لاسبوع الثامن
نظرية التكاليف

إن المسار الأمثل للتطور هو المنحنى الذي يمر من نقاط التوازن التي تحقق للمنتج أعظم إنتاج أو أدنى تكلفة و كل نقطة توازن تحدد مستوى إنتاج معين كما تحدد التكلفة الكلية الأدنى المرتبطة بهذا الإنتاج , و بناءا على ذلك يمكن إشتقاق العلاقة الموجودة بين مستوى الإنتاج و التكلفة الكلية و التي يمكن تمثيلها إما بجدول أو منحنى أو علاقة رياضية من الشكل : $CT = F(X)$:

CT: هي التكلفة الكلية

X : مستوى الإنتاج

1-التكاليف الإنتاج في المدى القصير :

لقد عرفنا أن المدى القصير أنه الفترة الزمنية التي تكون فيها بعض عناصر إنتاج المؤسسة متغيرة بينما تكون العناصر الأخرى ثابتة المقدار , وهذا يقودنا إلى أن نفرق في تحليل التكاليف الأجل القصير بين التكاليف الثابتة و المتغيرة التي ترافق العناصر الثابتة و المتغيرة على التوالي.

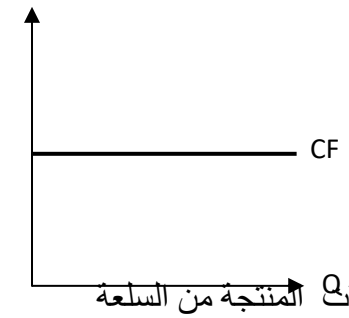
1 -1-**تعريف التكاليف** : التكاليف هي الأعباء التي تتحملها المؤسسة مقابل الإنتاج او هي مدفوعات المؤسسة لغيرها مؤسسات حكومية -عمال ....الخ ونميز هنا مجموعة من التكاليف:

1-2 التكاليف الثابتة والمتغيرة:

التكاليف الثابتة : CF

هي التكلفة التي لاترتبط بمستوى الإنتاج و تسدد من طرف المؤسسة (المنتج) مهما كان هذا المستوى وتتحملها حتو ولم يكن انتاج مثل ايجار المباني، والمعدات، والملعدات والالالت الملستخدمة في النشاط الإنتاجي، أقساط التأمين، فوائد القروض.. الخ.
وتمثل بيانيا بخط مستقيم أفقي.

شكل :يمثل منحنى التكلفة الثابتة.



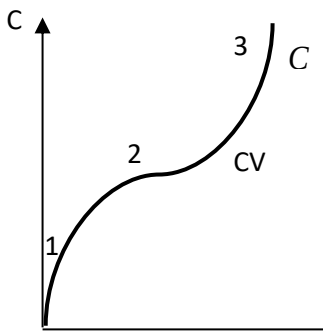
المتغيرة : CV

ترتبط بالإنتاج فتتغير بتغير ه فالمؤسسة لا تتحملها إلا إذا قامت فعلا بالإنتاج فهي تزيد بزيادة الكميات المنتجة من السلعة وتنقص بنقصانها واذا لم تنتج المؤسسة أي وحدة من السلعة فإن هذه التكاليف تساوي صفرا ومن عناصر التكلفة المتغير ة نذكر الأجور-تكاليف المواد الخام , النقل ,الوقود ... والمنحنى البياني الممثل للتكلفة المتغيرة يرتبط بعلاقة طردية بين التكلفة المتغيرة والكمية المنتجة من السلعة وهو يعكس المراحل المختلفة لغلة الحجم. وعليه فدالة التكاليف المتغيرة هي دالة متزايدة الحجم CVT=f(q)

ومنحناها لا يأخذ شكل خطي حيث ينطلق من نقطة الأصل الى أعلى اليمين، ورياضيا معادلته من الشكل:

$$CVT : y= bx-cx^2+dx^3$$

الشكل: يمثل منحنى التكلفة المتغيرة CV



ما يميز التكلفة المتغيرة أنها تعرف ثلاث مراحل:

* **المرحلة الأولى :**تشير المرحلة الأولى إلى تزايد التكلفة المتغيرة بمعدل متناقص أي (تزايد غلة الحجم بمعدل متزايد)

***المرحلة الثانية:** تشير المرحلة الثانية الى تزايد التكلفة المتغيرة بمعدل ثابت أي (ثبات غلة الحجم)

***المرحلة الثالثة:** تشير المرحلة الثالثة الى تزايد التكلفة المتغيرة بمعدل متزايد أي (تناقص غلة الحجم) وحيث يكون المنحنى شديد الارتفاع.

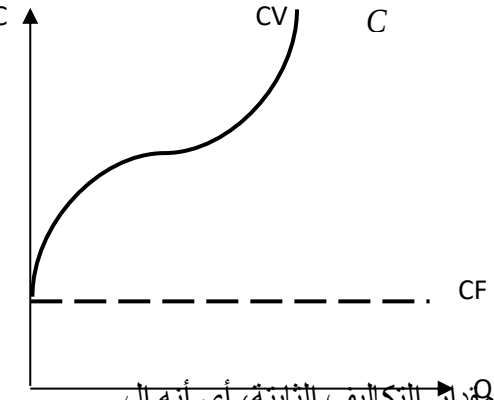
التكلفة الكلية CT **:**

وهي تمثل مجموع التكاليف الثابتة والمتغيرة ورياضيا نعبر عنها بالصيغةالتالية :

التكلفة الكلية = التكلفة الثابتة + التكلفة المتغيرة

أو : $CT = CF + CV$

الشكل: يمثل منحنى التكلفة الثابتة والمتغيرة والكلية



وبيانيا فإن منحنى التكاليف الكلية يأخذ شكل منحنى التكاليف المتغيرة، إلا أنه يقع فوقه بمقدار التكاليف الثابتة، أي أنه ال ينطلق من نقطة الأصل وانما يبدأ من النقطة) a) التي تمثل التكاليف الثابتة، ورياضيا تأخذ التكاليف الكلية المعادلة التالية:

$$CT : y = a + bx - cx^2 + dx^3$$

التكلفة الحدية:

هي معدل التغير في التكلفة نتيجة التغير في الكمية المنتجة من السلعة بمقدار وحدة واحدة أو بمعنى آخر تكاليف إنتاج الوحدة الإضافية أو الأخيرة

1- في الحالة المتقطعة : $Cmg = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$ _ $\frac{\Delta(CVT)}{}$

2- في الحالة المستمرة : $Cmg = \frac{\delta CT}{\delta Q}$ _ $\frac{\delta(CVT)}{}$

3- **خواص التكاليف الكلية :**

-عند تزايد حجم الإنتاج فإن منحنى التكاليف الكلية الثابتة ثابت لا يتغير حتى عند حجم الإنتاج يساوي صفر

-التكلفة المتغيرة تزداد بمعدلات متناقصة ثم بمعدلات متزايدة و تساوي صفر عند حجم إنتاج يساوي صفر

-التكاليف الكلية تسلك سلوك التكاليف المتغيرة و عند حجم إنتاج يساوي صفر هنا تساوي التكاليف الثابتة

2-تكاليف الوحدة في الأجل القصير :

بعدما عرفنا التكاليف الكلية و المتغيرة لابد من البحث في تكاليف الوحدة (أي تكاليف كل وحدة من الناتج) و هي عملية ذات جانب كبير من الأهمية في إتخاذ القرارات الإقتصادية و سوف نبدأ بتعريف أربعة مفاهيم لتكاليف الوحدة في الأجل القصير وهي :

متوسط التكلفة الثابتة: (التكاليف المتوسطة الثابتة) (CFM):

ويمثل نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكلفة الثابتة ونعبر عنها رياضيا:

متوسط التكلفة الثابتة = التكلفة الثابتة /كمية الناتج

$$CFM = \frac{CF}{Q}$$

ويلاحظ أنه كلما إرتفعت كمية المنتجة كلما إخفضت متوسط التكاليف الثابتة

متوسط التكلفة المتغيرة : CVM

عبارة عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكلفة المتغيرة الكلية و نعبر عنها رياضيا :

متوسط التكلفة الثابتة= التكلفة الكلية المتغيرة / كمية الناتج

$$CVM = \frac{CV}{Q}$$

التكلفة الكلية المتوسطة : CTM

و هي نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكلفة الكلية

متوسط التكاليف الكلية = التكلفة الكلية /كمية الناتج

$$CTM = CT / Q$$

ملاحظة : $CTM = CVM + CFM$

خواص (سلوك) التكاليف المتوسطة و الحدية

1- **التكاليف الحدية:** تتناقص حتى تصل لأدنى مستوى لها ثم تتزايد

2- **التكاليف المتوسطة الثابتة:** تتناقص مع زيادة حجم الإنتاج و لكن لاتصل إلى الصفر

3- **التكاليف المتوسطة المتغيرة:**تتناقص حتى تصل لأدنى مستوى لها و عنده تساوي التكلفة الحديةثم بعد ذلك تتزايد

التكاليف المتوسطة الكلية:نفس سلوك المتوسطة المتغيرة

العلاقة بين الإنتاج و التكاليف:

-عندما يتزايد الإنتاج الكلي بمعدل متزايد(أي مرحلة تزايد الغلة)تتزايد التكاليف الكلية بمعدل متناقص

-عندما يتزايد الإنتاج الكلي بمعدل متناقص (أي مرحلة تناقص الغلة)تتزايد التكاليف الكلية بمعدل متزايد

بمعنى آخر:

-عندما يتزايد الإنتاج الحدي تتناقص التكاليف الحدية

-عندما يبلغ الإنتاج الحدي أقصى مستوى له تبلغ التكاليف الحدية أدنى مستوى لها

- وعندما يبدأ الإنتاج الحدي في التناقص تبدأ التكاليف الحدية في التزايد

العلاقة بين الإنتاج والتكاليف رياضيا:

1/ بالنسبة لمتوسط التكلفة المتغيرةلعنصر العمل

$$CVM = \frac{CV}{Q}$$

$$CVM_L = \frac{L \times P_L}{Q} \rightarrow CVM_L = P_L\left(\frac{L}{Q}\right) \rightarrow CVM_L = P_L \times \left(\frac{1}{AP_L}\right) = \frac{P_L}{AP_L}$$

2/ بالنسبة للتكلفة الحدية- لعنصر العمل-

$$Cmg_L = P_L \times \left(\frac{\Delta L}{\Delta Q}\right) = P_L\left(\frac{1}{Pm_L}\right) \Rightarrow Cmg_L = \frac{P_L}{Pm_L}$$

ويمكن الحصول على معادلة مسار التوسع باستخدام شرط تساوي االانتاجية الحدية للنقود:

$$PmL /pL = PmK /pK \Rightarrow K = (L)$$

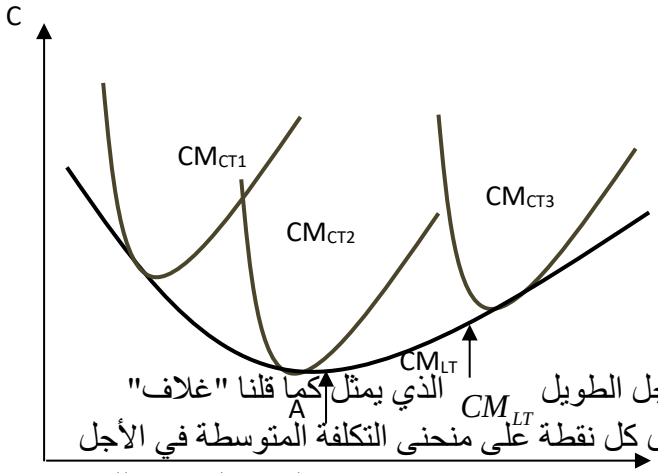
4-تكاليف الإنتاج في المدى الطويل:

المدى الطويل هو الفترة الزمنية التي يمكن للمؤسسة(المنتج) خلالها تغيير الكمية المستخدمة من جميع عناصر الإنتاج بتغير حجم الإنتاج تلعب دالة متوسط التكاليف في المدى الزمني الدوري الطويل دورا هاما في التحليل الاقتصادي، إلا أنه قبل الإشارة إلى أهمية التكاليف في المدى الزمني الطويل نؤكد إلى أن تكاليف الإنتاج في المدى الطويل تصبح كلها متغيرة و عليه نشير هنا(المدى الطويل) إلى التكلفة الكلية و التكلفة المتوسطة و التكلفة الحدية. و يكتسب المدى الطويل أهمية في مجال التخطيط حيث يصبح لدى أية مؤسسة الوقت الكافي لوضع الخطط لتعزيز وضع المؤسسة و إختبار الحجم الأمثل الذي يحقق أكبر ربح ممكن، و يجب أن نتذكر أن حجم الربح لا يتوقف على العائدات(التي تتوقف على أسعار المنتجات) و إنما يعتمد أيضا على التكاليف حيث أن الربح هو الفارق بين العائدات و التكاليف، و من ناحية أخرى فإن أعلى ربح لا يتحقق عند مستوي الإنتاج الذي يقابل أدنى متوسط تكلفة و إنما عند كمية أكبر من ذلك.

4-1منحنى التكلفة الكلية و المتوسطة في الأجل الطويل :

يكون منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل مجوفا إلى الأسفل في البداية ثم إلى الأعلى أما منحنى التكاليف المتوسطة في الأجل الطويل له نفس شكل منحنى التكاليف المتوسطة في الأجل القصير، و يأخذ هذا المنحنى شكل الحرف(U) فيقل المتوسط في حدود معينة مع التوسع في حجم المؤسسة نتيجة الاستفادة من مزايا أو وفرات الحجم الكبيرة قبل أن يبدأ في التزايد,فمنحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل يحيط بأجزاء طويلة لكافة منحنيات التكلفة المتوسطة لأجل القصير و كأنه يغلقها، و لهذا يطلق عليه المنحنى **الغلافي أو الغضروفي** و في العموم يفترض أن المؤسسة تواجه عدد من الأحجام(المصانع) ولذلك يمكن تصور أفق تخطيط الإنتاج عبر البيان التالي:

الشكل: منحنيات متوسط التكاليف القصيرة الأجل
و منحنى متوسط التكاليف طويلة الأجل



إذا كانت الأحجام عديدة يمكن بناء منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل CM_{LT} الذي يمثل كما قلنا "غلاف" للمنحنيات التكلفة المتوسطة المرتبطة بالمدى القصير CM_{CT1} تمثل كل نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل نقطة مثلى (أدنى تكلفة) بالنسبة لمستوى الإنتاج المناسب و توضح كيفية إختيار الحجم المناسب للمصنع من طرف المؤسسة حسب مستوى الطلب المنتظر.

ملاحظات :

*يأخذ منحنى CM_{LT} شكل حرفU بسبب وجود إقتصاديات الحجم (غلة الحجم) لدرجة معينة

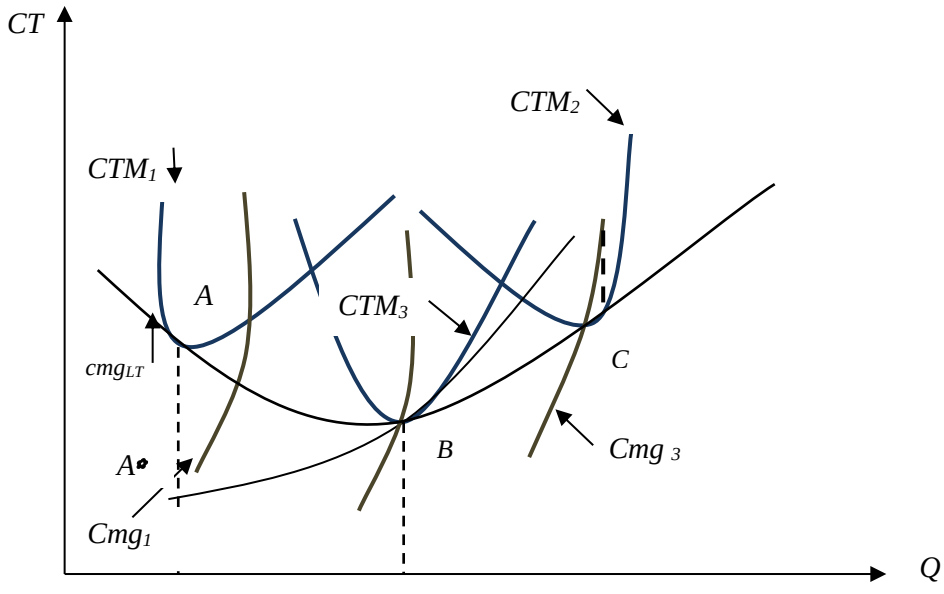
* تحدث إقتصاديات الحجم في المؤسسة الكبيرة عبر عدة جوانب منها :

- تخصص اليد العاملة, مردودية الآلات و إستعمال اليد العاملة بأقل تكلفة
- تحدث لإقتصاديات الحجم إذا تجاوزت المؤسسة حجم معين و هذه الحالة راجعة خاصة لسوء التسيير و تعقده

- *كل نقطة على CM_{LT} تمثل نقطة مماس مع $CM_{CT\,I}$ على يسار النقطة A يكون ميل المنحنين سالب و هذا يعني أن المصنع يستعمل لمستوى أقل من قدرته (النقطة الدنيا لـ $CM_{CT\,I}$) بينما على يمين النقطة A يتجاوز المصنع قدرته , و تتميز النقطة A بتساوي النقاط الدنيا لـ CM_{LT} و $CM_{CT\,I}$
- *يشير الشكل U إلى فرضية وجود مستوى إنتاج أمثل وحيد لكل حجم
- *تأخذ منحنيات CM_{LT} و CM_{CT} نفس الشكل U لكن الشكل U المفترض على CM_{LT} يكون مرتبط بإقتصاديات الحجم بينما الشكل U المرتبط بالمنحنى CM_{CT} ينشأ من قانون الإنتاجية الحدية المتناقصة (الناتج عن وجود عنصر ثابت)

- **دالة التكلفة الحدية في المدى الطويل :**
- أما مفهوم التكلفة الحدية *(Cmg)* في الأجل الطويل فيعرف بأنه الزيادة في التكاليف الكلية للوحدة الواحدة من الناتج المترتبة عن إنتقال المؤسسة من حجم معين لطاقة إنتاجها إلى حجم كبير يليه مباشرة.
- الحالة المتقطعة $Cmg_{LT} = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$
- الحالة المستمرة = $Cmg_{LT} = \frac{\partial CT}{\partial Q}$

2-4 منحى التكلفة الحدية في الأجل الطويل :يكون منحنى التكلفة الحدية في الأجل الطويل Cmg_{LT} عبارة عن منحنى يربط مابين نقاط على منحنيات التكاليف الحدية في الأجل القصير , تحدد هذه النقاط كقيمة التكلفة (في الأجل القصير) في النقاط المثلى



ملاحظات:

- في النقطة A التي تقابل مستوى إنتاج X_1 يمكن كتابة $CTM_1(X_1) = CM_{LT}(X_1)$ و X_2 في المدى القصير تساوي التكاليف الكلية في المدى القصير

- على يسار النقطة A يكون منحنى التكلفة المتوسطة في المدى القصير الأول CTM_1 أكبر من CM_{LT} و هذا يعني التكلفة الكلية في المدى القصير تكون أكبر من التكلفة الكلية في المدى الطويل
- على يمين النقطة A يكون CTM_1 أكبر من CM_{LT} ,لذالك الإنتقال نحو يمين النقطة هو الإنتقال من حالة تساوي التكلفة الكلية في المدى الطويل و المدى القصير إلى حالة تتميز بتكلفة كلية في المدى القصير أكبر من التكلفة الكلية في المدى الطويل لذلك على يمين النقطة A يجب على التكلفة الحدية في المدى القصير أن تكون أكبر من التكلفة الحدية في المدى الطويل

على يسار A: $Cmg_{LT} \succ cmg_i \ldots / i = 1,2,3\ldots$

على يمين A: $Cmg_{LT} \prec cmg_i \ldots / i = 1,2,3\ldots$

و هذا مايأكد أن في النقطة A

نفس الشيئ الدي ينطبق على النقطة A ينطبق كذلك على النقاط B,C و يؤدي ربط هذه النقاط إلى منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل

3-4 تكاليف الوحدة في الأجل الطويل:

في الأجل الطويل لا يمكن تقسيم التكاليف إلى متغيرة و ثابتة (لإن جميع التكاليف متغيرة) و لذا فإننا نميز فقط متوسط التكاليف في المدى الطويل

CTM_{LT} و التكاليف الحدية في الأجل الطويل Cma_{LT} و هما يتحددان بالعلاقات التالية

$CTM_{LT} = \frac{CT_{LT}}{Q}$

Cmg_{LT} =في الحالة المتقطعة $\frac{\delta CT_{LT}}{\delta Q}$

Cma_{LT} في الحالة المستمرة $\frac{\Delta CT}{\Delta Q}$

مثال:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $Q = KL$

حيث أسعار عوامل الإنتاج هي كالتالي : $P_K = 4 \quad P_L = 2$

فرضا أن المؤسسة كانت تنتج 8وحدات و نظرا لزيادة الطلب أصبحت تنتج 32وحدة

المطلوب : أكتب تكلفة المدى القصير و تكلفة المدى الطويل بعد التوسع في الإنتاج (بفرض أن التكاليف هي تكاليف Lو Kفقط)

الحل :

كمية عناصر الإنتاج التي تحقق أدنى تكلفة لإنتاج 8 وحدات

$$\frac{mPl}{Pl} = \frac{K}{L} \rightarrow L = 2K \ldots\ldots(1)$$
$$8 = KL \ldots\ldots(2)$$

من العلاقة (1)و (2) نجد أن $L = 4, K = 2$ فلو كان المدى الطويل و أراد المنتج زيادة الإنتاج فإنه يزيد في كل عناصر الإنتاج و تصبح كمية عناصر الإنتاج التي تحقق أدنى تكلفة هي

$$\frac{mPl}{mPk} = \frac{Pl}{Pk} \rightarrow \frac{K}{2} = \frac{L}{4} \rightarrow L = 2K \ldots\ldots(1)$$

$$32 = KL \ldots\ldots(2)$$

بحل المعادلتين نجد أن $L = 8, K = 4$ تمثل كمية عناصر الإنتاج في المدى الطويل و التي تعطي إنتاج قدره 32وحدة و منه تكلفة المدى الطويل هي : $CT_{LT} = 8(2) + 4(4) = 32$

كمية عناصر الإنتاج في المدى القصير التي تعطي إنتاج قدره 32 وحدة هي :

$$32 = 2L \rightarrow L = 16$$

تكلفة المدى القصير هي $CT_{CT} = 16(2) + 2(4) = 40$

نستنتج أن تكلفة المدى القصير أكبر من تكلفة المدى الطويل يعني $CT_{LT} \prec CT_{CT}$