

## السلسلة الثامنة: سلسلة خاصة بتحليل دالة الإنتاج في المدى الطويل

التمرين الأول: بين إذا كانت دوال الإنتاج التالية متجانسة أو غير متجانسة؟

1.  $Q = K^4 L$
2.  $Q = K + 3L$
3.  $Q = KL + K + 2L$
4.  $Q = 2K(L - 1)$
5.  $Q = \frac{1}{3} K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{4}}$
6.  $Q = \frac{2}{3} K^{\frac{4}{5}} L^{\frac{1}{5}}$
7.  $Q = 2K^2 + 2L$
8.  $Q = \frac{5}{9} K^3 L^2$

التمرين الثاني: تأخذ دالة الإنتاج لإحدى المؤسسات الشكل التالي:  $Q = bL^\alpha K^\beta$   
 عبارة عن ثوابت  $(b, \beta, \alpha)$

المطلوب:

1. مانوع الدالة؟
2. أحسب  $\alpha$  و  $\beta$  علما أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ودالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الثانية؟
3. إذا اعتبرنا  $\alpha = \frac{3}{2}$  و  $\beta = \frac{1}{2}$  و  $b=2$ ، أوجد درجة تجانس هذه الدالة؟
4. أوجد دوال الإنتاجية (الإنتاج المتوسط والإنتاج الحدي لكل من  $L$  و  $K$ )؟
5. أوجد مختلف مرونة هذه الدالة؟
6. أوجد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني لهذه الدالة  $TMST_{L,K}$ ؟
7. حدد المسار الأمثل للتوسع إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج  $P_L = 9$  و  $P_K = 3$ ؟
8. إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج  $P_L = 9$  و  $P_K = 3$  وقيمة التكاليف اللازمة للعملية الإنتاجية تقدر بـ 500 و.ن، أوجد الكميات المثلى من عوامل الإنتاج التي تعظم الإنتاج الكلي للمؤسسة؟
9. ماهو الحد الأدنى من التكاليف الموافقة لإنتاج قدره 300 وحدة (باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج تبقى ثابتة)؟

التمرين الثالث: بفترض أن إنتاج سلعة ما يتم باستخدام عاملين للإنتاج: العمل ( $L$ ) ورأس المال ( $K$ )، والعلاقة

$$f(K, L) = Q = 2(KL)^{\frac{1}{2}}$$

الرياضية التي تربط بين الإنتاج الكلي وعنصري الإنتاج هي:

$$P_K = 4 \text{ و } P_L = 9$$

المطلوب:

1. أوجد دالتي الإنتاج المتوسط والإنتاج الحدي لكل من  $L$  و  $K$ ؟
2. أوجد حجم العمل ورأس المال اللازم لإنتاج 100 وحدة؟
3. أوجد حجم الإنتاج الأفضل الموافق لتكلفة قدرها 504 وحدة نقدية؟
4. ماهو مقدار الربح المحقق إذا كان سعر بيع الوحدة المنتجة هو 12 وحدة نقدية؟

**التمرين الرابع:** لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:  $Q = 4L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}}$  **المطلوب:**

1. بين طبيعة غلة الحجم؟ وما الذي يحدث للإنتاج الكلي لوضاعفنا عوامل الإنتاج؟
2. أوجد المسار الأمثل للتوسع؟ وأشرح معناه؟
3. أوجد دوال الطلب على عوامل الإنتاج  $L$  و  $K$ ؟
4. بافتراض أن لهذا المنتج ميزانية محددة بـ 48 و.ن يريد انفاقها على  $L$  و  $K$  حيث أن أسعار عوامل الإنتاج هي  $P_L = 4$  و  $P_K = 8$  ، استنتج حجم الإنتاج الأمثل الذي يمكن أن يصله المنتج في حدود المعطيات المقدمة؟
5. ماهو المعدل الحدي للإحلال التقني عند نقطة التوازن؟

**التمرين الخامس:** لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:  $Q = (L - 1)^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}}$  حيث  $L > 1$  **المطلوب:**

1. حدد معادلة منحنى الناتج المتساوي عند مستوى الإنتاج  $Q=1$ ، ثم مثلها بيانياً؟
2. بافتراض أن  $P_L = 3$  و  $P_K = 2$  ، ماهي التوليفة المثلى من كميات عوامل الإنتاج التي تحقق أقل تكلفة ممكنة عند مستوى الإنتاج  $Q=1$ ؟

**التمرين السادس:** لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:  $Q = K^2 - KL + 2L^2$  **المطلوب:**

1. ماهي درجة تجانس هذه الدالة؟ ماذا تستنتج؟
2. ماهو أمثل إنتاج للمؤسسة إذا كانت ميزانيتها محددة بـ 100 و.ن و أسعار عوامل الإنتاج  $L$  و  $K$  هي  $P_L = 4$  و  $P_K = 2$  ؟
3. أوجد مختلف مرونة هذه الدالة؟ وماذا تستنتج؟

**التمرين السابع:** لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:  $Q = F(L, K) = 100 L^{0.7} K^{0.3}$  بافتراض أن لهذا المنتج ميزانية محددة بـ 2500 و.ن يريد انفاقها على  $L$  و  $K$ .

**المطلوب:**

1. هل هذه الدالة متجانسة؟ وماهي درجة تجانسها مستنتجا طبيعة غلة الحجم؟
2. إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج هي  $P_L = 50$  و  $P_K = 100$  ، ماهو حجم الإنتاج الأمثل الذي يمكن أن يصله المنتج في حدود المعطيات المقدمة باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج؟
3. ماهو المعدل الحدي للإحلال التقني عند نقطة التوازن؟
4. حدد قيمة المرونة الكلية للإنتاج؟
5. أوجد العلاقة بين  $TMST_{L,K}$  والمرونة الجزئية؟