المحاضرة رقم 7: التقدير الاحصائي للوسط الحسابي

تمهيد:

يشكل التقدير الإحصائي للوسط الحسابي إحدى الأهداف الأساسية للإحصاء الاستدلالي، والمقصود بالتقدير هو إمكانية التعرف على معلمة معينة من المجتمع الإحصائي، انطلاقا من الإحصائية المناسبة للعينة، عندما يختار الباحث عينة عشوائية، ويتأكد من كونها حقيقة عشوائية وممثلة للمجتمع الذي أخذت منه، فإنه يمكن القول بأن الباحث استخدم التقدير بالنقطة، أي أنه اعتمادا على متوسط معين قام بتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع معتمدا على قيمة معينة في العينة، وتعرف على المعلمة أو القيمة المناسبة لها.

غير أنه عادة ما يحدث أن يكون الباحث غير متأكد من أن العينة ممثلة للمجتمع الأصلي الإحصائي، ولو أنها عشوائية، ففي هذه الحالة يلجأ إلى طريقة أخرى تسمى التقدير بالمجال، حيث يحدد مجالا يتراوح فيه المتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي بين قيمتين: لتحديد هذا المجال نستخدم اختبار Z أو **اختبار** t...

يتحدد المجال الذي يتراوح فيه المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة بين الحدين (H) و (L) بنسبة ثقة مناسبة، ويحسب بالمعادلتين الآتيتين:

$$L = \bar{x} + (-Z)(sx)$$

$$L = \bar{x} - z_{0.5-\frac{\alpha}{2}}\frac{\delta}{\sqrt{n}}, \qquad h = \bar{x} + z_{0.5-\frac{\alpha}{2}}\frac{\delta}{\sqrt{n}} \qquad H = \bar{x} + (Z)(sx)$$

تطبيق 1:

لتكن عينة ممثلة لطلبة التربية البدنية سنة أولى تتميز بالخصائص الآتية:

$$\bar{x} = 13{,}8 \,.\, \delta = 0{,}90 \,.\, n = 60.$$

ماهي القيم H و L المحددة للمجال المناسب مع احتمال الخطأ *1* % ؟

الحل:

نحسب أ ولا الخطأ المعياري Sx حيث:

$$Sx = \frac{\delta}{\sqrt{n}} = \frac{0,9}{\sqrt{60}} = 0,11$$

تحديد المجال: $H = \bar{x} + \ , L = \bar{x} - (Z)(\delta x)$

$(Z)(\delta x)$

لتحديد قيمة Z: $\frac{\alpha}{2} = \frac{0,01}{2} = O,005$

$$O,5 - 0,005 = O,495$$

$$h = \bar{x} + 2,58 \times 0,11 = 14,08.$$

$$L = 13,80 - 2,58 \times O,11 = 13,51$$

متوسط طلبة التربية البدنية يتراوح بين 13,51 و14,08 مع احتمال خطأ 1%.

تطبيق2:

أخذت عينة عشوائية حجمها n=16 من مجتمع $N(\mu, 3)$، *فوجد أن* $\bar{x} = 11,3$، أوجد فترة ثقة 95% للمعلمة المجهولة μ.

الحل:

المجتمع طبيعي، و تباينه معلوم، إذن:

$$11,3 - 1,96 \times \frac{3}{4}, 11,3 + 1,96 \times \frac{3}{4}$$

$(9{,}83,\ 12,\ 77)$

تطبيق 3:

عينة عشوائية حجمها $n=100$ من مجتمع وسطه μ وتباينه $v=25$، $\bar{x} = 52$

أوجد فترة الثقة98% لوسط المجتمعμ .

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}02}{2} = 0{,}01$$

$$0.5 - 0{,}01 = 0{,}49$$

المساحة 0.49 درجتها المعيارية 2,33

$$(52 + 2{,}33\frac{5}{10} \leq \mu \leq 52 + 2{,}33\frac{5}{10}) \quad (50{,}84 - 53{,}16)$$

التقدير باستخدام اختبار ت:

في بعض الأحيان يكون المطلوب تقدير متوسط المجتمع عندما، يكون التباين غير معلوم وحجم العينة أقل من 30، طالما كان شكل التوزيع جرسي، فإنه يمكن حساب فترات الثقة عندما يكون التباين غير معلوم، وحجم العينة صغير، وذلك باستخدام توزيع T.

$$L = \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}(Sx) \qquad H = \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}(Sx) \qquad Sx = \frac{\delta}{\sqrt{n}}$$

مثال:

إذا كانت مداخيل مجموعة من الأفراد في دولة ما تتبع التوزيع الطبيعي، وسحبت منهم عينة عشوائية حجمها 10 أفراد، بوسط حسابي $\bar{x} = 720$ وانحراف معياري بلغ $\delta = 80$.

- أنشئ فترة التقدير للوسط الحسابي لجميع الأفراد للدخل اليومي بدرجة ثقة 95%.

الحل:

العينة صغيرة، المجتمع طبيعي، وانحرافه غير معلوم، لذلك نستخدم تقدير الوسط للعينات الصغيرة التي تعتمد على توزيع ت.

$$n=10 \qquad T_{0.025-9}=2.26 \qquad df = n-1 = 9$$

$$L = 720 - 2{,}26.\frac{80}{\sqrt{10}} = 662{,}83 \quad h = 720 + 2{,}26\frac{80}{\sqrt{10}} = 777{,}16.$$

أي أن الوسط الحسابي للمداخيل اليومية للرياضيين تتراوح ما بين 662.83 دولار كحد أدنى و 777.16 دولارا كحد أعلى وذلك بدرجة ثقة 95%.

فترة تقدير النسبة:

نظرا لأنه من الصعوبة في كثير من الأحيان حساب نسبة ما لظاهرة ما من مجتمع، فإننا نلجأ غالبا لتقدير هذه النسبة من عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع، فلو افترضنا أن نسبة المؤيدين للسياسة المنتهجة في المجال الرياضي هي p، وأن العينة العشوائية كبيرة بدرجة كافية، وأن نسبة مؤيدي هذه السياسة في العينة $\hat{P}$ فإن خطوات تقدير النسبة في المجتمع كما يلي:

حساب النسبة في العينة:

$$\hat{P} = \frac{x}{n}$$

حساب الخطأ المعياري للنسبة: $sp = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

$$L = \hat{p} - Z_{\frac{x}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \qquad h = \hat{p} + Z_{\frac{x}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

مثال:

في عينة عشوائية مكونة من 500 مواطن في مجتمع سكاني ما، وجد منهم 270 مواطنا يحبذون إقامة منشآت رياضية في أحيائهم السكنية.

المطلوب:

حدد فترة الثقة لنسبة الأفراد الذين يحبذون إقامة منشآت رياضية في أحيائهم السكنية.

$$\hat{p} = \frac{270}{500} = 0{,}54.$$

$$Z_{0{,}025} = 1{,}96.$$

$$0{,}54 - 1{,}96 \times \sqrt{\frac{0{,}54 \times 0{,}46}{500}} \leq p \leq 0{,}54 + 1{,}96 \times \sqrt{\frac{0{,}54 \times 0{,}96}{500}}.$$

$$0{,}49 \leq p \leq 0{,}58$$

قائمة المراجع:

- بوحفص عبد الكريم،(2006)، **الاحصاء المطبق في العلوم الانسانية والاجتماعية**، د.م.ج بن عكنون، الجزائر
- ثروت محمد عبد المنعم،(2007)، **مدخل حديث للإحصاء والاحتمالات**، ط.2،الرياض، مكتبة العبيكان للنشر.
- طشطوش سليمان محمد ،(2001): **أساسيات المعاينة الاحصائية**، عمان، دار الشروق للنشر والتوزيع.
- القاضي دلال، عبد الله سهيلة، النياتي محمود،(2005)، **الإحصاء للإداريين والاقتصاديين**، عمان، دار الحامد للنشر والتوزيع.