
Série N=04

Exercice 1. Trouver dans chaque cas, la courbe C ayant pour paramétrage:

1) $\gamma(t) = Re^{it}, t \in [0, 2\pi]$ $R > 0$; 2) $\gamma(t) = t + it^2, t \geq 0$
3) $\gamma(t) = t + \frac{i}{t}, t \geq 1.$

Exercice 2. Calculer $\int_{\gamma} |z| dz$, où:

1. γ est le segment $[A, B]$, $A(0, -1)$ $B(0, 1)$.
2. γ est le demi cercle, $|z| = 1$, $\Re(z) \geq 0$ reliant le point $(0, -1)$ au $(0, 1)$

Exercice 3. Calculer $\int_{\gamma} z \sin z dz$, où γ est le segment reliant le point $(0, 0)$ au point $(0, 1)$.

Exercice 4. En utilisant la formule intégrale de Cauchy, Calculez les intégrales suivants (les courbes sont parcourus une fois dans le sens (+)).

1) $\int_{|z+i|=3} \sin z \frac{dz}{z+i}$, 2) $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+1}$
3) $\int_{|z+1|=1} \frac{dz}{(z+1)(z-1)^3}$ 4) $\int_{|z-i|=1} \frac{\cos z}{(z-i)^2} dz$

Exercice 5. Calculer l'intégrale suivante par la méthode directe puis en effectuant l'intégration suivant les chemins indiqués $\int_{1-2i}^{3+i} (2z+3) dz$

1. Le long du chemin: $x = 2t + 1$ et $y = 4t^2 - t - 2$ et $t \in [0, 1]$.
2. Le long de la droite joignant $(1 - 2i)$ et $(3+i)$.
3. Le long des segments joignant $(1 - 2i)$ et $(1 + i)$ puis $(1 + i)$ et $(3 + i)$.
4. Le long des demi-cercles C_1 et C_2 : C_1 (de centre $z_0 = 1 - \frac{1}{2}i$, de rayon $r = \frac{3}{2}$.) et C_2 (de centre $z_0 = 2 + i$, de rayon $r = 1$.)