Université de Djilali Bounaama
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Mathémathique et Informatique

Année universitaire 2022/2023
Module:Analyse complexe
Deuxmière année maths

Série N=02

Exercice 1. *Trouver les fonctions holomorphes et les non holomorphes, Puis donner la dérivée de celles qui sont holomorphes:*

- $f_1(z) = x^2 - y^2 + x + 1 + i(2xy + y)$.

- $f_2(z) = 2x^2 + 2y^2 - x + i(4xy - y)$.

- $f_3(z) = z^2 + z + \ln z.(\Re(z) \succ 0)$.

- $f_4(z) = e^z + \overline{z} + \cos z$

Exercice 2. *Soit f une fonction holomorphe sur $\mathbb{C}$ donnée par sa forme algébrique:* $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$

- *Trouver toutes les fonctions f telle que:*

- $u(x, y) = 3x + 1$.

- $u(x, y) = x^2 - y^2 + 2x + 1$.

- $u(x, y) = -2xy$.

- $v(x, y) = e^x \sin y$.

- $v(x, y) = 2x + 2xy$.

- $v(x, y) = x^2 - y^2$.

Exercice 3. *Pour quelles valeurs de λ les fonctions f sont-elles holomorphes*

- $f(z) = x + i\lambda y$.

- $f(z) = x^2 - y^2 + \lambda x + i(\lambda y + 2xy)$.

- $f(z) = \Re(\lambda)\Re(z) + i[\Im(\lambda) + 1]\Im(z)$.

Exercice 4. *Montrer que les fonctions suivantes sont harmoniques.*

1. $u(x, y) = xy$.

2. $u(x, y) = x^2 - y^2 + xy$.

3. $u(x, y) = e^x x \cos y - e^x y \sin y$.