsymbol{A \cup A = A}$ ؛
- ❖ $\boldsymbol{A \cup \Omega = \Omega}$ ؛
- ❖ $\boldsymbol{A \cup \emptyset = A}$ ؛
- ❖ **خاصية التبديل:** $\boldsymbol{A \cup B = B \cup A}$ ؛
- ❖ **خاصية التجميع:** $\boldsymbol{A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C}$ ؛
- ❖ **خاصية التوزيع:** $\boldsymbol{A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)}$ ؛
- ❖ **إذا كانت:** $\boldsymbol{A \subseteq B}$ **فإن:** $\boldsymbol{A \cup B = B}$.

3-2- التقاطع

نسمي المجموعة التي ينتمي كل عناصرها إلى المجموعتين A و B في آن واحد بتقاطع المجموعتين A و B كما هو موضح في الشكل رقم (1-3)

شكل رقم (1–3): تقاطع مجموعتين



إن خواص التقاطع هي:

❖ $\boldsymbol{A \cap A = A}$؛

❖ $\boldsymbol{A \cap \Omega = A}$؛

❖ $\boldsymbol{A \cap \emptyset = \emptyset}$؛

❖ خاصية التبديل: $\boldsymbol{A \cap B = B \cap A}$؛

❖ خاصية التجميع: $\boldsymbol{A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C}$؛

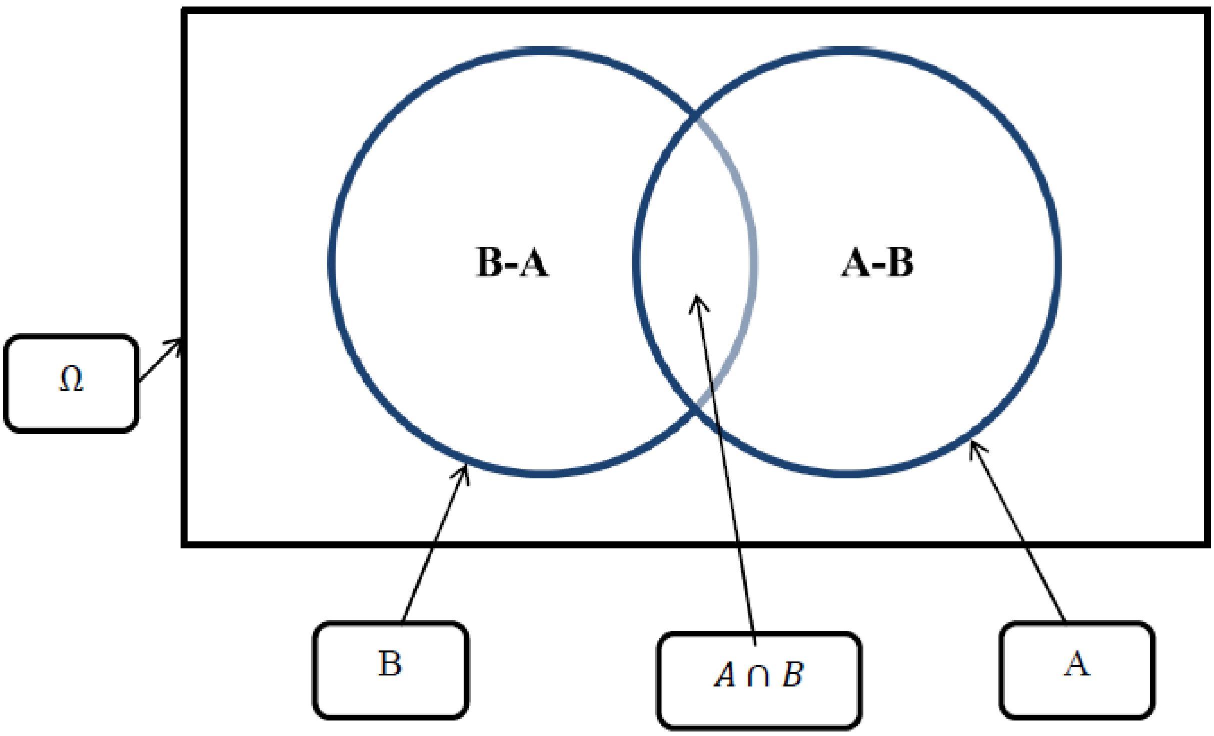
❖ خاصية التوزيع: $\boldsymbol{A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)}$؛

❖ إذا كانت: $\boldsymbol{A \subseteq B}$ فإن: $\boldsymbol{A \cap B = A}$.

3-3- الفرق بين مجموعتين

نسمي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى A ولا تنتمي إلى B بفرق A و B ، ونرمز لها بالرمز: $A - B$، وهو نفس الشيء بالنسبة لمجموعة العناصر التي تنتمي إلى B ولا تنتمي إلى A التي نرمز لها بالرمز $(B - A)$، يمكن توضيح هذه المجموعات في الشكل رقم (4-1).

شكل رقم (4-1): الفرق بين مجموعتين



من خلال الشكل رقم (4-1) يمكننا استنباط بعض العلاقات التالية:

- ❖ $A - B = A - (A \cap B) = A \cap \bar{B}$ ؛
- ❖ $B - A = B - (A \cap B) = \bar{A} \cap B$؛
- ❖ $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$؛
- ❖ $B = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)$؛
- ❖ $A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$؛
- ❖ كل العناصر التي لا تنتمي لا إلى A و لا إلى B في نفس الوقت وتنتمي إلى Ω (أي خارج الدائرتين وداخل المستطيل) هي: $\bar{A} \cap \bar{B}$ ؛
- ❖ $\bar{A} \cap \bar{B} = \Omega - (A \cup B)$؛
- ❖ $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$؛
- ❖ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ ؛