الفائدة المركبة 2

- القيمة الحالية
- الخصم بالفائدة المركبة
- التكافؤ بالفائدة المركبة
- مردودية الإستثمارات

1. القيمة الحالية : la valeur actuelle

1-1(تعريف:

القيمة الحالية لمبلغ مالي (جملة أو قيمة إسمية) يستحق في المستقبل , أي بعد مدة n , هي قيمة المبلغ في الوقت الحالي أي في بداية هذه المدة.

_ عملية التقييم الحالي(حساب القيمة الحالية) Actualisation , هي عكس عملية الرسملة Capitalisation .

1-2)علاقة القيمة الحالية :

نرمز ل : القيمة الحالية VA

المبلغ الحالي أو القيمة المستقبلية A_n معدل الفائدة i المدة الزمنية n

القيمة الحالية : $$VA = A_n * (1+i)^{-n}$$

مثال : مبلغ 23328 يستحق بعد سنتين , بمعدل فائدة 8 % سنويا.

القيمة الحالية: $$VA = A_n * (1+i)^{-n} = 23328 * (1.08)^{-2} = 20000$$

ملاحظة :

إذا كانت المدة غير كاملة بالسنوات , نستعمل طريقة رياضية.

المدة n يجب أن تتلائم مع المعدل : سنوي , المدة بالسنوات _ معدل سداسي , المدة بالسداسيات... .

مثال 1:

مبلغ 30008 يستحق بعد 3 سنتين و 4 أشهر , بمعدل فائدة 10% سنويا:

القيمة الحالية : $$VA = 30008 * (1.1)^{(-2)} * (1.1)^{(-4/12)} = 24024.48$$

مثال 2:

مبلغ 30008 يستحق بعد 2سنتين و 4 أشهر , بمعدل فائدة 2.5% ثلاثيا :

المدة : $n = \left(2 + {}^{4}/_{12}\right) * 4 = 9 + {}^{1}/_{3}$

القيمة الحالية: $VA = 30008 * (1.025)^{(-9)} * (1.025)^{({}^{-1}/_{3})} = 23831.29$

2) الخصم بالفائدة المركبة :

مبلغ الخصم لورقة تجارية أو دين يستحق في المستقبل بفائدة مركبة , هو نفسه مبلغ الفائدة :

الخصم = القيمة المستقبلية – القيمة الحالية : $e = A_n - va$

الفائدة = القيمة المحصلة (القيمة الدستقبلية) – الأصل (القيمة الحالية) : $I = A_n - va$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الإسمية 216000 تستحق بعد 5 سنوات , قدمت للخصم بمعدل فائدة مركبة 8 % .

_ أحسب قيمتها الحالية و مبلغ الخصم,

_ أحسب مبلغ الخصم قبل سنة من موعد استحقاقها.

القيمة الحالية : $va = 216000 * (1.08)^{-5} = 147006$

الخصم (الفائدة) : $I = 216000 - 147006 = 68994$

الخصم قبل سنة من موعد الإستحقاق:

$$I = A_n - va = 216000 - 216000 * (1.08)^{-1} = 16000$$

3) التكافؤ بالفائدة المركبة :

التكافؤ هو دائما تساوي القيم الحالية , في نفس التاريخ و بنفس المعدل.

3-1) تكافؤ مبلغين:

إذا كان A_1 مبلغ مالي يستحق بعد مدة n_1 ، و A_2مبلغ أخر يستحق بعد مدة n_2 , بمعدل i .

يكون المبلغين متكافئين إذا كانت : $va_1 = va_2$

$$A_1 * (1+i)^{-n_1} = A_2 * (1+i)^{-n_2}$$

مثال:

تاجر مدين بمبلغ 136048.896يستحق بعد 4 سنوات, وقد اتفق مع دائنه على تأجيل الدفع بسنة واحدة. معدل الفائدة 8% _. أحسب المبلغ الذي سيدفعه.

معادلة التكافؤ:

$$va_1 = va_2$$
$$36048.896 * (1.08)^{-4} = A_2 * (1.08)^{-5}$$
$$A_2 = 136048.896 * 1.08 = 146932.8$$

2-3) تكافؤ عدة مبالغ:

مجموع القيم الحالية للمبالغ القديمة = مجموع القيم الحالية للمبالغ الجديدة.

$$va_1 + va_2 + va_3 \ \ldots \ = va'_1 + va'_2 + va'_3 \ \ldots$$

مثال: تاجر مدين بمبلغ 136048.896 يستحق بعد 4 سنوات . وقد إتفق مع دائنه على إستبداله : بمبلغ 50000 يدفع فورا والباقي بسندين متساويين في القيمة الإسمية, يستحق الأول بعد 5 سنوات و الثاني بعد7 سنوات معدل الفائدة 8% _أحسب القيم الإسمية للسندين.

معادلة التكافؤ:

$$va = 50000 + va_1 + va_2$$
$$136048.896 * (1.08)^{-4} = 50000 + A_n * (1.08)^{-5} + A_n * (1.08)^{-7}$$
$$100000 = 50000 + A_n * (1.08^{-5} + 1.08^{-7})$$
$$50000 * 1.08^7 = A_n * (1.08^2 + 1)$$
$$A_n = {(50000 * 1.08^{\ 7})}/{(1.08^2 + 1)} = 39554.66$$

3 -3) مدة الإستحقاق الدتوسطة:

مدة الإستحقاق المتوسطة , هي مدة استحقاق مبلغ (دين) واحد يعوض مجموعة من المبالغ . بحيث القيمة الإسمية لهذا المبلغ تساوي لمجموع القيم الإسمية للمبالغ التي عوضها.

لإيجاد مدة الإستحقاق المتوسطة , تستعمل معادلة التكافؤ :

$$va = va_1 + va_2 + va_3 \ \ldots$$

مثال:

ماهي مدة الإستحقاق المتوسطة للمبالغ التالية : 50000 يستحق بعد 3 سنتين , 120000 يستحق بعد 4 سنوات, 160000 يستحق بعد 5 سنوات . معدل الفائدة 10% .

الدبلغ: $A\,n = 50000 + 120000 + 160000 = 330000$

معادلة التكافؤ:

$$A_n x(1.1)^{-n} = 50000x(1.1)^{-2} + 120000x(1.1)^{-4} + 160000x(1.1)^{-5}$$
$$330000x(1.1)^{-n} = 222631.34$$
$$log330000 - n.log1.1 = log222631.34$$
$$n = 4.1294$$

أي أربع 4 سنوات + 0.1294 * 360 = 4 سنوات+ 46 يوم.

4) مردودية الإستثمارات:

عند إستثمار رأسمال في مشاريع أو أصول ثابتة : بناء مصنع , شراء آلة , بناء فندق .... هذه الاستثمارات تعطي عوائد (إيرادات) سنوية . هذه العوائد يمكن تقييمها في الوقت الحالي, أي حساب قيمتها الحالية في تاريخ إنجاز المشروع , وإجراء مقارنة بين تكلفة المشروع و العوائد . أي البحث عن مردودية المشروع la rentabilité d'investissement .

المشروع لو مردودية إذا كانت مجموع القيم الحالية للعوائد أكبر من تكلفة المشروع:

$$\sum va_i \geq A_0$$

مثال:

تريد مؤسسة شراء ألة إنتاج ثمنها 40000 , تعطي عوائد سنوية صافية:

10000 في السنة الأولى, 20000 في السنة الثانية , 30000 في السنة الثالثة . بعد السنة الثالثة الألة تهتلك (العوائد 0)

_ إذا كان معدل الفائدة 8% . هل الآلة لها مردودية.

$$\sum va_i = va_1 + va_2 + va_3$$

$$= 10000x1.08^{-1} + 20000x1.08^{-2} + 30000x1.08^{-3} = \mathbf{50221}$$

نلاحظ أن مجموع القيم الحالية لعوائد الآلة(50221) أكبر من تكلفة شرائها(40000)
وبالتالي فإن الآلة لها مردودية