

Série N=05

Exercice 1. *Trouvez le rayon de convergence des séries entières suivantes*

$$1. \sum_{n \geq 0} n^\alpha z^n, \alpha \in \mathbb{R}, 2. \sum_{n \geq 0} n! \left(\frac{z}{n}\right)^n, 3. \sum_{n \geq 1} a_n x^n, a_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$$

Exercice 2. *déterminer la nature des points singuliers $\frac{1}{z^4 - z^2}$, $\coth z$, $\frac{1}{z-1}$.*

Exercice 3. *Soit f la fonction suivante*

$$f(z) = \frac{1}{z(z-3)}$$

Développer la fonction f en série de Laurent au voisinage de 0 en précisant les domaines de convergence.

Exercice 4. *Soit*

$$f(z) = \frac{z}{(z-1)(z+2)}$$

1. *Trouver les constantes a et b tels que.*

$$f(z) = \frac{a}{z-1} + \frac{b}{z+2}$$

2. *Développer la fonction $f(z)$ en série de Laurent autour de 0.*

Exercice 5. *Soit*

$$f(z) = \frac{-1}{i} \frac{1}{z^2 - \frac{5}{2}z + 1}$$

1. *Déterminer les singularités et préciser leurs types.*