

TD N°04

**Exercice 01 :**

Les mesures des teneurs d'un gisement de fer effectuées en quatre points, ont données les résultats suivants :

| Point          | Coord. X (m) | Coord. Y (m) | Teneur Z(x) (%) |
|----------------|--------------|--------------|-----------------|
| X <sub>1</sub> | 0            | 1            | 2.7             |
| X <sub>2</sub> | 3            | 0            | 4.1             |
| X <sub>3</sub> | 0            | 2            | 1.5             |
| X <sub>4</sub> | 2            | 0            | 3.2             |

Pour l'estimation de la teneur en fer dans un point  $x_0 (1, 1)$  ; Nous allons effectué un krigeage ordinaire. Sachant que le gisement montre un variogramme sphérique avec  $C_0=1.2\%$  et  $C=9\%$  et une portée  $a = 3$  m.

a) Construisez le système de Krigeage ordinaire sous forme matricielle, sans le résoudre.

La résolution du système de KO à donnée:  $\lambda_1=0.13$  ,  $\lambda_2=0.68$ ,  $\lambda_3=0.06$ ,  $\lambda_4=0.13$ . et  $\mu=-1.02$

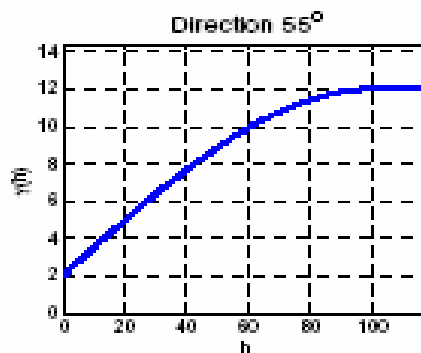
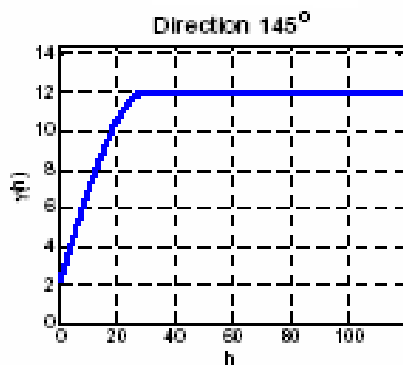
b) Alors déterminer la teneur en fer au point  $x_0$ .

**Exercice 02 :**

2- Dans un gisement 2D, on a obtenu le modèle de variogramme suivant, illustré dans différentes directions.

a) Décrivez le modèle de variogramme illustré sur ces figures.

b) Soit deux points espacés de 20m et définissant un azimut de  $43^\circ$ . Calculer la valeur du variogramme entre ces deux points.



## Solution TD N°04

### Exercice 01 :

a) Le système de Krigeage ordinaire sous forme matricielle s'écrit :  $[A].[X]=[B]$   
 ou : A : la matrice des variogrammes des points observés.

X : le vecteur colonne des poids  $\lambda_i$  à estimés.

B : le vecteur colonnes des variogramme du point à estimé.

D'abord on doit calculer les distances ( $h_i$ ) entre tous les pairs de points, ce qui donne :

$$\text{Avec } h = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

| Matrice des distances (h) entre les observations des paires possibles | Point | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | X <sub>3</sub> | X <sub>4</sub> |
|---|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|   | x(m)  | 0              | 3              | 0              | 2              |
|   | y(m)  | 1              | 0              | 2              | 0              |

| Point          | x(m) | y(m) |
|----------------|------|------|
| X <sub>1</sub> | 0    | 1    |
| X <sub>2</sub> | 3    | 0    |
| X <sub>3</sub> | 0    | 2    |
| X <sub>4</sub> | 2    | 0    |

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 0    | 3,16 | 1,00 | 2,24 |
| 3,16 | 0    | 3,61 | 1,00 |
| 1,00 | 3,61 | 0    | 2,83 |
| 2,24 | 1,00 | 2,83 | 0    |

Ensuite on évalue le variogramme à chaque distance avec le modèle sphérique, ce qui donne :

$$\text{Avec } \gamma(h) = C_0 + C \left( 1.5 \left( \frac{h}{a} \right) + 0.5 \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right)$$

| Matrice des variogrammes ( $\gamma_h$ ) pour tous (h) possibles | Point | X <sub>0</sub> | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | X <sub>3</sub> | X <sub>4</sub> |
|---|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|   | X(m)  | 1              | 0              | 3              | 0              | 2              |
|   | Y(m)  | 1              | 1              | 0              | 2              | 0              |

| Point          | X(m) | Y(m) |
|----------------|------|------|
| X <sub>0</sub> | 1    | 1    |
| X <sub>1</sub> | 0    | 1    |
| X <sub>2</sub> | 3    | 0    |
| X <sub>3</sub> | 0    | 2    |
| X <sub>4</sub> | 2    | 0    |

|      |       |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1,20 | 10,20 | 9,40  | 7,09  | 7,09  |
| 5,53 | 1,20  | 10,16 | 5,53  | 9,40  |
| 9,40 | 10,16 | 1,20  | 9,61  | 5,53  |
| 7,09 | 5,53  | 9,61  | 1,20  | 10,16 |
| 7,09 | 9,40  | 5,53  | 10,16 | 1,20  |

La matrice [A]

La matrice [B]

Donc le système s'écrit:

$$\begin{array}{c} \text{La matrice} \\ \text{[A]} \end{array} \begin{array}{c} \text{La matrice} \\ \text{[B]} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1.20 & 10.16 & 5.53 & 9.40 & 1 \\ 10.16 & 1.20 & 9.61 & 5.53 & 1 \\ 5.53 & 9.61 & 1.20 & 10.16 & 1 \\ 9.40 & 5.53 & 10.16 & 1.20 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.53 \\ 9.40 \\ 7.09 \\ 7.09 \\ 1 \end{bmatrix}$$

b) la valeur de cette propriété au point  $x_0$  situé à (1,1). Est donnée par l'expression du Krigeage Ordinaire :  $Z_{x_0}^* = \sum \lambda_i Z_i$

$$= 2.7 \times 0.13 + 4.1 \times 0.68 + 1.5 \times 0.06 + 3.2 \times 0.13$$

$$Z_{x_0}^* = 3.64 \%$$

**Exercice 02 :**

a) Modèle sphérique avec  $C_0=2$ ,  $C=10$  de mêmes paliers mais de portées différentes : Avec une portée  $a_g=100$  dans la direction  $55^\circ$  et  $a_p=30$  dans la direction  $145^\circ$ . ce qui décrit une anisotropie géométrique.

b) on doit déterminer l'angle entre la direction  $43^\circ$  que fait les deux points et la direction  $55^\circ$  de la grande continuité : cet angle est égale à  $12^\circ$ .

Puis on détermine la portée dans cette direction  $a_\theta$  :

$$a_\theta = \frac{a_g \cdot a_p}{(a_p^2 \cos^2 \theta + a_g^2 \sin^2 \theta)^{1/2}}$$

$$a_\theta = \frac{100 \times 30}{(100^2 \cos^2 12^\circ + 30^2 \sin^2 12^\circ)^{1/2}} = 83.4 \text{ m}$$

Ensuite on calcul la valeur du variogramme en utilisant le modèle sphérique pour  $h=20$  m (distance entre les deux points) et  $a_\theta$  :

$$\gamma_\theta(h) = C_0 + C \left( 1.5 \left( \frac{h}{a} \right) + 0.5 \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right)$$

$$\gamma_\theta(h) = 2 + 10 \times \left( 1.5 \times \left( \frac{20}{83.4} \right) + 0.5 \times \left( \frac{20}{83.4} \right)^3 \right) = 5.66$$