المحاضرة رقم 3: التوزيع الطبيعي والدرجات المحولة

التوزيع الطبيعي:

في كثير من الحالات تتوزع خصائص مجموعة من الأفراد والأشياء وفق منحنى توزيع يعرف بالتوزيع الطبيعي، عندما تتوزع البيانات حسب التوزيع الطبيعي فالمنحنى يأخذ شكل يعرف بمنحنى قوس s

خصائص التوزيع الطبيعي:

- المنوال يساوي الوسيط يساوي المتوسط $\bar{x}=Mo=Med$.
- التوزيع متناظر حول المتوسط الحسابي.
- للمنحنى نقطتين للانحناء على بعد $\pm\,\delta$ من المتوسط.
- تتوزع المساحات في التوزيع الطبيعي كالآتي.
  - %68 من العناصر تنحصر بين $\mu - \delta$ و $\mu + \delta$
  - %95 من العناصر تنحصر بين $\mu - 2\delta$ و $\mu + 2\delta$
  - %99 من العناصر تنحصر بين $\mu - 3\delta$ و $\mu + 3\delta$

التوزيع الطبيعي المعياري:

الدرجة المعيارية:

تفيد في التعبير عن مركز الفرد بالنسبة لتوزيع ما، وذلك فيما يتصل بمتوسط، وتتباين الدرجات الأصلية ولهذا فإن متوسط الدرجة ذ يساوي 0 وانحرافها العياري 1.

الدرجة المعيارية:

$$z = \frac{(x-\bar{x})}{\sigma}$$

x: الدرجة الأصلية.

$\bar{x}$: المتوسط الحسابي للدرجات الخام.

σ: الانحراف المعياري للدرجات

تسمى هذه المعادلة بالمتغير المعياري، ومن ميزاتها أنها تضم المنحنيات منفصلة عن وحدات قياسها، بل أن الوحدات لا تظهر وتعطي المعادلة درجة معيارية بإشارة + أو – أو مساوية للصفر.

كل الدرجات الخاصة يعبر عنها بدرجات معيارية على محور السينات.

يتميز التوزيع الطبيعي المعياري بكل صفات التوزيع الطبيعي العادي:

- المتوسط والوسيط والمنوال كلها تساوي 0.
- نقطتي انحناء المنحنى تكون عند واحد انحراف معياري من كل جهة +1 و -1.
- المنحنى متناظر حول المتوسط الحسابي المعياري الذي يساوي 0.

استخدامات التوزيع الطبيعي المعياري:

– تستخدم مختلف المساحات تحت المنحنى للتعرف على الدرجة الأصلية في التوزيع.

– يمكن استخدام جدول Z للتعرف على الرتبة المئينية المحددة لمكانه شخص ما في التوزيع لنتيجة ما.

–كذلك تستخدم الدرجة المعيارية Z لمقارنة أداء فرد في مجموعة الاختبارات تتميز بمتوسطات حسابية وانحرافات معيارية مختلفة، لمعرفة الاختبار الذي كان فيه الشخص أكثر تفوقا لابد من مقارنة أدائه على مستوى القيم المعيارية.

مثال$_1$:

إذا استطاع لاعب الحصول على درجة 40 في اختبار ما، كان متوسط درجات المجموعة في هذا الاختبار هو 64، وانحرافها المعياري هو 15، فما هي الدرجة (ذ) المقابلة لهذه الدرجة الخام؟

$$z = \frac{(x-\bar{x})}{\sigma} \quad \frac{40-64}{15} = -1.6$$

ونعني أن مستوى اللاعب في هذا الاختبار أقل من مستوى متوسط المجموعة.

الدرجة التائية:

عبارة عن درجة معيارية متوسطها 50 وانحرافها المعياري 10، وتستخدم عادة في تحويل الدرجات الخام إلى درجات يمكن جمعها، بعرض مقارنتها وتسهيل تفسيرها، وتمتاز هذه الدرجة بأنها لا تتضمن قيما سالبة.

$$t = 10z + 50$$

مثال2:

قيست أطوال 500 رياضي، فأعطت متوسطا قيمته 151 سم، وانحرافا معياريا 15 سم، فإذا فرضنا أن هذه الأطوال موزعة توزيعا طبيعيا أي تتوافق وقانون المنحنى الطبيعي، أوجد عدد الرياضيين الذين تتراوح أطوالهم بين 129 و 155، ثم الذين تزيد أطوالهم عن 187 سم .

الحل:

تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية:

$$z_1 = \frac{151-120}{15} = -2.06 \qquad z_2 = \frac{155-151}{15} = 0.26$$

حساب المساحة المحصورة بين (0,26) و (2,06)= 0,4803+0,1026 = 0,5829، وبهذا يكون عدد التلاميذ الذين تتراوح أطوالهم بين 120 و 155 سم، يساوي 500×0,5829≃291 رياضي.

عدد الرياضيين الذين تزيد أطوالهم عن 187سم:

$$z = \frac{187-151}{15} = 2.4$$

.0,00082 =0,4918 -0,5

عدد الرياضيين الذين تزيد أطوالهم عن 187سم هو 500×(0,0082)=4.

عدد الرياضيين الذين تزيد أطوالهم عن 187سم هو 4 رياضيين.

مثال3:

تشكل نتائج مجموعة من الرياضيين في اختبار حركي توزيعا طبيعيا بحيث:

$$10 = \bar{x} \text{ و } 8 = \delta$$

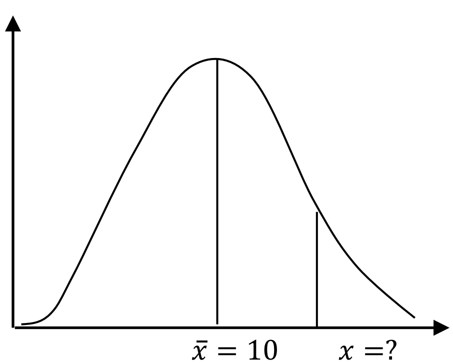
نريد مكافأة 20% من أحسن الرياضيين أصحاب الدرجات العليا، ما هي الدرجة المحددة لهذه النسبة.

الحل:

نبحث في جدول القيم المعيارية عن الدرجة المعيارية باستخدام المساحة 0,30 فنجدها=0,84.

- تحول القيم المعيارية إلى قيمة أصلية.

$$\frac{x-10}{8} = 0.84$$



$$16{,}7 = \mathrm{x} \Leftarrow \mathrm{x} - 10 = 0{,}84 \times 8$$

نقول بأن كل رياضي تحصل على درجة أعلى من 16,7 يدخل في نسبة 20% من أحسن الرياضيين.

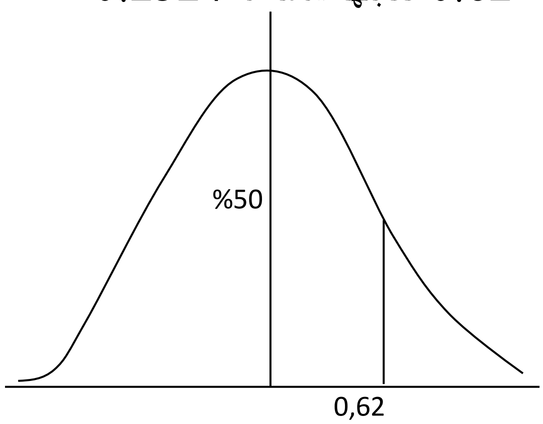
* باستخدام نفس معطيات التمرين السابق، نفرض أن رياضي يحصل على الدرجة 15، ما هي الرتبة المنينية لهذا الرياضي؟

الحل:

تحويل الدرجة الأصلية إلى درجة معيارية .

$$z = \frac{15-10}{8} = 0.62$$

-نرجع إلى جدول التوزيع المعياري Z: الدرجة المعيارية 0.62 تقابلها المساحة 0.2324



73 =50+23

الرياضي الذي يتحصل على 15 متفوق على 73% من زملائه.

قائمة المراجع:

- أبو راضي فتحي، (2001) ، **الاحصاء التطبيقي والتحليلي في العلوم الاجتماعية**، بيروت، دار النهضة العربية.
- بوحفص عبد الكريم،(2006)، **الاحصاء المطبق في العلوم الانسانية والاجتماعية**، الجزائر، د.م.ج .
- حليمي عبد القادر، (2009)، **مدخل إلى الاحصاء**، ط.6،الجزائر، د.م.ج
- خيري السيد محمد،(1997)، **الاحصاء النفسي**، ط.2، القاهرة، دار الفكر العربي.

– سعد جلال، (2001): **القياس النفسي : المقاييس والاختبارات**، القاهرة، دار الفكر العربي،

- عوض عباس محمود، (1999): **علم النفس الاحصائي**، الاسكندرية، دار المعرفة الجامعية.

-jean- pierre lecoutre,(2002) ; **Statistique et propalités** ;2 ed ; paris , dunod