الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
Université de Shaheed Hama Lakhdar el oued

محاضرات في الرياضيات المالية

مطبوعة مدعمة بأمثلة وتمارين موجهة لطلبة السنة الثانية كل الشعب

إعداد الدكتور

إبراهيم وصيف غدير إبراهيم

السنة الجامعية: 2018/2017

تقديم:

تتناول هذه المطبوعة أحد مقاييس الوحدة الاستكشافية لمستوى السنة الثانية ليسانس في شعب العوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير وعلوم المالية والمحاسبة، وقد جاء محتواها مركزا على محاور المقرر السداسي مدعوما بأمثلة وتطبيقات، حيث سلط الضوء في البداية على العمليات المالية قصيرة الأجل متمثلة في موضوعات الفائدة البسيطة، الخصم، وتكافؤ الأوراق التجارية، وخص المحور الثاني بموضوعات الفائدة المركبة، القيمة الحالية، تكافؤ رؤوس الأموال، الدفعات الثابتة، استهلاك القروض العادية، والتي بدورها تمثل العمليات المالية طويلة الأجل، أما المحور الأخير فقد أشار بصفة موجزة إلى مفاهيم أولية في موضوع اختيار الاستثمارات .

وفي الأخير نأمل أن نكون وفقنا في تقريب محتوى مقياس الرياضيات المالية لفئة الطلبة المستهدفين، كما لا يفوتنا أن نلتمس من السادة الأساتذة المختصين إفادتنا بملاحظاتهم واستزادتهم حتى تعم الفائدة المرجوة من هذا العمل، والمساهمة الجادة في تنقيحه حتى يتسنى إخراجه في كتاب.

والله من وراء القصد

الدكتور: إبراهيم وصيف غدير

فهرس المحتويات

المحور الأول:

العمليات المالية قصيرة الأجل

أولا: الفائدة البسيطة:

1- تعريف:

تعرف الفائدة البسيطة على أنها مقابل التنازل عن حق الانتفاع والاستخدام لرأس مال معين بمعدل معلوم، وفترة زمنية متفق عليها.

2- محددات الفائدة:

تتحكم في قيمة الفائدة مجموعة من العوامل نذكرها فيما يلي:

- **رأس المال (الأصل الموظف):** وهي القيمة الابتدائية للمبلغ المستثمر في شكل وديعة بفائدة، وعلى أساسه يتم حساب الفوائد طلية فترة التوظيف، ويرمز له بالرمز a.
- **معدل الفائدة المطبق:** وهو نسبة مئوية، على أساسها يتم حساب الفائدة الناتجة عن التوظيف انطلاقا من الأصل الموظف لقاء كل فترة من فترات التوظيف، ويرتبط معدل الفائدة بوحدة زمنية، كأن نقول معدل فائدة سنوي، سداسي، أو فصلي. ويرمز له بالرمز t.
- **مدة التوظيف:** وهي الفاصل الزمني بين تاريخ بداية عقد التوظيف، وتاريخ انقضائه، على أن يتم احتساب يوم بداية العقد، دون احتساب يوم انتهائه، ويعبر عن مدة التوظيف بالوحدات الزمنية منفردة أو مجتمعة، كأن نقول مدة التوظيف سنتين، 04 أشهر، أو نقول مدة التوظيف 01 سنة و05 أشهر و20 يوم. ويرمز لها بالرمز n.

3- الصيغة العامة لحساب الفائدة البسيطة، والجملة المكتسبة:

إذا اعتبرنا أن شخصا قام بتوظيف مبلغ قدره a بمعدل فائدة سنوي قدره t لمدة n من السنوات، سيكون تطور رصيد المتعامل خلال مدة التوظيف كما يظهره الجدول أدناه:

الجملة المكتسبة نهاية الفترة i	الفائدة الناتجة عن التوظيف	فائدة الفترة i	الأصل الموظف للفترة i	الفترة i
A= a + I A= a + a.t = a.(1+t)	I= a.t.1	I_1= a.t	A	01
A= a + I = a + a.t.2 A = a .(1 + t.2)	I= a.t +a.t = a.t.2	I_2= a.t	A	02
....	....	....	....	…
A = a .(1 + t.n)	**I= a.t.n**	I_n= a.t	A	N

من الجدول أعلاه يمكن كتابة:

الصيغة العامة لحساب الفائدة البسيطة: I= a . t . n

الصيغة العامة لحساب الجملة المكتسبة: A = a .(1 + t . n)

للإشارة فإن الصيغتين الحسابيتين أعلاه لا يمكن تطبيقهما مباشرة على حالتيهما إلا إذا تحقق التجانس بين الوحدة الزمنية المرتبطة بمعدل التوظيف، والوحدة الزمنية الأخرى المرتبطة بمدة التوظيف، كأن يكون معدل التوظيف سنوي ومدة التوظيف معبر عنها بالسنوات، أو معدل التوظيف فصلي، ومدة التوظيف معبر عنها بالفصول ...

مثال:

قام شخص بتوظيف مبلغ قدره 125000 دينار لمدة 02 سنة

المطلوب: - أحسب الفائدة الناتجة عن التوظيف بمعدل سنوي 12% .

- أحسب الجملة المكتسبة بمعدل توظيف سنوي 09% .

الحل:

- حساب الفائدة الناتجة عن التوظيف حيث: a = 125000 . n = 2_a . t = 12%

I = a . t . n = 125000 x 0.12 x 2 = 30000

- حساب الجملة المكتسبة من التوظيف حيث: a = 125000 n = 2_a t = 09%

A = a . (1 + t . n) = 125000 x (1 + 0.09 x 2) = 147500

4- الصيغة العامة لحساب الفائدة البسيطة في حالة عدم تجانس الوحدات الزمنية المرتبطة بالمدة والمعدل:

لإيجاد الصيغة العامة لحساب الفائدة البسيطة في هذه الحالة، يمكننا البداية من صيغتها الحسابية في حالة تجانس الوحدات الزمنية المرتبطة بمعدل ومدة التوظيف، فيكون لدينا $I = a.t.n \Leftrightarrow I = a.t.\frac{n}{1}$ إن القيمة 1 في مقام العلاقة الأخيرة يمثل إجابة للسؤال التالي: **كم من الوحدات الزمنية من التي ارتبطت بمدة التوظيف في وحدة زمنية واحدة من التي ارتبطت بمعدل التوظيف؟**

و الإجابة عن هذا السؤال تكون بناءا على العلاقة الأساسية بين الوحدات الزمنية للسنة التجارية، حيث تتألف السنة من 2 سداسي، أو 4 فصول، أو 12 شهر، أو 360 يوم

01a = 02 s = 04 t = 12 m 360 j

وعلى هذا الأساس يمكن كتابة مقام الصيغة العامة لحساب الفائدة البسيطة أو الجملة المكتسبة بما تقتضيه العلاقة القائمة بين الوحدة الزمنية المرتبطة بمعدل التوظيف، والوحدة الزمنية المرتبطة بمدة التوظيف.

فإذا اعتبرنا معدل التوظيف سنوي ومدة التوظيف بالأشهر، سيكون السؤال المذكور أعلاه: كم شهرا في السنة الواحدة ؟ فتكون الإجابة 12 شهرا فتكتب العلاقة كما يلي:

$$I = a.t_a.\frac{n_m}{12}$$

وبنفس الطريقة نجد:

$$I = a.t_s.\frac{n_m}{6}$$

$$I = a.t_s.\frac{n_j}{180}$$

$$I = a.t_t.\frac{n_s}{1/2}$$

مع الإشارة إلى أنه في حالة تعدد الوحدات الزمنية المرتبطة بمدة التوظيف يعاد التعبير عنها بالوحدة الزمنية الأصغر، فإذا كانت لديك مدة توظيف مقدرة ب 01 سنة و10

أشهر ستعيد التعبير عنها بالأشهر (الشهر أصغر من السنة) فتصبح المدة 22 شهرا.والهدف من ذلك هو ضمان التعبير عن مدة التوظيف بوحدة زمنية واحدة بالدرجة الأولى، وجعلها تكتب بعدد طبيعي بدرجة أقل أهمية.

مثال:

أحسب الفائدة الناتجة عن التوظيف في الحالات التالية:

الحالة	الأصل الموظف	معدل التوظيف	مدة التوظيف	المدة بالوحدة الأصغر
01	196000	12% سنوي	01 سنة و03 أشهر	15 شهر
02	485000	07.5% سداسي	02 سنة	–
03	675000	04.5% فصلي	01 سداسي و01 فسل و 02 شهر	11 شهر
04	900000	18% سنوي	01 سنة و09 أشهر و15 يوم	645 يوم

الحل:

$$1- \quad I = a.t_a.\frac{n_m}{12} = 196000 \times 0.12 \times \frac{15}{12} = 29400$$

$$2- \quad I = a.t_s.\frac{n_a}{1/2} = 485000 \times 0.075 \times \frac{2}{1/2} = 145500$$

$$3- \quad I = a.t_t.\frac{n_m}{3} = 675000 \times 0.045 \times \frac{11}{3} = 111375$$

$$4- \quad I = a.t_a.\frac{n_j}{360} = 900000 \times 0.18 \times \frac{645}{360} = 290250$$

5- المعدلات المتناسبة:

نقول أن المعدلات t% السنوي، t% السداسي، t% الفصلي، t% الشهري، معدلات مناسبة إذا وفقط إذا أنتجت نفس مبلغ الفائدة البسيطة لنفس الأصل الموظف في نفس مدة التوظيف، أي أنه إذا فرضنا أن شخصا وظف مبلغا قدره a لمدة n من السنوات، فحسب مبدأ التناسب تتحقق المساواة التالية:

$$I = a.t_a.n_a = a.t_s.\frac{n_a}{1/2} = a.t_t.\frac{n_a}{1/4} = a.t_m.\frac{n_a}{1/12}$$

وبعمليات الاختزال في العلاقات السابقة نجد:

$$t_a = 2.t_s = 4.t_t = 12.t_m$$

من خلال العلاقة السابقة يمكن إيجاد المعدلات المتناسبة، حيث تظهر هذه الأخيرة عملية من خلال خلق تجانس الوحدة الزمنية المرتبطة بالمعدل مع الأخرى المرتبطة بمدة التوظيف.

مثال:

أوجد مبلغ الجملة المكتسبة بطريقة المعدلات المتناسبة في الحالات التالية:

الحالة	الأصل الموظف	معدل التوظيف	مدة التوظيف
01	320000	06% سداسي	01.5 سنة
02	550000	15% سنوي	03 فصول
03	732000	04.5% فصلي	08 أشهر
04	800000	01% شهري	01 سداسي

الحل:

1® لحساب الجملة المكتسبة علينا إيجاد المعدل المتناسب السنوي للمعدل السداسي بما أن مدة التوظيف بالسنوات، لدينا:

$$t_a = 2.t_s \Rightarrow t_a = 2 \times 6\% = 12\%$$

$$A = a \times (1 + t.n) \Rightarrow A = 320000 \times (1 + 0.12 \times 1.5) = 377600$$

2® لحساب الجملة المكتسبة علينا إيجاد المعدل المتناسب الفصلي للمعدل السنوي بما أن مدة التوظيف بالفصول

$$t_a = 4.t_s \Rightarrow t_t = \frac{t_a}{4}\% = \frac{15\%}{4} = 3.75\%$$

$$A = a \times (1 + t.n) \Rightarrow A = 550000 \times (1 + 0.0375 \times 3) = 611875$$

3 ®لحساب الجملة المكتسبة علينا إيجاد المعدل المتناسب الشهري للمعدل الفصلي بما أن مدة التوظيف بالأشهر، لدينا:

$$4 \times t_t = 12 \times t_m \Rightarrow t_m = \frac{4 \times t_t}{12}\% = \frac{4 \times 4.5\%}{12} = 1.5\%$$

$$A = a \times (1 + t \times n) = 732000 \times (1 + 0.015 \times 8) = 819840$$

4 ® لحساب الجملة المكتسبة علينا إيجاد المعدل المتناسب السداسي للمعدل الشهري بما أن مدة التوظيف بالسداسيات، لدينا:

$$2 \times t_s = 12 \times t_m \Rightarrow t_s = \frac{12 \times t_m}{2}\% = \frac{12 \times 1\%}{2} = 6\%$$

$$A = a \times (1 + t.n) \Rightarrow A = 800000 \times (1 + 0.06 \times 1) = 848000$$

6- طريقة النمر والقاسم:

نعتبر أن أصلا موظفا قيمته a بمعدل فائدة سنوي قدره t_a % لمدة n من السنوات، تكون الصيغة العامة لحساب الفائدة كما يلي: $I = a \,.\, t_a \,.\, n$، وبعد تعبيرنا عن مدة التوظيف بالأيام تتحول العبارة: $I = a \times t_a \times \frac{n_j}{360}$، وبإرجائنا القسمة على 100 تصبح العلاقة: $I = a \times t_a \% \times \frac{n_j}{36000}$، وهي نفسها العلاقة $I = \frac{a \times n_j}{\frac{36000}{t_a \%}}$، من هذه الأخيرة نضع:

$N = a \times n_j$ و $D = \frac{36000}{t_a \%}$ فتصبح صيغة حساب الفائدة: $I = \frac{N}{D}$

حيث N: النمر، D: القاسم.

وتكون طريقة النمر والقاسم عملية في استخدامها إذا كنا بصدد حساب مجموع الفوائد الناتجة عن مجموعة من المبالغ مختلفة القيمة ومدة التوظيف ولها نفس معدل الفائدة المطبق، في هذه الحالة يحسب النمر وفقا للعلاقة التالية: $N = \sum_{i=1}^{k} a_i \times n_{ij}$، حيث k تمثل عدد المبالغ الموظفة وهي معرفة بالقيمة ومدة التوظيف معبر عنها بالأيام.

مثال:

باستخدام الصيغة العامة وطريقة النمر والقاسم، أحسب مجموع الفوائد الناتجة عن توظيف المبالغ التالية بمعدل فائدة سداسي 09%.

الأصول الموظفة	128000	240000	180000	540000
مدة التوظيف	1 سنة و4 أشهر	09 أشهر	1 سداسي	04 أشهر

الحل:

1- حساب مجموع الفوائد باستعمال الصيغة العامة:

$$I=128000\times0.09\times\frac{16}{6}+240000\times0.09\times\frac{9}{6}+180000\times0.09\times1+540000\times0.09\times\frac{4}{9}$$
$$=30720+32400+16200+32400=111720$$

2- حساب مجموع الفوائد بطريقة النمر والقاسم:

$I=\frac{N}{D}$ حيث $D=\frac{36000}{t_a\%}$ و $N=\sum_{i=1}^{k}a_i\times n_{ij}$ ، وبما أن معدل التوظيف المعطى سداسي يجب حساب المعدل المتناسب السنوي للمعدل السداسي، فيكون: $t_a=2.t_s\Rightarrow t_a=2\times9\%=18\%$ ، وعليه يصبح:

$$D=\frac{36000}{18}=2000$$

كما أن مدد التوظيف لا يعبر عنها بالأيام، لذا وجب تحويلها كذلك لتصبح:

$n_1=1x360+4x30=480j$ ، $n_2=9x30=270j$ ، $n_3=1x6x30=180j$ ، $n_4=4x30=120j$

ومنه يصبح:

$$N=128000\times480+240000\times270+180000\times180+540000\times120$$
$$=61440000+64800000+32400000+64800000=223440000$$

وبالتعويض في الصيغة الحسابية لمجموع الفوائد نجد:

$$I=\frac{223440000}{2000}=111720$$

7- حساب مختلف محددات الفائدة البسيطة والجملة المكتسبة:

مثال:

1- إليك الجدول التالي، والمطلوب إتمام الفراغات الواردة مع إظهار العمليات الحسابية اللازمة

A_i	I_i	n_i	t_i	a_i	i
	28500	19 m		150000	01
	5203.125		$9\%_s$	18750	02
	6234.375	875 j	$9\%_a$	28500	03
205968.75		9 m		195000	04
1253125		15 j	$6\%_a$		05

الحل:

الحالة الأولى:

- حساب معدل الفائدة السنوي:

$$I = a \times t_a \times \frac{n_j}{360} \Leftrightarrow 28500 = 150000 \times t_a \times {}^{19}\!/_{12}$$

$$\Rightarrow t_a = \frac{28500 \times 12}{150000 \times 19} = 0.12 = 12\%$$

- حساب الجملة المكتسبة:

$$A = a + I = 150000 + 28500 = 178500$$

الحالة الثانية:

- حساب مدة التوظيف:

$$I = a \times t_s \times \frac{n_j}{180} \Leftrightarrow 5203.125 = 18750 \times 0.09 \times {}^{n_j}\!/_{180}$$

$$\Rightarrow n_j = \frac{5203.125 \times 180}{18750 \times 0.09} = 555\,j$$

$$= 01a + 06m + 15\,j$$

حساب الجملة المكتسبة:

$$A = a + I = 18750 + 5203.125 = 23953.125$$

الحالة الثالثة:

- حساب الأصل الموظف:

$$I = a \times t_a \times \frac{n_j}{360} \Leftrightarrow 6234.375 = a \times 0.09 \times {}^{875}\!/_{360}$$

$$\Rightarrow a = \frac{6234.375 \times 360}{0.09 \times 875} = 28500$$

- حساب الجملة المكتسبة:

$$A = a + I = 28500 + 6234.375 = 34734.375$$

الحالة الرابعة:

- حساب معدل الفائدة السنوي:

$$A = a \times \left(1 + t_a \times \frac{n_m}{12}\right) \Leftrightarrow 205968.75 = 195000 \times \left(1 + t_a \times \frac{9}{12}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{205968.75}{195000} = \left(1 + t_a \times \frac{9}{12}\right)$$

$$\Rightarrow t_a = (1.05625 - 1) \times \frac{12}{9} = 0.075 = 7.5\%$$

- حساب الفائدة:

$$A = a + I \Rightarrow I = A - a = 205968.75 - 195000 \Rightarrow I = 10968.75$$

الحالة الخامسة:

- حساب الأصل الموظف

$$A = a \times \left(1 + t_a \times \frac{n_j}{360}\right) \Leftrightarrow 1253125 = a \times \left(1 + 0.06 \times \frac{15}{360}\right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1253125 \times 360}{360.9} = 1250000$$

- حساب الفائدة:

$$A = a + I \Rightarrow I = A - a = 1253125 - 1250000 \Rightarrow I = 3125$$

ثانيا: الخصم

1- تعريف:

يعرف الخصم على أنه أحد أنواع قروض الاستغلال، بموجبه يمكن لحامل ورقة تجارية الحصول على قيمتها، أو ما يقابلها الآن قبل حلول تاريخ استحقاقها.

ويلجأ للخصم في واقع الإدارة المالية للمؤسسات الاقتصادية في الحالات التي تظهر فيها الخطط المالية قصيره الأجل اختلالا لحضي بين المقبوضات والمدفوعات النقدية، حين يتعذر تقليص فترة الائتمان الممنوح للعملاء، أو توسيع فترة الائتمان المتحصل عليه من الموردين. في هذه الحالة يتم اللجوء إلى خصم الأوراق التجارية، حيث يتحصل البنك لقاء خصمه للورقة التجارية على فائدة مدينة فورية تطرح من القيمة الاسمية للورقة بتاريخ خصمها (بداية مدة القرض)، أو فائدة مدينة مؤجله أين يتحصل حامل الورقة التجارية على قيمتها الاسمية بتاريخ الخصم، على أن تطرح الفائدة من رصيده بالتاريخ المفترض لاستحقاقها(نهاية مدة القرض).

2- الصيغة العامة لحساب الخصم:

هناك وجهتان للنظر اختلفتا في حساب قيمة الخصم، حيث نجد:

2 – 1 وجهة النظر التجارية: حسب وجهة النظر التجارية، يحسب الخصم على أساس القيمة الاسمية للورقة التجارية، أي أن: $E_c = \frac{A \times n}{D}$ ، حيث: E_c: الخصم التجاري، A: القيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة، n : الفاصل الزمني بين تاريخ خصم الورقة التجارية وتاريخ استحقاقها، D: القاسم المحسوب انطلاقا من معدل الخصم السنوي المطبق.

2 – 2 وجهة النظر العقلانية: حسب وجهة النظر العقلانية، يحسب الخصم على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية بتاريخ خصمها، أي أن: $E_R = \frac{a \times n}{D}$ ، حيث a تمثل القيمة الحالية للورقة التجارية بتاريخ الخصم، وبما أنها مجهولة القيمة سننطلق من المساواة التالية:

$$A = a + E_E \Rightarrow A = a + \frac{a \times n}{D} = \frac{a \times D + a \times n}{D} = \frac{a \times (D+n)}{D}$$

$$\Rightarrow a = \frac{A \times D}{(D+n)}$$

وبالتعويض عن قيمة القيمة الحالية للورقة التجارية المخصومة في الصيغة الحسابية للخصم العقلاني (الحقيقي) نجد:

$$E_R = \frac{\frac{A \times D}{(D+n)} \times n}{D}$$

$$\Rightarrow E_R = \frac{A \times n}{(D+n)}$$

وهي الصيغة الحسابية للخصم الحقيقي بما أن جميع محدداتها قي معلومة.

مثال:

خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 420000 قبل تاريخ استحقاقها بمدة شهرين، وبواقع معدل خصم سنوي 9%. أحسب ما يلي: الخصمين التجاري والحقيقي، القيمة الحالية التجارية والحقيقية.

الحل:

لدينا:

$$D = \frac{36000}{t_a\%} \Rightarrow D = \frac{36000}{9} = 4000$$

$$n = 2m \Rightarrow n = 60\,j$$

- حساب الخصم التجاري:

$$E_c = \frac{A \times n}{D} \Rightarrow E_c = \frac{420000 \times 60}{4000} = 6300$$

- حساب الخصم الحقيقي:

$$E_R = \frac{A \times n}{(D+n)} \Rightarrow E_R = \frac{420000 \times 60}{(4000+60)} = 6206.90$$

- حساب القيمة الحالية التجارية:

$$a_c = A - E_C = 420000 - 6300 = 413700$$

- حساب القيمة الحالية الحقيقية:

$$a_R = A - E_R = 420000 - 6206.90 = 413793.10$$

3- العلاقة بين الخصم التجاري والحقيقي:

3 – 1 الفرق بين الخصمين:

لدينا:

$$E_C - E_R = \frac{A \times n}{D} - \frac{A \times n}{(D+n)}$$

$$\Leftrightarrow E_C - E_R = \frac{A \times n \times (D+n) - A \times n \times D}{D \times (D+n)}$$

$$\Rightarrow E_C - E_R = \frac{A \times n \times D + A \times n \times n - A \times n \times D}{D \times (D+n)}$$

$$\Rightarrow E_C - E_R = \frac{A \times n \times n}{D \times (D+n)}$$

نعلم أن :

$$E_c = \frac{A \times n}{D} \Rightarrow E_C - E_R = \frac{E_C \times n}{(D+n)}$$

ومنه يصبح الفرق بين الخصمين: الخصم الحقيقي للخصم التجاري.

وبنفس الطريقة إذا تم التعويض عن قيمة الخصم الحقيقي في معادلة الفرق، حيث نجد:

$$E_R = \frac{A \times n}{(D+n)} \Rightarrow E_C - E_R = \frac{E_R \times n}{D}$$

وبذلك يصبح الفرق بين الخصمين يمثل الخصم التجاري للخصم الحقيقي.

مثال 01:

خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 820000 دج قبل تاريخ استحقاقها بمدة 03 أشهر و10 أيام، فكان الفرق بين الخصم التجاري والحقيقي 500 دج.

المطلوب: - أحسب معدل الخصم الفصلي المطبق.

- أحسب الخصم التجاري والحقيقي.

الحل:

1- حساب معدل الخصم الفصلي المطبق:

لدينا:

$$E_C - E_R = \frac{A \times n \times n}{D \times (D+n)} \Leftrightarrow 500 = \frac{820000 \times 100 \times 100}{D \times (D+100)}$$

$$\Leftrightarrow 5 = \frac{82000000}{D^2 + 100D}$$

وبعد جداء الطرفين في الوسطين، وقسمة الطرفين على 5 نجد المعادلة التالية:

$$D^2 + 100D - 16400000 = 0$$

$$\Delta' = \left(\frac{100}{2}\right)^2 + 1 \times 16400000 = 16402500 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 4050$$

$$D_1 = \frac{\frac{-100}{2} - 4050}{1} = -4100 \langle 0 \text{ مرفوض}$$

$$D_2 = -50 + 4050 = 4000 \text{ مقبول}$$

وبالرجوع لصيغة حساب القاسم نجد:

$$D = \frac{36000}{t_a \%} \Leftrightarrow 4000 = \frac{36000}{t_a \%} \Rightarrow t_a \% = \frac{36000}{4000} = 9\%$$

من خلال القاعدة الأساسية للمعدلات المتناسبة نجد:

$$t_a \% = 4 \times t_t \% \Rightarrow 9\% = 4 \times t_t \% \Rightarrow t_t = \frac{9\%}{4} = 2.25\%$$

2- حساب الخصم التجاري والحقيقي:

$$E_c = \frac{A \times n}{D} \Rightarrow E_c = \frac{820000 \times 100}{4000} = 20500$$

$$E_R = \frac{A \times n}{(D+n)} \Rightarrow E_R = \frac{820000 \times 100}{(4000+100)} = 20000$$

مثـــال 02:

خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 129600 دج بمعدل خصم سداسي 06.25%، فكان الفرق بين الخصمين التجاري والحقيقي 216 دج.

المطلوب: - أحسب مدة الخصم

- أحسب الخصم التجاري
- استنتج الخصم الحقيقي بطريقتين

الحــل:

1- حساب مدة الخصم:

$$t_a\% = 2\times t_s\% \Longrightarrow t_a = 2\times 6.25\% = 12.50\%$$

$$D = \frac{36000}{t_a\%} = \frac{36000}{12.5} = 2880$$

$$E_C - E_R = \frac{A\times n\times n}{D\times(D+n)} \Leftrightarrow 216 = \frac{129600\times n^2}{2880\times(2880+n)}$$

$$\Leftrightarrow 216 = \frac{45\times n^2}{2880+n}$$

وبعد جداء الطرفين في الوسطين، وقسمة الطرفين على 45 نجد المعادلة التالية:

$$n^2 - 4.8n - 13824 = 0$$

$$\Delta = (-4.8)^2 - 4\times 1\times(-13824) = 55319.04 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 235.2$$

$$n_1 = \frac{4.8-235.8}{2} = -115.2 \langle 0 \text{ مرفوض}$$

$$n_2 = \frac{4.8+235.2}{2} = 120 \text{ مقبول}$$

أي أن الورقة التجارية خصمت قبل تاريخ استحقاقها بمدة 120 يوم (04 أشهر)

2- حساب الخصم التجاري:

$$E_c = \frac{A\times n}{D} \Longrightarrow E_c = \frac{129600\times 120}{2880} = 5400$$

3- استنتاج الخصم الحقيقي بطريقتين:

<u>الطريقة الأولى:</u>

$$E_C - E_R = 216 \Rightarrow 5400 - E_R = 216 \Rightarrow E_R = 5400 - 216 = 5184$$

<u>الطريقة الثانية:</u>

$$E_C - E_R = \frac{E_R\times n}{D} \Rightarrow 216 = \frac{E_R\times 120}{2880}$$

$$\Rightarrow E_R = \frac{216\times 2880}{120} = 5184$$

3 – 2 النسبة بين الخصمين

$$\frac{E_C}{E_R}=\frac{\frac{A\times n}{D}}{\frac{A\times n}{D+n}}=\frac{D+n}{D}$$

ومنه يمكننا القول أن النسبة بين الخصمين التجاري والحقيقي ترتبط بمدة الخصم، ومعدل الخصم المطبق، دون أن تتأثر بالقيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة.

3 – 3 الفرق بين مقلوبي الخصمين:

$$\frac{1}{E_R}-\frac{1}{E_C}=\frac{D+n}{A\times n}-\frac{D}{A\times n}\Rightarrow\frac{1}{E_R}-\frac{1}{E_C}=\frac{n}{A\times n}$$

وباختزال العلاقة الأخيرة نجد:

$$\frac{1}{E_R}-\frac{1}{E_C}=\frac{1}{A}$$

ومن العلاقة الأخيرة نستنتج أن الفرق بين مقلوبي الخصمين لا علاقة له بمدة الخصم، ولا بمعدل الخصم المطبق، وإنما يتحدد فقط بالقيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة.

كما تجدر الإشارة إلى أنه يمكن إيجاد القيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة بمعلومية الخصمين التجاري والحقيقي من خلال:

$$\frac{1}{E_R}-\frac{1}{E_C}=\frac{1}{A}\Leftrightarrow\frac{1}{A}=\frac{E_C-E_R}{E_C\times E_R}\Rightarrow$$

$$A=\frac{E_C\times E_R}{E_C-E_R}$$

مثـــال:

ورقتان تجاريتان خصمتا بنفس المعدل، إذا علمت أن الخصم التجاري للورقة الأولى يقدر بمبلغ 1625 دج، أما الخصم الحقيقي للورقة التجارية الثانية فبلغ 32000، مدة خصم الورقة الثانية تزيد عن مدة خصم الورقة الأولى بـ 150 يوم، كما أعطيت الفروق بين خصمي الورقتين كما يلي:

$$E_{C1}-E_{R1}=25$$
$$E_{C2}-E_{R2}=2000$$

المطلوب:

- أحسب قيمة الخصم الحقيقي للورقة التجارية الأولى، والخصم التجاري للورقة الجارية الثانية.
- أحسب القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية.
- أحسب مدة خصم كل ورقة تجارية، ومعدل الخصم الفصلي المطبق.

الحـــل:

1/ حساب الخصم الحقيقي للورقة الأولى والتجاري للورقة الثانية:

$$E_{C1} - E_{R1} = 25 \Leftrightarrow 1625 - E_{R1} = 25 \Rightarrow E_{R1} = 1600$$

$$E_{C2} - E_{R2} = 2000 \Leftrightarrow E_{C2} - 32000 = 2000 \Rightarrow E_{C2} = 34000$$

2/ حساب القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية:

$$\frac{1}{E_{R1}} - \frac{1}{E_{C1}} = \frac{1}{A_1} \Leftrightarrow \frac{1}{1600} - \frac{1}{1625} = \frac{1}{A_1}$$

$$\Rightarrow A_1 = \frac{1600 \times 1625}{25} = 104000$$

$$\frac{1}{E_{R2}} - \frac{1}{E_{C2}} = \frac{1}{A_2} \Leftrightarrow \frac{1}{32000} - \frac{1}{34000} = \frac{1}{A_2}$$

$$\Rightarrow A_2 = \frac{32000 \times 34000}{2000} = 544000$$

3/ حساب مدة الخصم للورقتين، ومعدل الخصم الفصلي المطبق:

$$E_{C1} = \frac{A_1 \times n_1}{D} \Leftrightarrow 1625 = \frac{104000 \times n_1}{D}$$

$$\Rightarrow D = \frac{104000 \times n_1}{1625} = 64 \times n_1$$

$$E_{R2} = \frac{A_1 \times n_2}{D + n_2} \Leftrightarrow 32000 = \frac{544000 \times n_2}{D + n_2}$$

$$\Rightarrow D = \frac{544000 \times n_2 - 32000 \times n_2}{32000} = 16 \times n_2$$

$$D = D \Leftrightarrow 64 \times n_1 = 16 \times n_2 \Rightarrow n_2 = 4 \times n_1$$

من خلال المعطيات لدينا:

$$n_2 = n_1 + 150\,j \Rightarrow n_1 + 150\,j = 4 \times n_1$$

$$n_1 = \frac{150\,j}{4-1} = 50\,j$$

بالتعويض نجد: $n_2 = 50\,j \times 4 = 200\,j$

بالتعويض عن المدة في صيغة حساب القاسم نجد: $D = 64 \times n_1 = 64 \times 50 = 3200$

ولدينا:

$$D = \frac{36000}{t_a\%} \Rightarrow 3200 = \frac{36000}{t_a\%}$$

$$\Rightarrow t_a = \frac{36000}{3200} = 11.25\%$$

نعلم أن: $t_a = 4 \times t_t \Rightarrow t_t = \frac{t_a}{4} = \frac{11.25\%}{4} = 2.8125\%$

4 – الآجيو (L'agio)

إضافة إلى فيمه الخصم التجاري، يتحصل البنك لقاء قبوله خصم الأوراق التجارية على عمولات، لعل أهمها نذكر:

4 – 1 عمولة الخصم:

وتسمى كذلك عمولة القبول، وهي عمولة غير مرتبطة بالزمن، تحسب عادة على أساس نسبة مئوية من القيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة، أو سلم تصاعدي بالقيم النقدية ذو علاقة مباشرة بالقيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة.

4 – 2 عمولة التظهير:

وهي عمولة مرتبطة بالزمن، يقتطعها البنك التجاري لتغطية مخاطرة إعادة الخصم التي قد يلجأ إليها في حالة عجز خزينته الناتجة عن سحب الودائع، بما أن هذه الأخيرة صرفت في الجهة المقابلة على شكل قروض التي يمثل الخصم أحد أنواعها.

وربطت هذه العمولة بالفاصل الزمني بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق، لأنه وخلال هذه الفترة تظل المخاطرة قائمة، لأن البنك لم يسترد بعد أصل القرض (القيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة)، وبما أن القرض في أصله ناشئ من وديعة لدى البنك، ستظل احتمالية طلبها واردة طيلة مدة القرض.

من خلال ما تقدم، يصبح لدينا: $Agio = E_C + C$ حيث C تمثل مجموع العمولات المقتطعة الأخرى بخلاف الخصم.

والملاحظ من عملية الخصم، أنها تكلف المستفيد أكبر من معدل الخصم الاسمي المطبق، ولمعرفة معدل الخصم الحقيقي نحل المعادلة التالية:

$$Agio = \frac{A \times t_r \times n}{360} \Rightarrow t_r = \frac{Agio \times 360}{A \times n}$$

فبمعلومية الآجيو، القيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة، مدة الخصم بالأيام، نستطيع حساب المعدل الحقيقي للخصم.

كما أن المتعامل المستفيد من الخصم لا يتحصل على القيمة الحالية التجارية للورقة، وإنما سيتحصل على صافي القيمة الحالية التي تمثل القيمة الاسمية للورقة التجارية المخصومة مطروحة منها قيمة الآجيو، $NVA = A - Agio$

هذا بالإضافة إلى أن البنك المتكفل بعملية الخصم سيتحصل على عائد معدله يفوق معدل الخصم الحقيقي، بما أنه يحسب على أساس صافي القيمة الحالية للورقة التجارية المخصومة انطلاقا من العلاقة التالية:

$$Agio = \frac{NVA \times TR \times n}{360} \quad \Rightarrow TR = \frac{Agio \times 360}{NVA \times n}$$

مثـال:

خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 450000 دج قبل تاريخ استحقاقها بمدة 60 يوما تحت الشروط التالية: $t = 12\%$، عمولة الخصم: 2 دج عن كل 10000، عمولة التظهير 0.25 %، عمولات أخرى ثابتة 15 دج.

المطلوب: أحسب: الآجيو، صافي القيمة الحالية، المعدل الحقيقي للخصم. معدل العائد

الحـــل:

1/ حساب الآجيو

$$t = 12\% \Rightarrow D = \frac{36000}{12} = 3000$$

أ- الخصم التجاري:

$$E_C = \frac{A \times n}{D} = \frac{450000 \times 60}{3000} = 9000$$

ب- العمولات:

$$C = \frac{450000\times 2}{10000} + \frac{450000\times 0.0025\times 60}{360} + 15 = 292.50$$

لدينا:

$$Agio = E_C + C \Rightarrow Agio = 9000 + 292.50 = 9292.50$$

2/ حساب صافي القيمة الحالية

$$NVA = A - Agio = 450000 - 9292.50 = 440707.50$$

3/ حساب المعدل الحقيقي للخصم

$$Agio = \frac{A\times t_r \times n}{360} \Leftrightarrow 9292.50 = \frac{450000\times t_r \times 60}{360}$$

$$\Rightarrow t_r = \frac{9292.50\times 360}{450000\times 60} = 0.1239 = 12.39\%$$

4/ حساب معدل العائد:

$$Agio = \frac{NVA\times TR\times n}{360} \Leftrightarrow 9292.50 = \frac{440707.50\times TR\times 60}{360}$$

$$\Rightarrow TR = \frac{9292.50\times 360}{440707.50\times 60} = 0.126512 = 12.6512\%$$

ثالثا: تكافؤ الأوراق التجارية

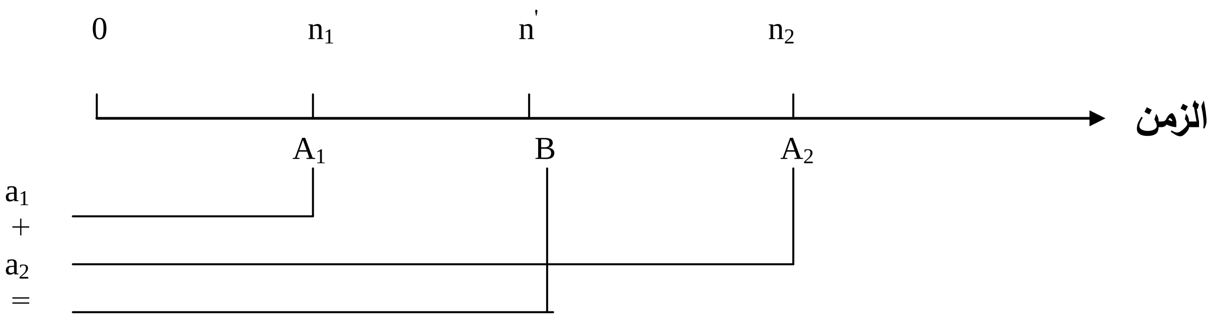
1 – تعريـــف:

نقـول أن مجموعـة الأوراق التجاريـة المعرفـة بالقيمـة الاسـمية وتـاريخ الاسـتحقاق ($A_i.n_i$): متكافئـة مـع مجموعـة أخـرى مـن الأوراق التجاريـة المعرفـة كـذلك بقيمهـا الاسـمية وتـواريخ اسـتحقاقها ($B_k.n_k$)، إذا وفقـط إذا تسـاوت مجمـوع القيمـة الحاليـة لـلأوراق التجاريـة الأصـلية، مـع مجمـوع القيم الحاليـة لـلأوراق التجاريـة البديلـة بتـاريخ محـدد، فـي هـذه الحالـة نسمي مجموع القيمـة الحاليـة قيمـة التكـافؤ، أمـا تـاريخ التسـاوي بين المجموعتين فيمثل تـاريخ التكافؤ.

وتطـرح مسـألة تكـافؤ الأوراق التجاريـة نـوعين مـن المشـكلات، المشـكلة الأولـى، إذا علمنـا تـاريخ التكـافؤ، فمـا هـي قيمـة التكـافؤ؟. أمـا المشـكلة الثانيـة فتظهـر إذا علمنـا قيمـة التكافؤ فما هو تاريخ التكافؤ؟ .

2 – حساب قيمة التكافؤ:

نعتبر أن ورقتان تجاريتان معرفتان بقيمتهما الاسمية وتـاريخي اسـتحقاقهما: ($A_1.n_1$)، ($A_2.n_2$)، اسـتبدلتا بـأخرى وحيـدة تسـتحق بعـد n' مـن الآن، وعلـى اعتبـار الآن هـو تـاريخ التسوية، يمكن إيجاد قيمة التكافؤ بواقع معدل خصم t% من خلال التمثيل البياني التالي:



على اعتبار أن تاريخ التسوية هو الآن، ننطلق من تحقق المساواة التالية:

$$b = a_1 + a_2 \Leftrightarrow B - \frac{B \times n'}{D} = (A_1 + A_2) - \left(\frac{A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2}{D} \right)$$

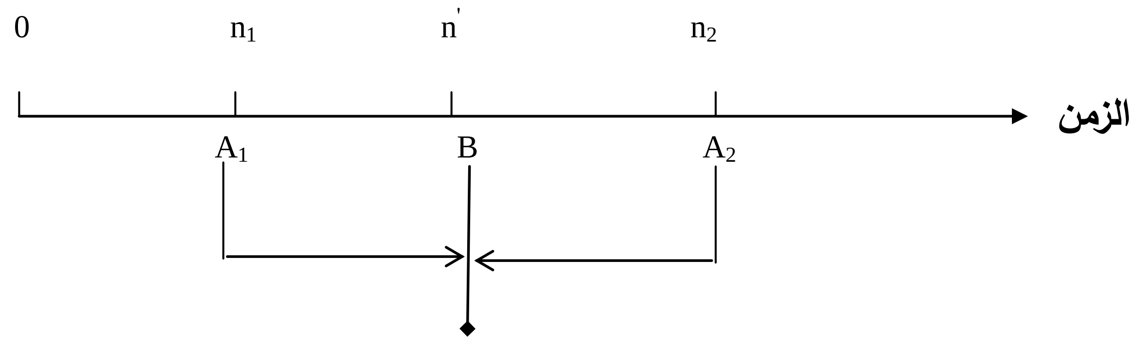
$$\Rightarrow \frac{B \times (D - n')}{D} = (A_1 + A_2) - \left(\frac{A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2}{D} \right)$$

$$\Rightarrow B = \frac{\left[(A_1 + A_2) - \left(\frac{A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2}{D} \right) \right] \times D}{(D - n')}$$

وبتعميم الصيغة الحسابية لتكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع ورقة وحيدة على اعتبار أن تاريخ الآن يمثل تاريخ التسوية، تكون الصيغة الحسابية لقيمة التكافؤ (القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة) كما يلي:

$$B = \frac{\left[(A_1 + A_2 + ... + A_K) - \left(\frac{A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2 + ... + A_K \times n_K}{D} \right) \right] \times D}{(D - n')}$$

أما إذا اعتبرنا تاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة تاريخا للتسوية، يتحول التمثيل البياني للعملية كما يلي:



في هذه الحالة يمكن الإشارة إلى جزئيتين مهمتين:

◊ الأوراق التجارية التي تستحق قبل تاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة يجب أن توظف خلال الفرق الزمني بين تاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة وتواريخ استحقاقها.

◊ الأوراق التجارية التي تستحق بعد تاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة يجب أن تخصم مقابل الفرق الزمني بين تواريخ استحقاقها وتاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة.

ومن خلال التمثيل البياني تصبح العلاقة الحسابية كما يلي:

$$B = A_1 + \frac{A_1 \times (n' - n_1)}{D} + A_2 - \frac{A_2 \times (n_2 - n')}{D}$$

$$\Leftrightarrow B = A_1 + A_2 + \left(\frac{A_1 \times (n' - n_1) - A_2 \times (n_2 - n')}{D} \right)$$

وبالتعميم: إذا كان لدينا مجموعة من الأوراق التجارية المراد استبدالها بورقة تجارية وحيدة، وفي مضمونها مقسمة إلى أوراق تجارية تستحق قبل الورقة التجارية الجديدة $(A_{1i}.n_{1i})$، وأخرى تستحق بعدها $(A_{2j}.n_{2j})$، تكون الصيغة العامة لحساب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة كما يلي:

$$B = (A_{11} + A_{12} + \ldots + A_{1n}) + (A_{21} + A_{22} + \ldots + A_{2m}) + \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} A_{1i} \times (n' - n_{1i}) - \sum_{j=1}^{m} A_{2j} \times (n_{2j} - n')}{D} \right)$$

مثـــال:

يمتلك تاجر مجموعة من الأوراق التجارية المعرفة بقيمها الاسمية والفاصل الزمني قبل تاريخ استحقاقها:

الرقم	01	02	03	04
القيمة الاسمية	120000	150000	240000	600000
المدة	90	75	45	30

أريد استبدال هذه الأوراق بأخرى وحيدة تستحق بعد شهرين من الآن.

المطلوب: بمعدل 12% سنوي حدد القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة في الحالات التالية: - تاريخ التسوية الآن. - تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق الورقة الجديدة.

الحـــــل:

1/ حساب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة حيث الآن هو تاريخ التسوية:

لـدينا:

$$D=\frac{36000}{t_a\%}=\frac{36000}{12}=3000$$

$$B=\frac{\left[\left(A_1+A_2+A_3+A_4\right)-\left(\frac{A_1\times n_1+A_2\times n_2+A_3\times n_3+A_4\times n_4}{D}\right)\right]\times D}{\left(D-n'\right)}$$

$$B=\frac{\left[\left(120000+150000+240000+600000\right)-\left(\frac{120000\times 90+150000\times 75+240000\times 45+600000\times 30}{3000}\right)\right]\times 3000}{3000-60}$$

$$B=1115357.143$$

2/ حساب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة حيث تاريخ استحقاق الورقة الجديدة هو تاريخ التسوية

لدينا:

$$B=\left(A_{11}+A_{12}+\ldots+A_{1n}\right)+\left(A_{21}+A_{22}+\ldots+A_{2m}\right)+\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}A_{1i}\times\left(n'-n_{1i}\right)-\sum_{j=1}^{m}A_{2j}\times\left(n_{2j}-n'\right)}{D}\right)$$

$$\Rightarrow B=120000+150000+240000+600000+$$
$$\left(\frac{\left(600000\times(60-30)+240000\times(60-45)\right)-\left(150000\times(75-60)+120000\times(90-60)\right)}{3000}\right)$$

$$B=1110000+5250=1115250$$

2- تحديد تاريخ التكافؤ:

نعتبر أن ورقتان تجاريتان معرفتان بقيمتهما الاسمية وتاريخي استحقاقهما: $(A_1.n_1)$، $(A_2.n_2)$، استبدلتا بأخرى وحيدة قيمتها الاسمية B، وعلى اعتبار الآن هو تاريخ التسوية، يمكن إيجاد تاريخ التكافؤ بواقع معدل خصم t% من خلال إتباع الخطوات التالية:

- حساب القيمة الحالية للأوراق التجارية المراد استبدالها.
- كتابة الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية للورقة التجارية الجديدة.

- المساواة بين القيمة الحالية للأوراق التجارية المراد استبدالها، والصيغة العامة لحساب القيمة الحالية للورقة التجارية الجديدة، وعن طريق حل المعادلة الناتجة نجد مدة الفاصل الزمني بين تاريخ الآن، وتاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة.

$$A_1 + A_2 - \left(\frac{A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2}{D} \right) = B - \frac{B \times n'}{D}$$

للإشارة فإنه في هذه الحالة لا يمكن اعتبار تاريخ التسوية تاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة بما أنه تاريخ مجهول، والمراد هنا البحث عنه.

مثــال:

يملك تاجر ورقتين تجاريتين، الأولى بقيمة اسمية 180000 دج تستحق بعد شهرين من الآن، والثانية بقيمة اسمية 250000 دج تستحق بعد ثلاث أشهر من الآن، أراد استبدالهما بأخرى وحيدة بقيمة اسمية 426000 دج.

المطلوب: بمعدل خصم 12% سنوي

- حدد تاريخ استحقاق الورقة الجديدة.
- ما هي القيمة الاسمية للورقة التجارية البديلة إذا سددت بعد 6 أشهر من الآن في الحالات التالية: أ- تاريخ التسوية الآن. بـ- تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق الورقة الجديدة.

الحــــــــل:

1/ تحديد تاريخ استحقاق الورقة الجديدة:

لدينا:

$$D = \frac{36000}{t_a \%} = \frac{36000}{12} = 3000$$

$$A_1 + A_2 - \left(\frac{A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2}{D} \right) = B - \frac{B \times n'}{D}$$

$$\Leftrightarrow 180000 + 250000 - \left(\frac{180000 \times 60 + 250000 \times 90}{3000} \right) = 426000 - \frac{426000 \times n'}{3000}$$

$$\Rightarrow 430000 - 11100 = 426000 - 142 \times n' \Rightarrow n' = \frac{426000 - 418900}{142} = 50\,j$$

أي أن الورقة التجارية الجديدة تستحق بعد 50 يوم من الآن.

2/ حساب القيمة الاسمية للورقة المسددة بعد 6 أشهر من الآن

أ- تاريخ التسوية الآن

$$B=\frac{\left[\left(A_1+A_2\right)-\left(\frac{A_1\times n_1+A_2\times n_2}{D}\right)\right]\times D}{\left(D-n'\right)}\Leftrightarrow$$

$$B=\frac{\left[180000+250000-\left(\frac{180000\times 60+250000\times 90}{3000}\right)\right]\times 3000}{3000-180}=445638.30$$

ب- تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق الورقة التجارية الجديدة

$$B=\left(A_{11}+A_{12}+\ldots+A_{1n}\right)+\left(A_{21}+A_{22}+\ldots+A_{2m}\right)+\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}A_{1i}\times\left(n'-n_{1i}\right)-\sum_{j=1}^{m}A_{2j}\times\left(n_{2j}-n'\right)}{D}\right)$$

$$B=180000+250000+\left(\frac{180000\times\left(180-60\right)+250000\times\left(180-90\right)}{3000}\right)=444700$$

المحور الثاني:

العمليات المالية طويلة الأجل

أولا: الفائدة المركبة

1- تعريف:

تعرف الفائدة المركبة على أنها مقابل التنازل عن حق الانتفاع والاستخدام لرصيد نقدي معين بمعدل معلوم وفترة زمنية متفق عليها، عادة ما تفوق السنتين، وتحسب دوريا على أساس الرصيد بداية كل دورة من دورات عقد التوظيف.

2- الصيغة العامة لحساب الفائدة المركبة:

إذا اعتبرنا أن شخصا قام بتوظيف مبلغ قدره a بمعدل فائدة مركبة سنوي قدره t لمدة n من السنوات، سيكون تطور رصيد المتعامل خلال مدة التوظيف كما يظهره الجدول أدناه:

الفترة i	الأصل الموظف للفترة i	فائدة الفترة i	الفائدة الناتجة عن التوظيف	الجملة المكتسبة نهاية الفترة i
01	A	$I_1 = a.t$	$I = a.t.1$	$A = a + I$ $A = a + a.t = a.(1+t)$
02	$a.(1+t)$	$I_2 = a.(1+t).t$	$I = a.t + a.(1+t).t =$ $a.t[1+(1+t)]$	$A = a.(1+t) + a.(1+t).t$ $= a.(1+t)^2$
…	….	….	….	….
n	$a.(1+t)^{n-1}$	$I_n = a.(1+t)^{n-1}.t$	$a.t[1+(1+t)+(1+t)^2+...+(1+t)^{n-1}]$	$A = a(1+t)^n$

من خلال الجدول أعلاه يمكن كتابة:

الصيغة العامة لحساب الفائدة المركبة نهاية عقد التوظيف

$$I = a \times t \times [1+(1+t)+(1+t)^2+...+(1+t)^{n-1}]$$

الصيغة العامة لحساب الجملة المكتسبة بفائدة مركبة نهاية عقد التوظيف

$$A = a(1+t)^n$$

ومن خلال الصيغة الأخيرة يمكن استنتاج الفائدة المركبة نهاية مدة التوظيف بطريقة أبسط كما يلي:

$$I = a[(1+t)^n - 1]$$

والملاحظ أن الصيغ الحسابية السابقة سواءا تعلقت بالفائدة المركبة أو الجملة المكتسبة، لا يمكن تطبيقها مباشرة إلا إذا تحقق التجانس بين الوحدة الزمنية المرتبطة بمدة التوظيف مع الوحدة الزمنية المرتبطة بمعدل التوظيف.

مثـــال:

قام شخص بتوظيف مبلغ قدره 150000 دينار لمدة 03 سنوات

المطلوب: – أحسب الفائدة الناتجة عن التوظيف بمعدل فائدة مركبة سنوي 10% .

– أحسب الجملة المكتسبة بمعدل فائدة مركبة سنوي 12% .

الحــل:

1/ حساب الفائدة بمعدل 10%

لدينا:

$$I = a \times t \times \left[1 + (1+t) + (1+t)^2 + ... + (1+t)^{n-1}\right]$$
$$\Leftrightarrow I = 150000 \times 0.1\left[1 + (1.1) + (1.1)^2\right]$$
$$I = 150000 \times 0.1 \times 3.31 = 49650$$

2/ حساب الجملة المكتسبة بمعدل 12%

لدينا:

$$A = a \times (1+t)^n$$
$$\Leftrightarrow A = 150000 \times (1.12)^3 = 210739.20$$

3– حساب مختلف حدود الجملة المكتسبة:

3 – 1 حساب الأصل الموظف:

من خلال الصيغة العامة لحساب الجملة المكتسبة، يمكن إيجاد قيمة الأصل الموظف كما يلي:

$$A = a \times (1+t)^n \Rightarrow a = \frac{A}{(1+t)^n}$$

3 –2 حساب مدة التوظيف:

من خلال الصيغة العامة لحساب الجملة المكتسبة، يمكن إيجاد مدة التوظيف كما يلي:

$$A = a \times (1+t)^n \Rightarrow \frac{A}{a} = (1+t)^n$$

وبإدخال اللوغاريتم النيبري على طرفي المساواة نجد:

$$Ln\left(\frac{A}{a}\right) = Ln\left((1+t)^n\right) \Leftrightarrow n \times Ln(1+t) = Ln\left(\frac{A}{a}\right)$$

ومنه نجد:
$$n=\frac{Ln\left(\frac{A}{a}\right)}{Ln(1+t)}$$

3 – 3 حساب معدل التوظيف:

من خلال الصيغة العامة لحساب الجملة المكتسبة، يمكن إيجاد معدل التوظيف المطبق كما يلي:

$$A=a\times(1+t)^n \Rightarrow \frac{A}{a}=(1+t)^{\,n} \Rightarrow (1+t)=\sqrt[n]{\frac{A}{a}}$$

ومنه نجد:
$$t=\sqrt[n]{\left(\frac{A}{a}\right)}-1$$

مثـــــال:

يريد تاجر تسديد دينه البالغ 665500 دج بعد ثلاث سنوات من الآن

1- ما هو المبلغ الواجب توظيفه الآن بمعدل 10% حتى يتمكن التاجر من تسديد الدين في تاريخ استحقاقه.

2- ما هي مدة التوظيف اللازمة لتوظيف نصف المبلغ الموظف من طرف التاجر لتحقيق جملة مكتسبة قدرها 366025 دج.

3- إذا كانت الجملة المكتسبة للمبلغ الثاني 313600 دج، وهي ناتجة عن توظيفه بنصف المدة (المطلوب 2) ، ما هو معدل الفائدة المطبق في هذه الحالة.

الـــــــحل:

1/ حساب المبلغ الواجب توظيفه الآن بمعدل 10% حيث: $A=665500$

لـدينا:
$$a=\frac{A}{(1+t)^n}\Leftrightarrow a=\frac{665500}{(1+t)^3}=500000$$

2/ حساب مدة التوظيف حيث:
$$\begin{cases} A=366025 \\ a=\dfrac{500000}{2}=250000 \end{cases}$$

لـدينا:
$$n=\frac{Ln\left(\frac{A}{a}\right)}{Ln(1+t)}$$

$$n = \frac{Ln\left(\frac{366025}{250000}\right)}{Ln(1.1)} = 4$$

3/ حساب معدل الفائدة المطبق حيث:

$$t = \sqrt[n]{\left(\frac{A}{a}\right)} - 1$$

لدينـــــا:

$$\begin{cases} A = 313600 \\ a = 250000 \\ n = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

ومنه نجد:

$$t = \sqrt{\left(\frac{313600}{250000}\right)} - 1 = 012 = 12\%$$

4- حساب الفائدة المركبة في حالة مدة التوظيف عدد غير طبيعي:

هناك وجهتان للنظر اختلفتا في حساب الفائدة المركبة في حالة ما إذا كانت مدة التوظيف عدد غير طبيعي، حيث نجد:

4 – 1 وجهة النظر التجارية:

حسب وجهة النظر التجارية، تحسب الفائدة المركبة إذا كانت مدة التوظيف عدد طبيعي انطلاقا من الصيغة العامة لحساب الفائدة المركبة إذا كانت مدة التوظيف عدد طبيعي مع مراعاة تجانس الوحدة الزمنية المرتبطة بمعدل التوظيف مع الوحدة الزمنية المرتبطة بمدة التوظيف. أي أن : $I_C = a\left[(1+t)^{n'} - 1\right]$

$$A_C = a(1+t)^{n'}$$

مع العلم أن n' تتضمن مدتين: n_1 تمثل الجزء الصحيح من مدة التوظيف معبر عنه بالوحدة الزمنية المرتبطة بمعدل التوظيف، n_2 تمثل الجزء العشري من مدة التوظيف معبر عنه بالوحدة الزمنية المرتبطة بمعدل التوظيف.

مثـــــال:

وظف مبلغ 125000 دج بمعدل فائدة مركبة 5% سداسي لمدة 01 سنة و09 أشهر.

المطلوب:

أحسب الفائدة الناتجة عن التوظيف، والجملة المكتسبة حسب وجهة النظر التجارية.

الحـــل:

1/ حساب الفائدة الناتجة عن التوظيف حسب وجهة النظر التجارية:

$$I_C = a.\left[(1+t)^{n'} - 1\right]$$

$$n_1 = 3S \cdot n_2 = 0.5S$$

$$\Rightarrow I_C = 125000\left[(1.05)^{3.5} - 1\right] = 23276.58$$

2/ حساب الجملة الناتجة عن التوظيف حسب وجهة النظر التجارية:

$$A = a.(1+t)^{n'} \Leftrightarrow A = 125000(1.05)^{3.5} = 148276.58$$

4 – 2 وجهة النظر العقلانية (الحقيقية):

حسب وجهة النظر العقلانية، ينظر إلى عملية التوظيف في حالة ما إذا كانت مدة التوظيف عدد غير طبيعي، على أنها عملية مركبة من عمليتين جزئيتين متتابعتين.

- العملية الجزئية الأولى: وهي عملية مالية طويلة الأجل تتعلق بالجزء الصحيح من مدة التوظيف، أين يسري فيها تطبيق قانون الفائدة المركبة.
- العمليـة الجزئيـة الثانيـة: وهـي عمليـة ماليـة قصـيرة الأجـل، تـأتي بعـد العمليـة الجزئيـة الأولى، و تتعلق بالجزء العشري من مدة التوظيف، يطبق فيها قانون الفائدة البسيطة.

وعلى هذا الأساس، يكون قانون حساب الفائدة المركبة حسب وجهة الحقيقية كما يلي:

$$I_R = a\left[(1+t)^{n_1} - 1\right] + a.(1+t)^{n_1} \times t \times n_2$$

أما حساب الجملة المكتسبة حسب نفس وجهة النظر فتكون كما يلي:

$$A_R = a(1+t)^{n_1}\left[1 + t \times n_2\right]$$

مثـــــــال 01:

أحسب الفائدة والجملة المكتسبة حسب وجهة النظر الحقيقية لمبلغ قيمته 360000 دج موظف بمعدل 09 % لمدة سنتين و 09 أشهر.

الحـــل:

1/ حساب الفائدة الناتجة عن التوظيف حسب وجهة النظر الحقيقية:

لدينا: $I_R = a\left[(1+t)^{n_1} - 1\right] + a.(1+t)^{n_1} \times t \times n_2$

$$\Rightarrow I_R = 360000\left[(1.09)^2 - 1\right] + 360000(1.09)^2 \times 0.09 \times \frac{9}{12}$$

$$\Rightarrow I_R = 67716 + 28870,83 = 96586,83$$

2/ حساب الجملة الناتجة عن التوظيف حسب وجهة النظر الحقيقية:

لدينا: $A_R = a(1+t)^{n_1}\left[1 + t \times n_2\right]$

$$\Rightarrow A_R = 360000(1.09)^2\left(1 + 0.09 \times \frac{9}{12}\right)$$

$$\Rightarrow A_R = 456586,83$$

مثـــــــال 02:

وظف مبلغ بمعدل لمدة 01 سنة و09 أشهر فكانت الفائدة المركبة الناتجة عن التوظيف من المنظور العقلاني 19629 دج، أما إذا وظف ضعفه بنفس المعدل المطبق لمدة سنة ونصف، ومن نفس منظور حساب الفائدة، فينتج فائدة قدرها 33372 دج.

المطلوب: 1 – أوجد معدل الفائدة المطبق، والأصول الموظفة.

2 – أحسب الفوائد الناتجة عن التوظيف من المنظور التجاري .

الـــــــحل:

1– حساب معدل الفائدة المطبق:

لدينا: $I_R = a\left[(1+t)^{n_1} - 1\right] + a.(1+t)^{n_1} \times t \times n_2$

بالتعويض في الصيغة الحسابية لفائدة المبلغين نجد:

$$19629 = a_1\left[(1+t) - 1\right] + a_1.(1+t) \times t \times \frac{9}{12} ....(1)$$

$$33372 = a_2\left[(1+t) - 1\right] + a_2.(1+t) \times t \times \frac{6}{12} ......(2)$$

نعلم أن: $a_2 = 2a_1$ ، بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$$(2) \Leftrightarrow 33372 = 2a_1\left[(1+t) - 1\right] + 2a_1.(1+t) \times t \times \frac{6}{12}$$

بعد تبسيط العادلتين نجد:

$$\frac{(2)}{(1)} \Leftrightarrow \frac{a_1\left[2\left(\left(1+t\right)-1\right)+\left(1+t\right)t\right]}{a_1\left[\left(\left(1+t\right)-1\right)+\left(1+t\right)t.\frac{9}{12}\right]}$$

$$\Rightarrow \frac{33372}{19629}=\frac{t^2+3t}{0.75t^2+1.75t}$$

بضرب الطرفين في الوسطين نجد:

$$19629t^2+58887t=25029t^2+58401t$$

$$\Rightarrow 5400t^2-486t=0$$

$$\Rightarrow t.\left(5400t-486\right)=0$$

بما أن المعادلة صفرية فإن t=0، وهو حل مرفوض، أو

$$\left(5400.t-486\right)=0$$

$$\Rightarrow t=\frac{486}{5400}=0.09 \Rightarrow t=9\%$$

2/ حساب الأصول الموظفة:

لدينا:

$$19629=a_1\left[\left(1.09\right)-1\right]+a_1.\left(1.09\right)\times 0.09\times\frac{9}{12}$$

$$\Rightarrow 19629=0,163575.\mathrm{a}_1$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{19629}{0.163575}=120000$$

كما أن:

$$33372 = a_2\left[(1.09)-1\right] + a_2.(1.09)\times 0.09\times\frac{6}{12}$$

$$\Rightarrow 33372 = 0,13905\,\mathrm{a}_2$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{33372}{0,13905} = 240000$$

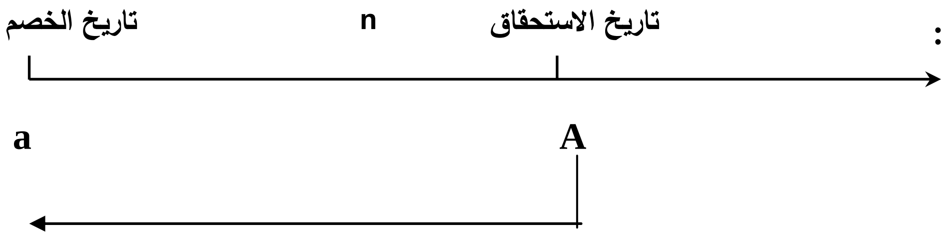
ثانيا: القيمة الحالية

1- تعريف:

في كثير من الأحيان يضطر المتعاملون الاقتصاديون إلى تعجيل تحصيل أو تسديد التزاماتهم المالية، وهذا بغية تحقيق التوازن المالي، ونظرا لعامل القيمة الزمنية للنقود، فإن هذه الالتزامات لن تحصل أو تسدد بقيمها الاسمية، وإنما سيخصم منها مقدارا محددا بشروط متمثلة في معدل الفائدة المطبق، و الفاصل الزمني بين تاريخ الاستحقاق الأصلي وتاريخ الاستحقاق الجديد، وعليه سيتحصل المتعامل المقابل على مقدار يسمى القيمة الحالية.

2- الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية:

يمكن اشتقاق الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية لرأس مال مؤجل من خلال التمثيل البياني التالي:



نعلم أن: $A = a(1+t)^n$ ومنه يمكن كتابة: $a = A(1+t)^{-n}$ وهي الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية (رأس المال المستحدث).

مثـال:

أراد تاجر تسديد دينه المقدر بمبلغ 2623509,375 دج قبل تاريخ استحقاقه بمدة 4 سنوات، إذا علمت أن معدل الفائدة المطبق 15%.

- أحسب المبلغ المسدد
- أحسب بطريقتين المبلغ المسدد قبل سنة من تاريخ الاستحقاق

الـــــــــحل:

1/ حساب المبلغ المسدد قبل تاريخ الاستحقاق بأربع سنوات:

لــــدينا: $$a = A(1+t)^{-n}$$

$$\Leftrightarrow a = 2623509.375(1.15)^{-4} = 1500000$$

2/ حساب المبلغ المسدد قبل سنة من تاريخ الاستحقاق بطريقتين

الطريقة الأولى:

$$a = 2623509.375(1.15)^{-1} = 2281312{,}5$$

الطريقة الثانية:

$$A = 1500000(1.15)^{3} = 2281312{,}5$$

3- حساب مختلف حدود القيمة الحالية:

بنفس الطريقة التي حسبت بها مختلف حدود الجملة المكتسبة، يمكن حساب مختلف حدود القيمة الحالية كما يلي:

3 – 1 حساب مدة الخصم:

لدينا: $$a = A(1+t)^{-n} \Rightarrow a(1+t)^{n} = A \Rightarrow \frac{A}{a} = (1+t)^{n}$$

وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي المساواة نجد:

$$Ln\left(\frac{A}{a}\right) = Ln\left((1+t)^{n}\right) \Leftrightarrow n \times Ln(1+t) = Ln\left(\frac{A}{a}\right)$$

ومنه نجد: $$n = \frac{Ln\left(\frac{A}{a}\right)}{Ln(1+t)}$$

3 – 2 حساب معدل الخصم المطبق:

لــــدينا:

$$a = A(1+t)^{-n} \Rightarrow a(1+t)^{n} = A \Rightarrow \frac{A}{a} = (1+t)^{n} \Rightarrow (1+t) = \sqrt[n]{\frac{A}{a}}$$

ومنه نجد: $$t = \sqrt[n]{\left(\frac{A}{a}\right)} - 1$$

3 – 3 حساب القيمة الاسمية لرأس المال المستحدث:

لديـــــنا

$$a = A(1+t)^{-n} = \frac{A}{(1+t)^n} \Rightarrow a(1+t)^n = A$$

مثـــــال:

اشترى تاجر سيارة نفعية فاقترح عليه البائع خيارات التسديد التالية:

– الخيار الأول: التسديد الفوري لثمن الشراء.

– الخيار الثاني: تسديد مبلغ 2420000 دج بعد سنة من تاريخ الشراء، ومبلغ 2662000 دج بعد سنتين من تسديد المبلغ الأول.

– الخيار الثالث: تسديد ثمن الشراء بقيمة اسمية قدرها 6764142 دج.

– الخيار الرابع: تسديد ثمن الشراء بقيمة اسمية قدرها 5900697,6 دج بعد ثلاث سنوات من تاريخ الشراء.

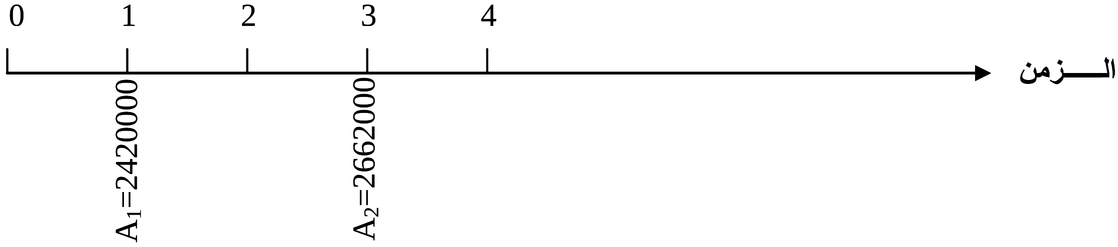
المطلوب: بمعدل خصم 10%

- أحسب ثمن شراء السيارة بتاريخ الشراء.
- حدد تاريخ استحقاق ثمن الشراء حسب خيار التسديد الثالث
- أوجد معدل الخصم المطبق حسب خيار التسديد الرابع

الحـــــل:

1/ حساب ثمن شراء السيارة بتاريخ الشراء:

من خلال خيار التسديد الثاني، يمكن تمثيل رزنامة التسديد بالتمثيل البياني التالي:



من خلال التمثيل البياني لخيار التسديد الثاني، يمكن حساب ثمن الشراء بتاريخ الشراء:

$$a = A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2}$$

$$\Leftrightarrow a = 2420000(1.1)^{-1} + 2662000(1.1)^{-2} = 4200000$$

2/ تحديد تاريخ استحقاق ثمن الشراء حسب خيار التسديد الثالث:

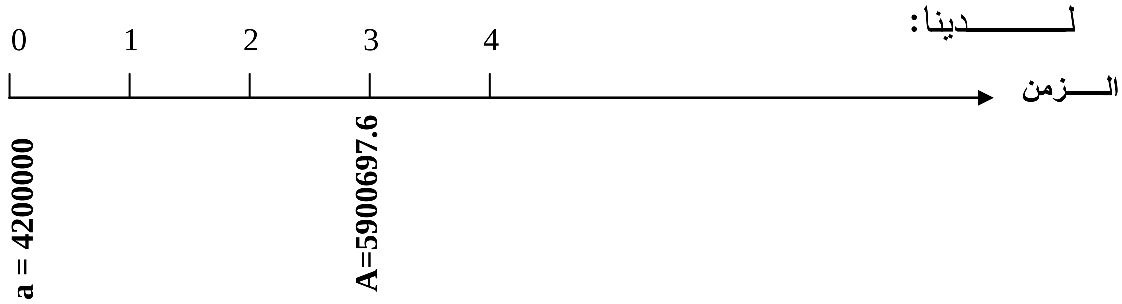
لـــــــدينا:

$$n = \frac{Ln\left(\frac{A}{a}\right)}{Ln(1+t)} \quad \Rightarrow n = \frac{Ln\left(\frac{6764142}{4200000}\right)}{\mathrm{Ln}(1.1)} = 5$$

أي أن تاريخ التسديد حسب الخيار الثالث يكون بعد 5 سنوات من تاريخ الشراء

3/ حساب معدل الخصم المطبق حسب خيار التسديد الرابع:

لـــــــدينا:



$$t = \sqrt[n]{\left(\frac{A}{a}\right)} - 1 \Rightarrow t = \sqrt[3]{\left(\frac{5900697.6}{4200000}\right)} - 1 = 0.12$$

ومنه معدل الخصم السنوي المطبق هو: 12%.

ثالثا: تكافؤ رؤوس الأموال

1 – تعريـــف:

نقول أن مجموعة رؤوس الأموال المعرفة بقيمتها الاسمية وتاريخ استحقاقها $(A_i.n_i)$: متكافئة مع مجموعة أخرى من رؤوس الأموال المعرفة كذلك بقيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها $(B_k.n_k)$، إذا وفقط إذا تساوت مجموع القيمة الحالية لرؤوس الأموال الأصلية، مع مجموع القيم الحالية لرؤوس الأموال البديلة بتاريخ محدد، في هذه الحالة نسمي مجموع القيمة الحالية قيمة التكافؤ، أما تاريخ التساوي بين المجموعتين فيمثل تاريخ التكافؤ.

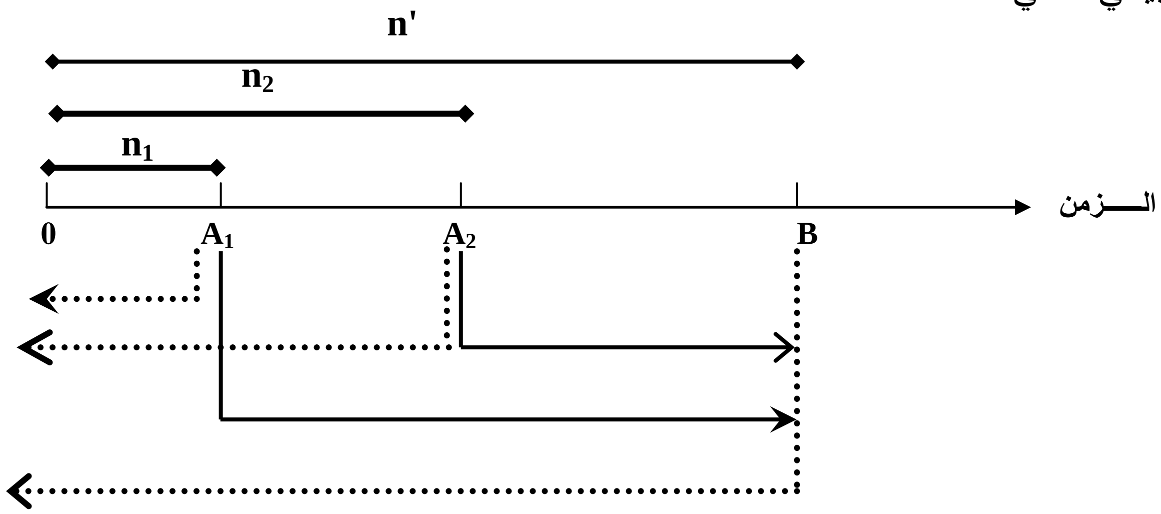
وتطرح مسألة تكافؤ رؤوس الأموال نوعين من المشكلات، المشكلة الأولى، إذا علمنا تاريخ التكافؤ، فما هي قيمة التكافؤ؟. أما المشكلة الثانية فتظهر إذا علمنا قيمة التكافؤ فما هو تاريخ التكافؤ؟ .

2 – حساب قيمة تكافؤ رؤوس الأموال:

في هذا السياق، يمكن أن نصادف ثلاث حالات عملية نلخصها فيما يلي:

2 – 1 حالة الالتزامات المؤجلة:

في هذه الحالة يكون تاريخ استحقاق الدين البديل لاحقا لتواريخ استحقاق الديون الأصلية، فإذا كان لدينا ديون مالية أريد استبدالها بدين آخر وحيد، وعملية الاستبدال معرفة بالتمثيل البياني التالي:



يظهر التمثيل البياني أعلاه، أن قيمة التكافؤ يمكن حسابها بطريقتين، الطريقة الأولى تعتمد على استحداث القيم الاسمية للديون بتاريخ الآن (كما هو موضح بالخطوط المتقطعة)، أما الثانية فتقوم على حساب القيم الاسمية للديون الأصلية بتاريخ استحقاق الالتزام الجديد.

حساب قيمة التكافؤ وفقا للطريقة الأولى:

من خلال التمثيل البياني، وبتطبيق مبدأ التكافؤ يمكن التعبير عن القيم الحالية لالتزامات الآن كما يلي: $B(1+t)^{-n'} = A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2}$

وبالتعميم، أذا كان لدينا مجموعة الالتزامات الأصلية المعرفة بقيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها، $(A_1.n_1).......(A_k.n_k)$، استبدلت بمجموعة أخرى من الديون المؤجلة (تاريخ استحقاق أول دين بديل يأتي بعد تاريخ استحقاق آخر دين أصلي)، وهي معرفة كذلك بقيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها $(B_1.n'_1).....(B_m.n'_m)$، فحسب مبدأ التكافؤ تتحقق المساواة التالية: $\sum_{i=1}^{m} B_i(1+t)^{-n'_i} = \sum_{j=1}^{k} A_j(1+t)^{-n_j}$

حساب قيمة التكافؤ وفقا للطريقة الثانية:

في هذه الطريقة سيتم التعبير عن قيم الالتزامات الأصلية بتاريخ استحقاق الالتزام البديل، ومن خلال التمثيل البياني يمكننا كتابة ما يلي:

$$B = A_1(1+t)^{n'-n_1} + A_2(1+t)^{n'-n_2}.$$

وبالتعميم، أذا كان لدينا مجموعة الالتزامات الأصلية المعرفة بقيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها، $(A_1.n_1).......(A_k.n_k)$، استبدلت بالتزام مؤجل وحيد معرف بتاريخ استحقاقه (n')، فحسب مبدأ التكافؤ يمكن حساب قيمة التكافؤ بالعلاقة الحسابية التالية: $B = \sum_{j=1}^{K} A_j(1+t)^{n'-n_j}$، مع الإشارة إلى أن العملية التي تطرأ على الالتزامات الأصلية في هذه الحالة هي عملية توظيف.

مثـــــال:

إليك فيما يلي مجموعة الحقوق المالية:

- 110000 دج يستحق بعد سنة من الآن

- 290400 دج يستحق بعد سنة من تاريخ استحقاق المبلغ الأول
- 878460 دج يستحق بع ثلاث سنوات من الآن

أريد استبدال هذه الحقوق بآخر وحيد يستحق بعد أربع سنوات من الآن.

المطلوب: بمعدل 10% أحسب قيمة الحق الجديد بطريقتين.

الحـــــــــل:

الطريقة الأولى: استحداث الحقوق بتاريخ الآن

لـــــــدينا:
$$\sum_{i=1}^{m} B_i(1+t)^{-n'_i} = \sum_{j=1}^{k} A_j(1+t)^{-n_j}$$

$$B(1.1)^{-4} = 110000(1.1)^{-1} + 290400(1.1)^{-2} + 878460(1.1)^{-3}$$

$$B(1.1)^{-4} = 100000 + 240000 + 660000 = 1000000$$

$$\Rightarrow B = 1000000(1.1)^{4} = 1464100$$

الطريقة الثانية: استحداث الحقوق بتاريخ استحقاق الحق الجديد

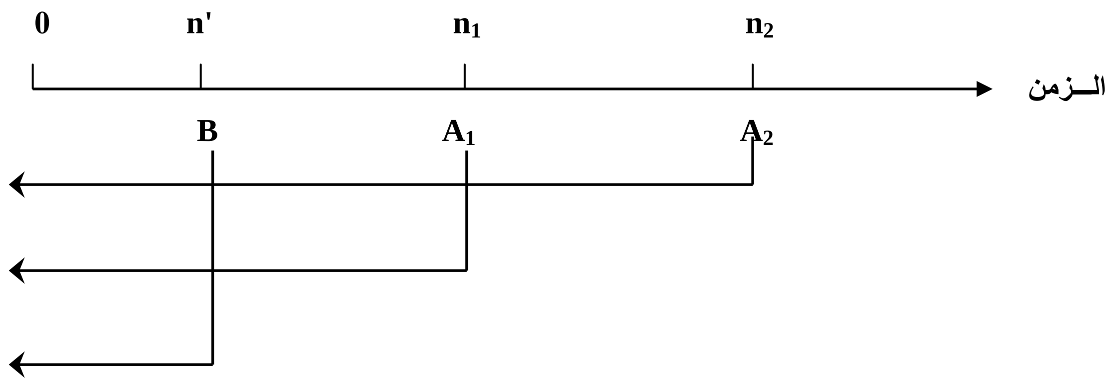
لـــــــدينا:
$$B = \sum_{j=1}^{K} A_j(1+t)^{n'-n_j}$$

$$\Rightarrow B = 110000(1.1)^{4-1} + 290400(1.1)^{4-2} + 878460(1.1)^{4-3}$$

$$\Rightarrow B = 146410 + 351384 + 966306 = 1464100$$

2 – 2 حالة الالتزامات المعجلة:

نعني بالالتزامات المعجلة، تلك الحالة التي تكون فيها كل الالتزامات الأصلية مستحقة الدفع بعد تاريخ استحقاق الالتزام البديل، ويمكن إظهارها من خلال التمثيل البياني التالي:



من خلال التمثيل البياني يمكن كتابة معادلة التكافؤ كما يلي:

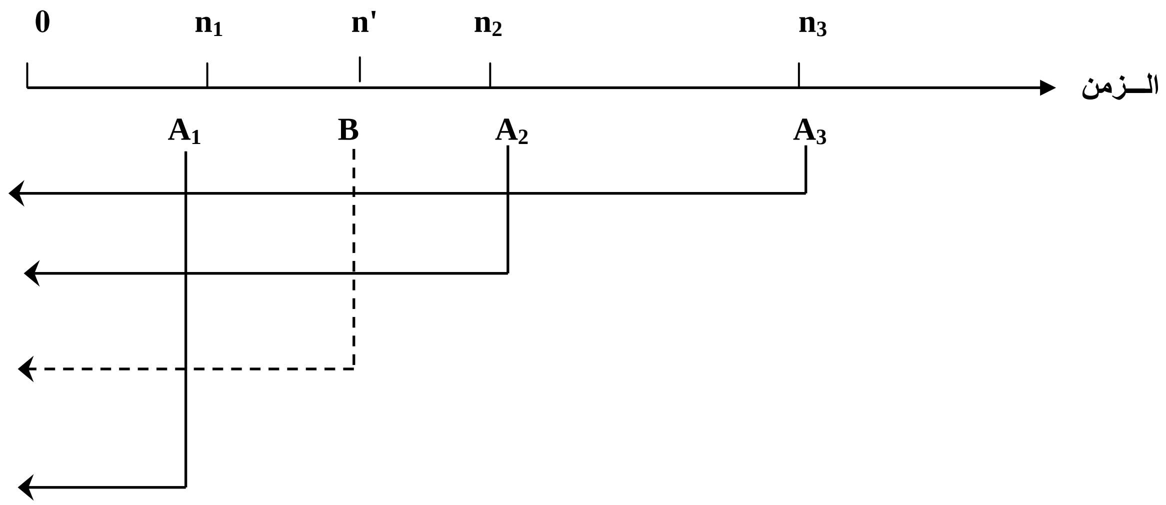
$B(1+t)^{-n'} = A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2}$ ، وبضرب طرفي المعادلة في $(1+t)^{n'}$

نجد: $B = A_1(1+t)^{n'-n_1} + A_2(1+t)^{n'-n_2}$ ، وهي الصيغة الحسابية لقيمة التكافؤ في حالة الالتزامات المعجلة.

وبالتعميم، إذا كان لدينا مجموعة الالتزامات الأصلية المعرفة بقيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها، $(A_1.n_1)$.......$(A_k.n_k)$ ، استبدلت بالتزام معجل وحيد معرف بتاريخ استحقاقه (n')، فحسب مبدأ التكافؤ يمكن حساب قيمة التكافؤ بالعلاقة الحسابية التالية: $B = \sum_{j=1}^{K} A_j (1+t)^{n'-n_j}$ ، مع الإشارة إلى أن العملية التي تطرأ على الالتزامات الأصلية في هذه الحالة هي عملية خصم.

2 – 3 حالة الالتزامات المؤجلة والمعجلة:

حسب هذه الحالة، فإن جزءا من الالتزامات الأصلية يستحق قبل تاريخ استحقاق الالتزام البديل، والجزء الآخر منها يستحق بعده، ويمكن توضيح هذه الحالة من خلال التمثيل البياني التالي:



من خلال التمثيل البياني، يمكن كتابة معادلة التكافؤ كما يلي:

$$B(1+t)^{-n'} = A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2} + A_3(1+t)^{-n_3}$$

وبضرب طرفي المعادلة في $(1+t)^{n'}$ نجد: $B = A_1(1+t)^{n'-n_1} + A_2(1+t)^{n'-n_2} + A_3(1+t)^{n'-n_3}$ ، وهي الصيغة الحسابية لقيمة التكافؤ في حالة الالتزامات المؤجلة والمعجلة.

وبالتعميم، إذا كان لدينا مجموعة الالتزامات الأصلية المعرفة بقيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها، $(A_1.n_1).......(A_k.n_k)$ ، استبدلت بالتزام وحيد معرف بتاريخ استحقاقه (n') وكان جزء من الالتزامات الأصلية يستحق قبل الالتزام البديل، والجزء الآخر بعده، فحسب مبدأ التكافؤ يمكن حساب قيمة التكافؤ بالعلاقة الحسابية التالية: $B = \sum_{j=1}^{K} A_j (1+t)^{n'-n_j}$ ، مع الإشارة إلى أن العملية التي تطرأ على الالتزامات الأصلية في هذه الحالة هي عملية توظيف للالتزامات المستحقة قبل الالتزام البديل، وخصم بالنسبة للالتزامات المستحقة بعده.

3 تحديد تاريخ التكافؤ:

يتطلب تحديد تاريخ تكافؤ رؤوس الأموال بمعلومية القيمة الاسمية للالتزام البديل، جملة من الخطوات الإجرائية المرتبة نختصرها فيما يلي:

- ☒ تحديد تاريخا للتسوية: وهو ذلك التاريخ الذي تقيم فيه جميع الالتزامات، كأن يكون الآن، تاريخ استحقاق أحد الالتزامات الأصلية ...
- ☒ تقييم الالتزامات الأصلية والبديلة بتاريخ التسوية المحدد، وكتابة معادلة التكافؤ، أي أن قيمة الالتزامات الأصلية بتاريخ التسوية مساوية لقيمة الالتزامات البديلة في نفس التاريخ.
- ☒ حل المعادلة ذات المجهول الواحد، الذي يمثل الفاصل الزمني بين تاريخ التسوية وتاريخ استحقاق الدين البديل.

مثـــــال:

لتكن لديك مجموعة الالتزامات:

- 300000 دج يستحق بعد سنة من الآن
- 165000 دج يستحق بعد 4 سنوات من الآن
- 165770 دج يستحق بعد 5 سنوات من الآن

أريد استبدال هذه الالتزامات بآخر وحيد قيمته الاسمية 650000 دج.

- بمعدل 10% سنوي حدد تاريخ استحقاق الدين الجديد.

الـــــــــحل:

نعتبر تاريخ التسوية الآن فيكون لدينا:

القيمة الحالية للالتزامات الأصلية:

$$a = 300000(1.1)^{-1} + 165000(1.1)^{-4} + 165770(1.1)^{-5} = 488354,621$$

القيمة الحالية للالتزام البديل:

$$b = 650000(1.1)^{-n}$$

وبتطبيق مبدأ التكافؤ نجد:

$$a = b \Leftrightarrow 650000(1.1)^{-n} = 488354,621 \Rightarrow (1+t)^{n} = \frac{650000}{488354,621}$$

وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على الطرفين نجد:

$$n = \frac{Ln\left(\frac{650000}{488354,621}\right)}{Ln(1.1)} = 3$$

أي أن الالتزام الجديد يستحق بعد 3 سنوات من الآن.

وبنفس الطريقة، إذا اعتبرنا أن تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق الالتزام الأول، فتكون:

القيمة الحالية للالتزامات الأصلية بتاريخ استحقاق الالتزام الأول:

$$a = 300000 + 165000(1.1)^{-3} + 165770(1.1)^{-4} = 537190,083$$

القيمة الحالية للالتزام البديل:

$$b = 650000(1.1)^{n}$$

وبتطبيق مبدأ التكافؤ نجد:

$$b = a \Leftrightarrow 650000(1.1)^{n} = 537190.083$$

$$n=\frac{Ln\left(\frac{650000}{537190.083}\right)}{Ln(1.1)}=2$$

ومنه تاريخ استحقاق الالتزام البديل بعد 2 سنة من تاريخ استحقاق الالتزام الأول (الالتزام الأول يستحق بعد 1 سنة من الآن) ، أي بعد 3 سنوات من الآن. (وهي نفس النتيجة السابقة).

وبنفس الطريقة، إذا اعتبرنا أن تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق الالتزام الثاني، فتكون:

القيمة الحالية للالتزامات الأصلية بتاريخ استحقاق الالتزام الثاني:

$$a=300000(1.1)^{3}+165000+165770(1.1)^{-1}=715000$$

القيمة الحالية للالتزام البديل:

$$b=650000(1.1)^{n}$$

وبتطبيق مبدأ التكافؤ نجد:

$$b=a\Leftrightarrow 650000(1.1)^{n}=715000$$

$$n=\frac{Ln\left(\frac{650000}{715000}\right)}{Ln(1.1)}=-1$$

ومنه تاريخ استحقاق الالتزام البديل قبل 1 سنة من تاريخ استحقاق الالتزام الثاني (الالتزام الثاني يستحق بعد 4 سنوات من الآن) ، أي بعد 3 سنوات من الآن. (وهي نفس النتيجة السابقة).

أما إذا اعتبرنا تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق الالتزام الثالث يكون لدينا:

القيمة الحالية للالتزامات الأصلية بتاريخ استحقاق الالتزام الثاني:

$$a=300000(1.1)^{4}+165000(1.1)^{1}+165770=786500$$

القيمة الحالية للالتزام البديل:

$$b=650000(1.1)^{n}$$

وبتطبيق مبدأ التكافؤ نجد:

$$b = a \Leftrightarrow 650000(1.1)^n = 786500$$

$$n = \frac{Ln\left(\frac{650000}{786500}\right)}{Ln(1.1)} = -2$$

ومنه تاريخ استحقاق الالتزام البديل قبل 2 سنة من تاريخ استحقاق الالتزام الثالث (الالتزام الثالث يستحق بعد 5 سنوات من الآن) ، أي بعد 3 سنوات من الآن. (وهي نفس النتيجة السابقة).

رابعا: الـدفعات

1- تعريـف الدفعات:

تعرف الدفعات على أنها تلك المبالغ المالية، المدفوعة بصفة منتظمة، وعلى فترات زمنية ثابتة من حيث الفاصل الزمني بينها.

2 – أنواع الدفعات:

هناك عدة معايير على أساسها تقسم الدفعات، فمن أهمها نذكر:

2 – 1 تقسيم الدفعات على أساس احتمال الدفع:

حسب درجة احتمال الدفع، تقسم الدفعات إلى الأنواع التالية:

2 – 1 – 1 الـدفعات المؤكـدة: وهـي تلـك الـدفعات التـي لا يـرتبط دفعهـا بـأي شـرط مـن الشروط التي تؤدي إلى التوقف عن دفعها، ومثال ذلك دفعات سداد القروض.

2 – 1 – 2 الدفعات المحتملة: وهي تلك الدفعات التي يرتبط دفعها بنوع من الشروط التي تؤدي إلى التوقف عن دفعها، ومن أمثلتها دفعات المعاش، التي يتوقف دفعها على حياة المستفيد.

2 – 2 تقسيم الدفعات حسب مدة سدادها

حسب هذا المعيار، تقسم الدفعات إلى:

2 – 2 – 1 الدفعات الدائمة: وهي تلك الدفعات التي يتم دفعها بشكل منتظم، ودون توقف لأي قيد من القيود، أي أنها غير محددة بمدة زمنية للدفع، ومثالها ريوع الأراضي الزراعية.

2 – 2 – 2 الدفعات المؤقتة: وهي تلك الدفعات التي يتم دفعها بشكل منتظم خلال مدة زمنية محددة، ومن أمثلتها، الإيجارات، البيع بالتقسيط.

2 – 3 تقسيم الدفعات حسب سريان عملية الدفع:

حسب هذا المعيار، تقسم الدفعات إلى:

2 – 3 – 1 الدفعات المعجلة (الفورية): وهي تلك الدفعات التي تستحق الأولى منها بمجرد إبرام العقد، كأن يتفق المؤجر مع المستأجر على دفع الإيجار السنوي للعين المؤجرة في بداية كل ستة من سنوات الإيجار المتفق عليها.

2 – 3 – 2 الدفعات العادية:وهي تلك الدفعات التي تستحق بصفة دورية منتظمة نهاية كل فترة من فترات دفعها.

2 – 3 – 3 الدفعات المؤجلة: وهي تلك الدفعات التي تستحق الأولى منها بعد مدة زمنية معينة تسمى فترة السماح، ونجد هذا النوع شائعا في حالات تسديد قروض الاستثمار.

2 – 4 تقسيم الدفعات حسب معيار قيمة الدفعة:

حسب هذا المعيار، تقسم الدفعات إلى:

2 – 4 – 1 الدفعات الثابتة: وهي تلك الدفعات التي تكون مبالغها متساوية ابتدءا من أول دفعة إلى آخر دفعة منها.

2 – 4 – 2 الدفعات المتغيرة: وهي تلك الدفعات التي تكون قيم مبالغها غير متساوية، وتضم:

– الدفعات المتغيرة بانتظام: وهي تلك الدفعات التي يخضع تغيرها إلى قانون رياضي يجمع بينها (الزيادة المنتظمة، النقصان المنضم، التغير المضاعف، التغير المتتالي ...) .

– الدفعات العشوائية: وهي تلك الدفعات التي لا نجد بينها أي علاقة رياضية تجمع بينها، حيث لا نستطيع التعبير عنها بعبارة حد عام لها.

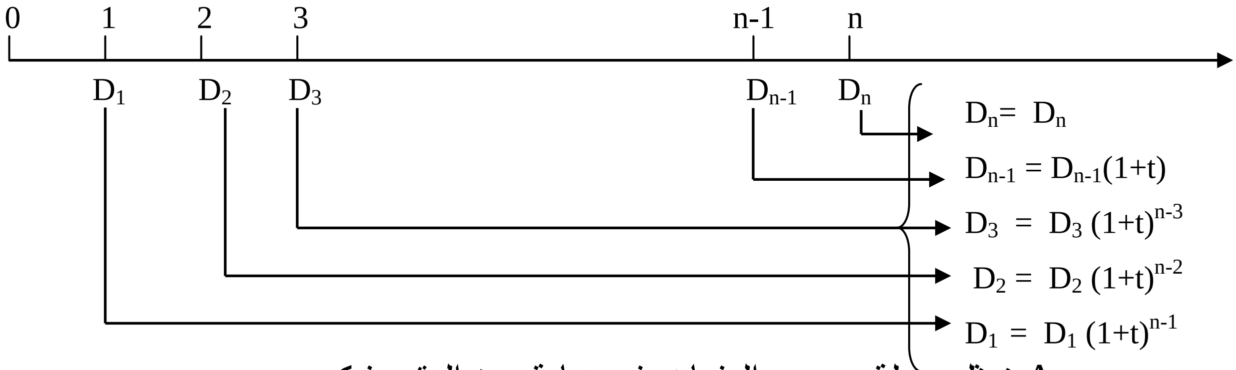
3 – جملة مجموع الدفعات الثابتة:

3 – 1 جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

3 – 1 – 1 الصيغة العامة لحساب جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

إذا اعتبرنا أن شخصا ملتزما بموجب عقد بدفع سنوي لمبلغ قدره D يستحق نهاية كل سنة من السنوات المتضمنة في العقد،وعلى اعتبار معدل الفائدة المطبق سنوي ثابت

طيلة مدة العقد، يمكن إيجاد جملة مجموع الدفعات المسددة نهاية العقد من خلال التمثيل البياني التالي:



نضـع: A_n تمثل جملة مجموع الدفعات في نهاية مدة العقد، فيكون:

$$A_n = D_1(1+t)^{n-1} + D_2(1+t)^{n-2} + ... + D_{n-1}(1+t) + D_n$$

وبمـــا أن الـــدفعات متســـاوية، والجمـــع تبـــديلي، نقـــول $\forall i = 1,2,.....n.D_i = D$ فيكون لدينا:

$A_n = D + D(1+t) + ... + D(1+t)^{n-1}$ ، والملاحــظ أن جملـــة مجموع الدفعات العادية تمثل فيما بينها حدود لمتتالية هندسية متزايدة، حدوها الأول: D أساسها: $(1+t)$ ، وعبارة حدها العام: $D_i = D(1+t)^{n-i}$ ، وبتطبيق قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية المتزايدة نجد:

$$\sum U_i = U_1 \frac{R^n - 1}{R - 1} \Leftrightarrow A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

وبتبسيط العلاقة نجد:

$$\boxed{A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

وهي الصيغة الحسابية لجملة مجموع الدفعات العادية الثابتة، وهي تقيم مجموع الدفعات بتاريخ الدفعة الأخيرة.

3 – 1 – 2 حساب مختلف حدود جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

– حساب قيمة الدفعة الثابتة:

لـــدينا:

$$A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{t} \qquad \Rightarrow D = A.\frac{t}{(1+t)^n - 1}$$

- **حساب عدد الدفعات:**

لـــــدينا: $$A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{A_n t}{D} + 1$$

بإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي المساواة نجد:

$$n.Ln(1+t) = Ln\left(\frac{A_n.t}{D} + 1\right) \Rightarrow n = \frac{Ln\left(\frac{A_n.t}{D} + 1\right)}{Ln(1+t)}$$

- **حساب معدل الفائدة المطبق:**

لـــدينا: $$A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{t} \quad \Rightarrow \frac{A_n}{D} = \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

وبالتجربة يتم حصر المعدل المطلوب، حيث يصبح لدينا: $t_1 \langle t \langle t_2$

وبـالتعويض فـي العلاقـة عن قيمـة المقدار: $Y_i = \frac{(1+t_i)^n - 1}{t_i}$ حيث i = 1 ، 2

نجد:

$$t_1 \longrightarrow Y_1$$

$$t \longrightarrow \frac{A_n}{D}$$

$$t_2 \longrightarrow Y_2$$

ومن العلاقات السابقة نستنتج:

$$t_2 - t_1 \rightarrow Y_2 - Y_1$$

$$\Lambda t \rightarrow \frac{A_n}{D} - Y_1 = \Lambda Y$$

ومنه نجد: $\Lambda t = \frac{\Lambda Y \times (t_2 - t_1)}{Y_2 - Y_1}$ وعليه يكون: $t = t_1 + \Lambda Y$

مثـال:

يسدد تاجر نهاية كل سنة الإيجار السنوي لمحل بمبلغ 360000 دج لمدة عقد قدره 05 سنوات، وبمعدل فائدة 10% .

- أحسب جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية العقد.
- أحسب الإيجار السنوي إذا كانت جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية العقد 2442040 دج .
- أحسب مدة عقد الإيجار إذا بلغت جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية العقد 1670760 دج .
- أحسب معدل الفائدة المطبق إذا علمت أن جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية عقد الإيجار البالغة مدته 3 سنوات هي 1220625 دج.

الـــــــحل:

1/ حساب جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية العقد

لـــــدينا:

$$A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow A_5 = 360000\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} = 2197836$$

2/ حساب مبلغ الإيجار السنوي:

لـــــدينا:

$$D = A.\frac{t}{(1+t)^n - 1}$$

$$\Rightarrow D = 2442040\frac{0.1}{(1.1)^5 - 1} = 400000$$

3/ حساب مدة عقد الإيجار (عدد الدفعات)

لـــــدينا:

$$n = \frac{Ln\left(\frac{A_n.t}{D} + 1\right)}{Ln(1+t)}$$

$$\Rightarrow n = \frac{Ln\left(\frac{1670760 \times 0.1}{360000} + 1\right)}{Ln(1.1)} = 4$$

4/ حساب معدل الفائدة المطبق:

لـــــــــدينا: $t \rightarrow \frac{A}{D} = \frac{1220635}{260000} = 3.390625$

نفرض أن $t_1 = 10\%$ فنجد: $Y_1 = \frac{(1.1)^3 - 1}{0.1} = 3{,}31$ وبما أن $Y_1 \langle 3.390625$

نفرض $t_2 = 15\%$ فنجد: $Y_2 = \frac{(1.15)^3 - 1}{0.15} = 3{,}4725$ ومنه نستطيع القول أن:

$10\% \langle t \langle 15\%$ ، وعليه يمكن كتابة العلاقة الثلاثية التالية:

$$10\% \rightarrow 3.31$$
$$t \rightarrow 3.390625$$
$$15\% \rightarrow 3.4725$$

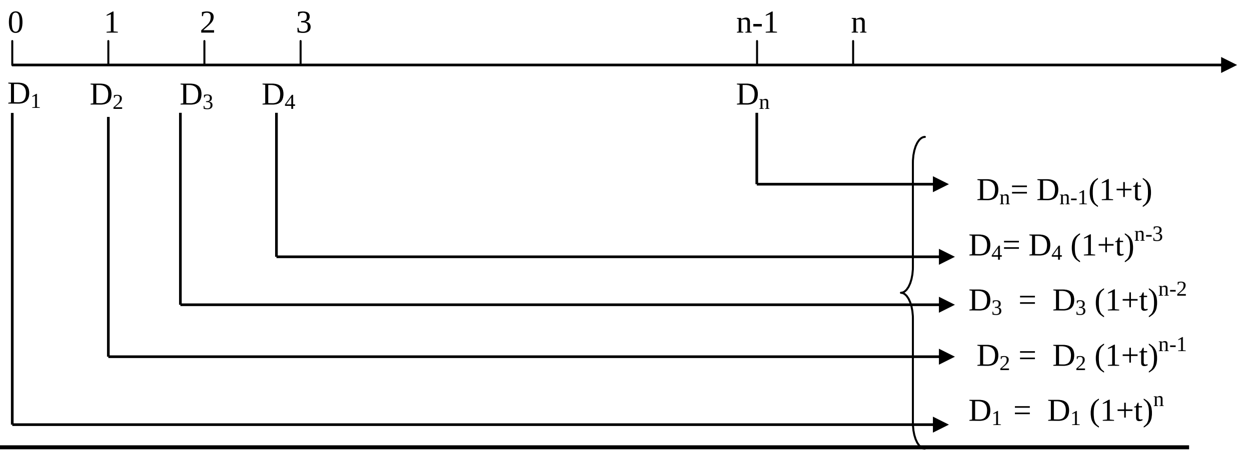
ولــدينا: $$t = t_1 + \Lambda t = t_1 \frac{\Lambda Y \times (t_2 - t_1)}{Y_2 - Y_1}$$

$$\Rightarrow t = 10\% + \frac{(3.390625 - 3.31) \times (15\% - 10\%)}{3.4725 - 3.31} = 10\% + 2.5\% = 12.5\%$$

3 – 2 جملة مجموع الدفعات الفورية الثابتة:

3 – 2 – 1 الصيغة العامة لحساب جملة مجموع الدفعات الفورية الثابتة:

إذا اعتبرنا أن شخصا ملتزما بموجب عقد بدفع سنوي لمبلغ قدره D يستحق بداية كل سنة من السنوات المتضمنة في العقد،وعلى اعتبار معدل الفائدة المطبق سنوي ثابت طيلة مدة العقد، يمكن إيجاد جملة مجموع الدفعات المسددة نهاية العقد من خلال التمثيل البياني التالي:



نضــع: A_n تمثل جملة مجموع الدفعات في نهاية مدة العقد، فيكون:

$$A_n = D_1(1+t)^n + D_2(1+t)^{n-1} + \dots + D_{n-1}(1+t)^2 + D_n(1+t)$$

وبمــــا أن الـــــدفعات متســـــاوية، والجمـــــع تبـــــديلي، نقـــــول $\forall i = 1,2,\dots n.D_i = D$ فيكون لدينا:

$A_n = D(1+t) + D(1+t)^2 + \dots + D(1+t)^n$ ، والملاحـظ أن جملـة مجمـوع الدفعات الفورية تمثل فيما بينها حدود لمتتالية هندسية متزايدة، حدوها الأول: $D(1+t)$ أساسها: $(1+t)$ ، وعبارة حدها العام: $D_i = D(1+t)^{n-(i-1)}$ ، وبتطبيق قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية المتزايدة نجد:

$$\sum U_i = U_1 \frac{R^n - 1}{R - 1} \Leftrightarrow A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

وبتبسيط العلاقة نجد:

$$\boxed{A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

وهي الصيغة الحسابية لجملة مجموع الدفعات الفورية الثابتة، وهي تقيم مجموع الدفعات فترة بعد تاريخ الدفعة الأخيرة.

3 – 2 – 2 حساب مختلف حدود جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

لـــــدينا:

$$A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow D = A.\frac{t}{(1+t)\left[(1+t)^n - 1\right]}$$

- حساب عدد الدفعات:

لـــــدينا:

$$A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{A_n t}{D(1+t)} + 1$$

بإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي المساواة نجد:

$$n.Ln(1+t)=Ln\left(\frac{A_n.t}{D(1+t)}+1\right)\Rightarrow n=\frac{Ln\left(\frac{A_n.t}{D(1+t)}+1\right)}{Ln(1+t)}$$

- حساب معدل الفائدة المطبق:

لـــدينا:

$$A_n=D(1+t)\frac{(1+t)^n-1}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{A_n}{D}=(1+t)\frac{(1+t)^n-1}{t}$$

وبالتجربة يتم حصر المعدل المطلوب، حيث يصبح لدينا: $t_1 \langle t \langle t_2$

وبالتعويض في العلاقة عن قيمة المقدار: $Y_i=(1+t)\frac{(1+t_i)^n-1}{t_i}$

حيث i = 1 ، 2 نجد:

$$t_1 \longrightarrow Y_1$$

$$t \longrightarrow \frac{A_n}{D}$$

$$t_2 \longrightarrow Y_2$$

ومن العلاقات السابقة نستنتج:

$$t_2-t_1\rightarrow Y_2-Y_1$$

$$\Lambda t\rightarrow \frac{A_n}{D}-Y_1=\Lambda Y$$

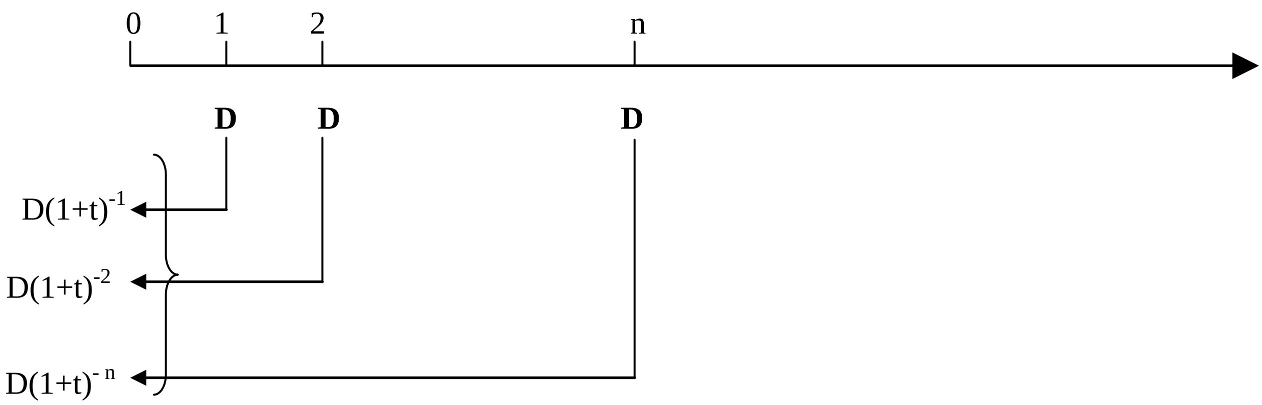
ومنه نجد: $\Lambda t=\frac{\Lambda Y\times(t_2-t_1)}{Y_2-Y_1}$ وعليه يكون: $t=t_1+\Lambda Y$

4 – القيمة الحالية لمجموع الدفعات الثابتة:

4 – 1 القيمة الحالية لمجموع الدفعات العادية الثابتة:

4 – 1 – 1 الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية لمجموع الدفعات العادية الثابتة:

إذا اعتبرنا أن شخصا ملتزما بموجب عقد بدفع سنوي لمبلغ قدره D يستحق نهاية كل سنة من السنوات المتضمنة في العقد، وعلى اعتبار معدل الفائدة المطبق سنوي ثابت طيلة مدة العقد، يمكن إيجاد القيمة الحالية لمجموع الدفعات المسددة بداية العقد من خلال التمثيل البياني التالي:



من خلال التمثيل البياني نجد الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية للدفعات العادية الثابتة كما يلي: $A_0 = D(1+t)^{-1} + D(1+t)^{-2} + \ldots + D(1+t)^{-n}$

نلاحظ أن القيمة الحالية لمجموع الدفعات العادية الثابتة تمثل فيما بينها حدود لمتتالية هندسية متناقصة، حدها الأول $U_1 = D(1+t)^{-1}$ وأساسها $R = (1+t)^{-1}$ وعبارة حدها العام $U_i = D(1+t)^{-i}$، وعليه تكون صيغة المجموع:

$$\sum U_i = U_1 \frac{1-R^n}{1-R} \Leftrightarrow A_0 = D(1+t)^{-1} \frac{1-(1+t)^{-n}}{1-(1+t)^{-1}}$$

$$A_0 = D \frac{1-(1+t)^{-n}}{(1+t)\left[1-(1+t)^{-1}\right]} = D \frac{1-(1+t)^{-n}}{1+t-1}$$

وباختصار العلاقة نجد: $A_0 = D\dfrac{1-(1+t)^{-n}}{t}$ وهي الصيغة الحسابية للقيمة الحالية لمجموع الدفعات العادية الثابتة، وهي تقيم الدفعات فترة قبل تاريخ الدفعة الأولى.

4 – 1 – 2 حساب مختلف حدود الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية لمجموع الدفعات العادية الثابتة:

– حساب قيمة الدفعة:

لدينا:

$$A_0 = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow D = \frac{A_0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

– حساب عدد الدفعات:

لدينا:

$$A_0 = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow \frac{A_0 \times t}{D} = 1-(1+t)^{-n}$$

$$\Rightarrow (1+t)^{-n} = 1-\frac{A_0 \times t}{D}$$

وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي المساواة نجد:

$$-nLn(1+t) = Ln\left(1-\frac{A_0 \times t}{D}\right)$$

ومنه نجد:

$$n = \frac{Ln\left(1-\frac{A_0 \times t}{D}\right)}{-Ln(1+t)}$$

– حساب معدل الفائدة:

لدينا:

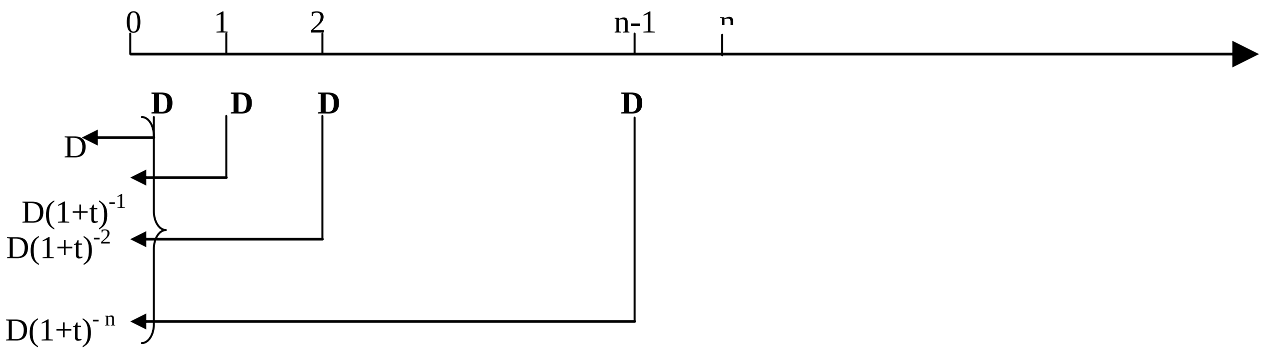
$$A_0 = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow \frac{A_0}{D} = \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

بافتراض معدلان يحققان حصر المعدل المطلوب يتم تحديد قيمة المعدل المطبق بإتباع نفس الخطوات الواردة في حساب المعدل انطلاقا من الصيغة العامة لحساب جملة مجموع الدفعات الثابتة.

4 – 2 القيمة الحالية لمجموع الدفعات الفورية الثابتة:

4 – 1 – 1 الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية لمجموع الدفعات الفورية الثابتة:

إذا اعتبرنا أن شخصا ملتزما بموجب عقد بدفع سنوي لمبلغ قدره D يستحق بداية كل سنة من السنوات المتضمنة في العقد، وعلى اعتبار معدل الفائدة المطبق سنوي ثابت طيلة مدة العقد، يمكن إيجاد القيمة الحالية لمجموع الدفعات المسددة بداية العقد من خلال التمثيل البياني التالي:



من خلال التمثيل البياني نجد الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية للدفعات العادية الثابتة كما يلي: $A_0 = D + D(1+t)^{-1} + D(1+t)^{-2} + ... + D(1+t)^{-(n-1)}$

نلاحظ أن القيمة الحالية لمجموع الدفعات العادية الثابتة تمثل فيما بينها حدود لمتتالية هندسية متناقصة، حدها الأول $U_1 = D$ وأساسها $R=(1+t)^{-1}$ وعبارة حدها العام $U_i = D(1+t)^{-(i-1)}$، وعليه تكون صيغة المجموع:

$$\sum U_i = U_1 \frac{1-R^n}{1-R} \Leftrightarrow A_0 = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{1-(1+t)^{-1}}$$

$$A_0 = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{1-\frac{1}{1+t}} = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{\frac{1+t-1}{1+t}}$$

وباختصار العلاقة نجد: $A_0 = D(1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$ وهي الصيغة الحسابية للقيمة القيمة الحالية لمجموع الدفعات الفورية الثابتة، وهي تقيم الدفعات بتاريخ الدفعة الأولى.

4 – 1 – 2 حساب مختلف حدود الصيغة العامة لحساب القيمة الحالية لمجموع الدفعات الفورية الثابتة:

- حساب قيمة الدفعة:

لدينا:

$$A_0 = D(1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow D = \frac{A_0 \times t}{(1+t)\left(1-(1+t)^{-n}\right)}$$

- حساب عدد الدفعات:

لدينا:

$$A_0 = D(1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow \frac{A_0 \times t}{D(1+t)} = 1-(1+t)^{-n}$$

$$\Rightarrow (1+t)^{-n} = 1-\frac{A_0 \times t}{D(1+t)}$$

وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي المساواة نجد:

$$-nLn(1+t) = Ln\left(1-\frac{A_0 \times t}{D(1+t)}\right)$$ ومنه نجد:

$$n = \frac{Ln\left(1-\frac{A_0 \times t}{D(1+t)}\right)}{-Ln(1+t)}$$

- حساب معدل الفائدة:

لدينا:

$$A_0 = D(1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow \frac{A_0}{D} = (1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

بافتراض معدلان يحققان حصر المعدل المطلوب يتم تحديد قيمة المعدل المطبق بإتباع نفس الخطوات الواردة في حساب المعدل انطلاقا من الصيغة العامة لحساب جملة مجموع الدفعات الثابتة.

مثـــــال:

يوظف تاجر بداية كل سنة مبلغا قدره 800000 دج بمعدل فائدة 10% سنوي، في نهاية السنة الرابعة من التوظيف قرر شراء سيارة نفعية، فاقترح عليه البائع خيارات التسديد التالية:

الخيار الأول: التسديد الفوري لثمن الشراء، وهو ما يكلفه علاوة على الجملة المكتسبة من عمليات التوظيف مبلغا قدره 915920 دج .

الخيار الثاني: التسديد الفوري لمبلغ 2513148 دج والباقي بواسطة ثلاث دفعات سنوية ثابتة تدفع الأولى منها بعد سنة من تاريخ الشراء.

الخيار الثالث: التسديد بواسطة ثلاث دفعات فورية ثابتة.

الخيار الرابع: التسديد الفوري لمبلغ 2000000 دج والباقي بواسطة دفعات عادية ثابتة قيمة الواحدة منها 1728571.429 دج .

الخيار الخامس: تسديد مبلغا بتاريخ الشراء، وربعه بعد سنتين من تاريخ الشراء.

المطلوب:

أولا:

- أحسب الجملة الناتجة عن عمليات التوظيف.
- أحسب ثمن السيارة بتاريخ الشراء.
- أحسب قيمة الدفعة الثابتة حسب خيار التسديد الثاني.
- أحسب قيمة الدفعة الثابتة حسب الخيار الثالث للتسديد.
- أحسب عدد الدفعات الثابتة حسب خيار التسديد الرابع.
- أحسب المبالغ المسددة حسب الخيار الخامس للتسديد.

ثانيا:

اختار التاجر خيار التسديد الثاني، وبعد تسديده الدفعة الثانية توقف عن التسديد لمدة ثلاث سنوات، عندها قرر التسديد الفوري لجميع التزاماته، كما تحمل معدل فائدة 15% لقاء كل سنة تأخير عن الدفع.

- أوجد المبلغ المستحق كليا.
- هل يستطيع التاجر الوفاء بالتزامه الجديد بواسطة الجملة المكتسبة علما أنه توقف عن التوظيف السنوي بعد الدفعة الرابعة.
- أحسب التكلفة الفعلية للسيارة التي تحملها التاجر بتاريخ الشراء

الـــــــحل:

أولا:

1/ حساب الجملة المكتسبة من عمليات التوظيف:

لـــدينا:

$$A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow A_n = 800000(1.1)\frac{(1.1)^4 - 1}{0.1} = 4084080$$

2/ حساب ثمن شراء السيارة بتاريخ الشراء:

$$V_0 = A_n + 915120 = 4084080 + 915920 = 5000000$$

3/ حساب قيمة الدفعة الثابتة حسب خيار التسديد الثاني:

لـــــدينا:

$$V_0 = 2513148 + D\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$\Rightarrow 5000000 = 2513148 + D\frac{1-(1.1)^{-3}}{0.1} \Rightarrow 2486852 = D\frac{1-(1.1)^{-3}}{0.1}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2486852}{2{,}486852} = 1000000$$

4/ حساب قيمة الدفعة الثابتة حسب خيار التسديد الثالث:

لـــــدينا:

$$V_0 = D(1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Leftrightarrow 5000000 = D(1.1)\frac{1-(1.1)^{-3}}{0.1}$$

$$\Rightarrow D = \frac{5000000}{2{,}73553719} = 1827794{,}562$$

5/ حساب عدد الدفعات الثابتة حسب خيار التسديد الرابع:

لـــــدينا:

$$V_0 = 5000000 = 2000000 + 1728571.429\,\frac{1\text{-}(1.1)^{-n}}{0.1}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{3000000\times 0.1}{1728571.429} = (1.1)^{-n} \Rightarrow n = -\left(\frac{Ln(0{,}82644628)}{\mathrm{Ln}(1.1)}\right) = 2$$

6/ حساب المبالغ المسددة حسب الخيار الخامس:

لـــــدينا:

$$V_0 = 5000000 = A + 0.25A(1.1)^{-2}$$

$$\Rightarrow 5000000 = 1{,}20661157\mathrm{A} \Rightarrow \mathrm{A} = \frac{5000000}{1.20661157} = 4143835{,}617$$

$$0.25\mathrm{A} = 1035958{,}904$$

<u>ثانيا:</u>

1/ حساب القيمة الاسمية للالتزام الجديد:

$$A = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t} = 1000000(1.15)\frac{(1.15)^2 - 1}{0.15} = 2472500$$

2/ حساب الرصيد المتوقع للتاجر بعد تسديد كل الالتزامات:

$$S = ((4084080 - 2513148)(1.1) - 1000000)(1.1)^3 - 2472500 = -1503498,4588$$

بما أن الرصيد البنكي المتوقع للتاجر سيصبح سالبا، فإنه لا يستطيع تسديد التزامه الجديد كلية بواسطة الجملة المكتسبة من عملية توظيف الباقي بعد التسديد.

3/ حساب التكلفة الفعلية المستحدثة لشراء السيارة بتاريخ الشراء

لـــديـنا:

$$V_0 = 2513148 + 1000000(1.1)^{-1} + 2472500(1.1)^{-4} = 5128989,677$$

أي أن التاجر تحمل تكلفة إضافية مستحدثة قدرها 128989.677 دج لقاء تأخيره التسديد.

خامسا: استهلاك القروض

تمهيد:

في كثير من الحالات العملية، يلجأ الأعوان الاقتصاديون إلى اعتماد القرض كأسلوب للتمويل، وينجر عن عقد الاقتراض التزامات تعاقدية تحمل في مضمونها طريقة التسوية، وفي هذا الإطار سنخص بالذكر تسوية القروض العادية التي يشرع في تسديدها في نهاية الفترة الأولى من فترات الاقتراض.

1- القروض العادية المسددة نهاية العقد وفوائد دورية:

حسب هذه الطريقة، يلتزم المدين بتسديد الفائدة الدورية نهاية كل فترة من فترات الاقتراض، على أن يسدد في نهاية الفترة الأخيرة علاوة على الفائدة المرتبطة بها أصل القرض.

مثال:

اقترض تاجر قرضا عاديا بقيمة 2500000 دج بمعدل فائدة سنوي قدره 10%، لمدة 05 سنوات يسدد نهاية مدة العقد وفوائد سنوية نهاية كل سنة من سنوات التعاقد.

المطلوب: قدم جدول الاستهلاك لهذا القرض.

الحـل:

جدول استهلاك القرض:

الفترة i	باقي القرض بداية الفترة V_{i-1}	الفائدة I_i	الاستهلاك C_i	الدفعة D_i	باقي القرض نهاية الفترة V_i
1	2500000	250000	0	250000	2500000
2	2500000	250000	0	250000	2500000
3	2500000	250000	0	250000	2500000
4	2500000	250000	0	250000	2500000
5	2500000	250000	2500000	2750000	0

حيث أن:

- باقي القرض بداية الفترة i V_{i-1}: يمثل ذلك الجزء من أصل القرض المتبقي للتسديد قبل تسديد الاستهلاك المقابل للفترة i.
- الفائدة I_i: تمثل الفائدة المحسوبة للفترة i على أساس المعدل المتفق عليه وباقي القرض في بداية نفس الفترة i.
- الاستهلاك C_i: يمثل الجزء المستحق للتسديد من أصل القرض نهاية الفترة i.
- الدفعة D_i: تمثل المبلغ المدفوع من طرف المقترض للفترة i، ويتضمن كل من الفائدة والاستهلاك لنفس الفترة.
- باقي القرض نهاية الفترة i V_i: يمثل الجزء المتبقي من أصل القرض الواجب تسديده في الفترات اللاحقة للفترة i.

2- القروض العادية المسددة باستهلاك ثابت:

حسب هذه الطريقة يتم تسديد القرض بواسطة دفعات تتضمن في محتواها قيمة ثابتة للاستهلاك تدفع في نهاية كل فترة من المدة الزمنية المتفق عليها، وعلى هذا الأساس إذا كان لدينا قرض عادي يسدد بواسطة n دفعة باستهلاك ثابت ومعدل فائدة t%، يمكننا كتابة ما يلي:

$$C_1 = C_2 = ... = C_n = C$$

$$V_0 = C_1 + C_2 + ... + C_n \Leftrightarrow V_0 = n \times C \Rightarrow C = \frac{V_0}{n}$$

$$I_1 = V_0 \times t = n \times C \times t$$

$$I_2 = V_1 \times t = (V_0 - C) \times t = (n-1) \times C \times t$$

$$\Rightarrow I_i = [V_0 - (i-1) \times C] \times t = [n - (i-1)] \times C \times t$$

$$\Rightarrow I_n = C \times t$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = \frac{n}{2}(n \times C \times t + C \times t) = 0.5n(n+1) \times C \times t$$

$$= (0.5n^2 + 0.5n) \times C \times t$$

$$D_i = C + I_i = C + [n - (i-1)] \times C \times t$$

$$\sum_{i=1}^{n} D_i = \sum I + \sum C = (0.5n^2 + 0.5n) \times C \times t + n \times C$$

مثـــــال:

قدم جدول الاستهلاك لقرض عادي بقيمة 4000000 دج يسدد بواسطة 4 دفعات سنوية باستهلاك ثابت ومعدل فائدة 12% سنوي.

الحـل:

جدول استهلاك القرض:

الفترة i	V_{i-1}	I_i	C_i	D_i	V_i
1	4000000	480000	1000000	1480000	3000000
2	3000000	360000	1000000	1360000	2000000
3	2000000	240000	1000000	1240000	1000000
4	1000000	120000	1000000	1120000	0
TOTAL		1200000	4000000	5200000	المجموع

والملاحظ من خلال الجدول أن:

$$\sum I = \frac{n}{2}(I_1 + I_4) = \frac{4}{2}(480000 + 120000) = 1200000$$

$$\sum D = 1200000 + 1000000 \times 4 = 5200000$$

3- القروض العادية المسددة بدفعات ثابتة:

حسب هذه الطريقة يتم تسديد القرض بواسطة دفعات ثابتة تدفع في نهاية كل فترة من المدة الزمنية المتفق عليها، وعلى هذا الأساس إذا كان لدينا قرض عادي يسدد بواسطة n دفعة ثابتة ومعدل فائدة t%، يمكننا كتابة ما يلي:

العلاقة بين أصل القرض والدفعة: $V_0 = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$ وهي علاقة مثبتة في موضوع القيمة الحالية للدفعات العادية الثابتة.

العلاقة بين أصل القرض الاستهلاكات:

$$D_1 = I_1 + C_1 \Leftrightarrow D_1 = V_0 \times t + C_1$$

$$D_2 = I_2 + C_2 \Leftrightarrow D_2 = V_1 \times t + C_2$$

$$V_1 = V_0 - C_1 \Rightarrow D_2 = (V_0 - C_1) \times t + C_2$$

وبما أن الدفعات ثابتة تتحقق المساواة التالية:

$$D_1 = D_2 \Leftrightarrow V_0 \times t + C_1 = (V_0 - C_1) \times t + C_2$$

$$\Rightarrow V_0 \times t + C_1 = V_0 \times t - C_1 \times t + C_2$$

$$\Rightarrow C_1 + C_1 \times t = C_2 \Rightarrow C_2 = C_1(1+t)$$

وبنفس الطريقة نجد:

$$D_3 = I_3 + C_3 \Leftrightarrow D_3 = V_2 \times t + C_3$$

$$V_2 = V_0 - (C_1 + C_2) \Rightarrow D_2 = [V_0 - (C_1 + C_2)] \times t + C_3$$

$$(1+t)(1+t)$$

$$\Rightarrow C_3 = C_1(1+t)^2$$

$$D_3 = D_1 \Leftrightarrow [V_0 - (C_1 + C_2)] \times t + C_3 = V_0 \times t + C_1$$
$$\Rightarrow V_0 \times t - C_1 \times t - C_1(1+t) \times t + C_3 = V_0 \times t + C_1$$
$$\Rightarrow C_3 = C_1 + C_1 \times t + C_1(1+t) \times t$$
$$\Rightarrow C_3 = C_1(1+t) + C_1(1+t) \times t = C_1$$

نلاحظ أن الاستهلاكات تمثل فيما بينها حدود لمتتالية هندسية متزايدة حدها الأول C_1، أساسها (1+t)، وعبارة حدها العام $C_i = C_1(1+t)^{i-1}$، وبما أن مجموع الاستهلاكات مساويا لأصل القرض، يمكننا كتابة: $V_0 = C_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$

مثال:

قدم جدول استهلاك قرض عادي بقيمة 232050 دج يسدد بواسطة أربع دفعات سنوية ثابتة ومعدل فائدة 10% سنوي.

الــــحل:

1- حساب الاستهلاكات:

$$V_0 = C_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t} \Leftrightarrow 232050 = C_1 \frac{(1.1)^4 - 1}{0.1} \Rightarrow C_1 = 50000$$

$$C_2 = C_1(1.1) = 55000.C_3 = C_1(1.1)^2 = 60500.C_4 = C_1(1.1)^3 = 66550$$

2- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

$$V_0 = D \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow D = 232050 \frac{0.1}{1-(1.1)^{-4}} = 73205$$

3- إعداد جدول استهلاك القرض

الفترة i	V_{i-1}	I_i	C_i	D_i	V_i
1	232050	23205	50000	73205	182050
2	182050	18205	55000	73205	127050
3	127050	12705	60500	73205	66550
4	66550	6655	66550	73205	0
TOTAL		60770	232050	292820	المجموع

4 – تطبيقات حول استهلاك القروض العادي:

التطبيق الأول:

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد في مدة 5 سنوات بواسطة فوائد سنوية قدمت لك المعلومات التالية: $D_5 = 1226250$ ، $D_2 = 101250$

المطلوب: – أحسب ما يلي: أصل القرض . معدل الفائدة المطبق

– قدم جدول استهلاك القرض

التطبيق الثاني:

قدمت لك المعلومات التالية عن قرض عادي يسدد بفوائد سنوية :

$$V_0 = 900000 \text{ ، } \sum I = 432000 \text{ ، } D_1 = 72000$$

المطلوب: – أحسب مدة القرض، أحسب معدل الفائدة المطبق، قدم جدول استهلاك القرض.

التطبيق الثالث:

من جدول استهلاك قرض حادي يسدد باستهلاك ثابت قدمت لك:

$$\sum D = 2275000 \text{ ، } C_1 = 250000 \text{ ، } t = 7.5\%$$

المطلوب: – أحسب عدد الأقساط، أصل القرض.

– قدم جدول استهلاك القرض.

التطبيق الرابع:

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد باستهلاك ثابت قدمت لك:

$$C = 120000 \text{ ، } I_1 + I_3 = 43200 \text{ ، } t = 6\ \%$$

المطلوب: – أحسب أصل القرض ، عدد الأقساط.

- قدم جدول استهلاك القرض.

التطبيق الخامس:

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد باستهلاك ثابت قدمت لك:

$V_3 = 5600000$ ، $\sum I = 1760000$ ، n = 10

المطلوب: - أحسب على الترتيب: الاستهلاك، الفائدة الأخيرة، الفائدة الأولى، معدل الفائدة، أصل القرض.

- قدم الأسطر 1 ، 6 ، 10 من جدول الاستهلاك.

التطبيق السادس:

قرض عادي يسدد بواسطة دفعات سنوية ثابتة، أثبت أن:

$$1+t = \frac{C_i + C_{i-1}}{C_{i-1} + C_{i-2}} \text{ ، } t = \frac{C_i - C_{i-2}}{C_{i-1} + C_{i-2}} \text{ ، } D = C_i (1+t)^{n-(i-1)}$$

التطبيق السابع:

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة 7 دفعات سنوية ثابتة قدمت لك:

$I_5 = 28729.8$ ، $I_6 = 19705.6$ ، $I_7 = 10139.7$.

المطلوب: أحسب ما يلي: معدل الفائدة، الاستهلاك الأخير والأول، الدفعة الثابتة، أصل القرض.

5 - الحـــلول

حل التطبيق الأول:

1 - حساب أصل القرض:

$D_2 = 101250$ وهي نفسها الفائدة السنوية المدفوعة

$D_5 = 1226250$ ، بما أنها الدفعة الأخيرة ستتضمن أصل القرض والفائدة السنوية، ومنه نجد: $V_0 = 1226250 - 101250 = 1125000$

2- حساب معدل الفائدة المطبق:

$$I = V_0 \times t \Leftrightarrow 101250 = 1125000 \times t$$

$$\Rightarrow t = \frac{101250}{1125000} = 0.09 \Rightarrow t = 09\%$$

3- إعداد جدول استهلاك القرض:

i	V_{i-1}	I_i	C_i	D_i	V_i
1	1125000	101250	0	101250	1125000
2	1125000	101250	0	101250	1125000
3	1125000	101250	0	101250	1125000
4	1125000	101250	0	101250	1125000
5	1125000	101250	1125000	1226250	0

حل التطبيق الثاني:

1 - حساب مدة القرض

$D_1 = 72000$ وهي تمثل الفائدة السنوية المدفوعة

$$\sum I = n \times I \Rightarrow 432000 = \mathrm{n} \times 72000$$

$$\Rightarrow n = \frac{432000}{72000} = 6$$

2 - حساب معدل الفائدة المطبق:

$$I = V_0 \times t \Rightarrow 72000 = 900000 \times t$$

$$\Rightarrow t = \frac{72000}{900000} = 0.08 \cdot \cdot t = 8\%$$

3 - إعداد جدول استهلاك القرض:

i	V_{i-1}	I_i	C_i	D_i	V_i
1	900000	72000	0	72000	900000
2	900000	72000	0	72000	900000
3	900000	72000	0	72000	900000
4	900000	72000	0	72000	900000
5	900000	72000	0	72000	900000
6	900000	72000	900000	972000	0

حل التطبيق الثالث:

1- حساب عدد الأقساط

لدينا:

$$\sum I = 0.5n \times I_n (1+n) \quad \sum D = \sum C + \sum I \quad \sum C = nC_1$$

نعلم أن:
$$I_n = C.t \Rightarrow I_n = 0.075 \times 250000 = 18750$$

وبالتعويض في صيغة مجموع الدفعات نجد:

$$2275000 = 250000n + \frac{18750}{2} n(n+1)$$

وبتبسيط العلاقة نجد:

$$2275000 = 250000n + 9375n + 9375n^2$$
$$\Rightarrow 9375n^2 + 259375n - 2275000 = 0$$

بقسمة الطرفين على 3125 نجد:

$$3n^2 + 83n - 728 = 0$$
$$\Delta = 83^2 + 4 \times 3 \times 728 = 15625 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 125$$

$$n_1 = \frac{-83-125}{6} = -33.5$$ مرفوض

$$n_2 = \frac{-83+125}{6} = 7$$ مقبول

2 – حساب أصل القرض

$$V_0 = nC \Rightarrow V_0 = 250000 \times 7 = 1750000$$

3 – إعداد جدول استهلاك القرض:

i	V_{i-1}	I_i	C_i	D_i	V_i
1	1750000	131250	250000	381250	1500000
2	1500000	112500	250000	362500	1250000
3	1250000	93750	250000	343750	1000000
4	1000000	75000	250000	325000	750000
5	750000	56250	250000	306250	500000
6	500000	37500	250000	287500	250000
7	250000	18750	250000	268750	0

حل التطبيق الرابع:

1- حساب أصل القرض

نعلم أن الفوائد تمثل حدود لمتتالية حسابية، وبالتالي تنطبق عليها خاصية الوسط الحسابي،

أي أن: $I_1 + I_3 = 2I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{43200}{2} = 21600$

وحيث أن: $I_n = C \times t \Rightarrow I_n = 0.06 \times 120000 = 7200$

بما أن: $I_2 = I_1 - I_n \Rightarrow 21600 = I_1 - 7200 \Rightarrow I_1 = 28800$

وبالرجوع إلى القاعدة الأساسية لحساب الفائدة الأولى:

$$I_1 = V_0 \times t \Rightarrow 28800 = 0.06 \times V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{28800}{0.06} = 480000$$

2 – حساب عدد الأقساط:

$$I_1 = nI_n \Rightarrow 28800 = 7200n \Rightarrow n = \frac{28800}{7200} = 4$$

3 – إعداد جدول استهلاك القرض:

i	V_{i-1}	I_i	C_i	D_i	V_i
1	480000	28800	120000	148800	360000
2	360000	21600	120000	141600	240000
3	240000	14400	120000	134400	120000
4	120000	7200	120000	127200	0

حل التطبيق الخامس:

1 – حساب الاستهلاك

$$V_3 = V_0 - 3 \times \mathrm{C} \Leftrightarrow V_3 = n.C - 3.C$$

$$\Rightarrow 5600000 = 10C - 3C \Rightarrow C = \frac{5600000}{7} = 800000$$

2 – حساب الفائدة الأخيرة:

$$\sum I = \frac{n}{2}(n+1).I_n \Rightarrow 1760000 = \frac{10}{2}(10+1).I_n$$

$$\Rightarrow I_n = \frac{1760000}{55} = 32000$$

3 – حساب الفائدة الأولى:

$$I_1 = nI_n \Rightarrow I_1 = 32000 \times 10 = 320000$$

4 – حساب معدل الفائدة:

$$I_n = C.t \Rightarrow 32000 = 800000 \times t$$

$$\Rightarrow t = \frac{32000}{800000} = 0.04 \Rightarrow t = 04\%$$

5 – حساب أصل القرض:

$$I_1 = V_0 \times t \Rightarrow 320000 = 0.04 \times V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{320000}{0.04} = 8000000$$

6 – إعداد الأسطر 1 ، 6 ، 10 من جدول الاستهلاك:

i	V_{i-1}	I_i	C_i	D_i	V_i
1	8000000	320000	800000	1120000	7200000
6	4000000	160000	800000	960000	3200000
10	800000	32000	800000	832000	0

حل التطبيق السادس:

1 – برهنة صحة العلاقة:

$$1 + t = \frac{C_i + C_{i-1}}{C_{i-1} + C_{i-2}}$$

$$\frac{C_i + C_{i-1}}{C_{i-1} + C_{i-2}} = \frac{C_{i-2}(1+t)^2 + C_{i-2}(1+t)}{C_{i-2}(1+t) + C_{i-2}}$$
$$= \frac{C_{i-2}(1+t)((1+t)+1)}{C_{i-2}((1+t)+1)} = 1+t$$

2 – برهنة صحة العلاقة:

$$t = \frac{C_i - C_{i-2}}{C_{i-1} + C_{i-2}}$$

$$\frac{C_i - C_{i-2}}{C_{i-1} + C_{i-2}} = \frac{C_{i-2}(1+t)^2 - C_{i-2}}{C_{i-2}(1+t) + C_{i-2}}$$
$$= \frac{C_{i-2}((1+t)^2 - 1)}{C_{i-2}((1+t)+1)} = \frac{[(1+t)-1][(1+t)+1]}{[(1+t)+1]}$$
$$= 1 + t - 1 = t$$

3 – برهنة صحة العلاقة:

$$D = C_i(1+t)^{n-(i-1)}$$

نعلم أن:

$$V_0 = C_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$V_0 = D\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$
$$V_0 = V_0 \Leftrightarrow D\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = C_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow D = C_1 \frac{(1+t)^n - 1}{1-(1+t)^{-n}} = C_1 \frac{(1+t)^n - 1}{\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t)^n}} = C_1(1+t)^n$$

نعلم أن:

$$C_i = C_1(1+t)^{i-1} \Rightarrow C_1 = C_i(1+t)^{-(i-1)}$$

بالتعويض عن قيمة C_1 في العلاقة الحسابية لـ D نجد:

$$D = C_1(1+t)^n \Leftrightarrow D = C_i(1+t)^{-(i-1)}(1+t)^n$$
$$\Rightarrow D = C_i(1+t)^{n-(i-1)}$$

المحور الثالث:

التقييم المالي للمقترحات الاستثمارية

أولا: تقديم عام حول المشاريع الاستثمارية

1 – تمهيد:

تعتبر قرارات الاستثمار من أهم الوظائف التي تقوم عليها الإدارة المالية للمؤسسات، والاعتبار الجوهري المرتبط بذلك يعود إلى عدة اعتبارات موضوعية نلخص أهمها فيما يلي:

- ضخامة حجم التمويل اللازم لتنفيذ المشاريع الاستثمارية.
- تؤثر بشكل كبير في بقاء المؤسسة، نموها وحجم المخاطر المرتبطة بنشاطها.
- صعوبة التراجع عنها لعد بدأ تنفيذها.

2–تعريف المشاريع الاستثمارية وأنواعها:

2 – 1 تعريف المشروع الاستثماري: يكمن تعريف المشروع الاستثماري على أنه إنفاق حالي ينتظر منه عوائد أكبر في المستقبل، ويعتبر كإنفاق رأسمالي بما أن الفاصل الزمني بين العائد والإنفاق يمتد لأكثر من سنة.

2 – 2 تصنيف المشاريع الاستثمارية: تصف المشاريع الاستثمارية حسب اعتبارات ومعايير عدة لعل أهمها:

2 – 2 – 1 تصنيف المشاريع الاستثمارية حسب معيار الهدف: حسب هذا المعيار، تصنف المشاريع الاستثمارية إلى:

- **مشاريع التوسع:**والتي بموجبها يتم اقتناء استثمارات إضافية من أجل ترفيع الطاقة الإنتاجية للمنتجات الحالية، أو إنتاج منتج جديد.
- **مشاريع الإحلال:** وتتمثل في شراء أصول تحل محل أصول أخرى أهتلكت، أو تقادمت، وذلك بهدف المحافظة على الطاقة الإنتاجية الحالية، أو تخفيض تكاليف الإنتاج .
- **مشاريع التطوير:** وتتمثل في الإنفاق الاستثماري المرتبط بإنتاج منتج جديد، أو تحسين وتحديث المنتجات القديمة.
- **مشاريع الإحلال التوسعي:** ويمثل ذلك الإنفاق الرأسمالي المرتبط بشراء أصول ثابتة تحل محل الأخرى المتقادمة والمهلكة بعرض زيادة الطاقة الإنتاجية، و التقليل من تكاليف الإنتاج.

- **مشاريع الإحلال التحديثي:** ويمثل ذلك الإنفاق الرأسمالي المرتبط بشراء أصول ثابتة تحل محل الأخرى المتقادمة والمهلكة، بغرض تحسين وتحديث المنتجات القديمة.
- مشاريع الإحلال التوسعي المطور: ويمثل ذلك الإنفاق الرأسمالي المرتبط بشراء أصول ثابتة تحل محل الأخرى المتقادمة والمهلكة، بغرض زيادة الطاقة الإنتاجية، وتحسين مخرجات عملية الإنتاج، والتقليل في تكاليف التشغيل.

2 – 2 – 2 تصنيف المشاريع حسب علاقتها: حسب هذا المعيار، يمكن تصنيف المشاريع الاستثمارية إلى:

- **المشاريع الاستثمارية المتعارضة:** نعني بالمشاريع الاستثمارية المتعارضة، تلك المقترحات التي يحيل تنفيذ أحدها إمكانية تنفيذ مقترح آخر غيره، لذا على الإدارة المالية للمؤسسة أخذ تلك المشاريع في ميزان المقارنة بينها، ليرس القرار على أحدها.
- **المشاريع الاستثمارية المكملة:** وهي تلك المشاريع الاستثمارية التي يؤثر تنفيذ أولها على باقيها تأثيرا ايجابيا، أين يضع المشروع الاستثماري المقرر تنفيذه، مشروعا آخر كفرصة استثمار سانحة.
- **المشاريع الاستثمارية البديلة:** وهي تلك المشاريع الاستثمارية التي تتأثر سلبيا غيما بينها من حيث مخطط التنفيذ، حيث إذا استقر القرار على مشروع منها، استبعد بشكل كبير تنفيذ باقي المشاريع الاستثمارية البديلة له.

3- مراحل اتخاذ القرار الاستثماري: يمر اتخاذ القرار الاستثماري بجملة من الخطوات الإجرائية نلخصها فيما يلي:

3 – 1 تحديد وحصر المقترحات: ترتبط هذه الخطوة بممارسات الإدارة في فعاليات التخطيط الهادف، وقد ترد المقترحات الاستثمارية من مختلف المستويات الإدارية بالمؤسسة بما يحقق تعظيم ثروة الملاك، وتتعلق هذه المقترحات بزيادة الإنتاج، أو تخفيض التكاليف.

3 – 2 اختيار معيار التقييم: في هذه الخطوة يتم تحديد المعيار الذي على أساسه تتم عملية المقارنة والمفاضلة والترتيب لمختلف المقترحات الاستثمارية حيز القرار.

3 – 3 التنفيذ: وهي آخر مرحلة من مراحل اتخاذ القرار الاستثماري، وتبدأ بإعداد الموازنة الرأسمالية للمشروع حتى يتسنى من خلالها ضبط ومراقبة ومراجعة التنفيذ.

ثانيا: طرق التقييم المالي للمشاريع الاستثمارية

1- تمهيد:

يعد اختيار طريقة التقييم المالي للمقترحات الاستثمارية من أهم الخطوات المفصلية الهامة في اختيار المشاريع، وهو ما يستلزم اتسامها بجملة من الخصائص والشروط حتى تؤدي الغرض المرجو منها، وتتلخص هذه الشروط فيما يلي:

- أن يكون المعيار منسجما مع هدف المؤسسة ويساعد على تحقيقه.
- أن يتسم بالموضوعية والعملية في جميع حالات المفاضلة بين المقترحات.
- أن يكون متناسقا مع مبدأ القيمة المضافة.
- أن يكون قادرا على التمييز بين المشاريع المقبولة والمرفوضة.
- أن يكون قادرا على ترتيب المشاريع المقترحة حسب أفضليتها.
- أن يكون قادرا على حل مشكلة الاختيار بين المشاريع المستقلة والمتعارضة والبديلة.

2 - طرق التقييم المالي للمشاريع الاستثمارية:

تختلف طرق التقييم المالي للمشاريع الاستثمارية وتتعدد بما يتناسب مع تحقيق الهدف المنتظر من متخذ القرار، ولعل ظرف اتخاذ القرار يعتبر بمثابة جوهر التصنيف لها، حيث وفي ظل ظروف التأكد التام، يمكن لمتخذ القرار اختيار احد الطرق التالية:

2 – 1 الطرق التي لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود:

حسب هذه الطرق يتجاهل عامل توقيت حدوث التدفقات النقدية الداخلة منها والخارجة المصاحبة للمشروع الاستثماري، فهي مبنية على أساس تساوي الوحدة النقدية خلال جميع فترات عمره الافتراضي.

ومن أهم هذه الطرق نجد:

2 – 1 – 1 طريقة فترة الاسترداد: تعرف فترة الاسترداد على أنها تلك المدة اللازمة لتعويض المشروع عن تكاليفه، وعلى هذا الأساس فإن متخذ القرار سيختار المشروع الذي يرتبط بأقصر مدة زمنية منها، و تعتمد طريقة فترة الاسترداد على مفهوم صافي التدفق النقدي لا الربح المحاسبي، ونميز بين حالتين لحسابها:

- **حالة تساوي صافي التدفق النقدي السنوي:** ما يمز هذه الحالة أن صافي التدفق النقدي السنوي للمشروع الاستثماري متساو خلال عمره الافتراضي، وعليه تكون الصيغة العامة لحساب فترة الاسترداد كما يلي: $DR=\frac{I_0}{CFN}$، حيث DR : فترة الاسترداد، I_0 : التكلفة المبدئية للاستثمار، CFN : صافي التدفق النقدي السنوي.

- **حالة عدم تساوي صافي التدفق النقدي السنوي:** في هذه الحالة، يتم حصر قيمة التكلفة المبدئية للاستثمار بين صافي التدفق النقدي السنوي المتراكم غير الكافي لتغطيتها، والآخر الفائض عنها لإيجاد المدة الزمنية الباقية للتغطية مع اعتبار أن التدفق النقدي السنوي للسنة الأخيرة منتظم عبر الوحدات الزمنية الأقل (الأشهر والأيام)، وتحسب فترة الاسترداد في هذه الحالة كما يلي: $DR=T_0+\frac{I_0-\sum_{1}^{T_0}CFN}{CFN(T_1)}$، حيث: $\sum_{1}^{T_0}CFN$ صافي التدفق النقدي المتراكم غير الكافي لتغطية الاستثمار المبدئي، T_0: المدة الزمنية المقابلة لصافي التدفق النقدي المتراكم غير الكافي لتغطية الاستثمار المبدئي، $CFN(T_1)$: صافي التدفق النقدي السنوي للسنة الموالية لـ T_0.

مثال: إليك فيما يلي معلومات حول ثلاث اقتراحات استثمارية مستقلة:

البيان	المشروع الأول	المشروع الثاني
التكلفة المبدئية للاستثمار	500000	500000
صافي التدفق النقدي السنوي للسنة 1	128000	80000
صافي التدفق النقدي السنوي للسنة 2	128000	125000
صافي التدفق النقدي السنوي للسنة 3	128000	175000
صافي التدفق النقدي السنوي للسنة 4	128000	200000
صافي التدفق النقدي السنوي للسنة 5	128000	100000

أما المشروع الثالث فبلغت تكلفته المبدئية 600000، عمره الافتراضي 6 سنوات، يهتلك خطيا، ويحقق ربحا سنويا إجماليا بقيمة 62500 .

إذا علمت أن معدل الضريبة على الربح 20 %

المطلوب: - أحسب صافي التدفق النقدي السنوي للمشروع الثالث.

– رتب المقترحات الاستثمارية حسب معيار فترة الاسترداد.

الحل:

– حساب صافي التدفق النقدي السنوي للمروع الثالث

البيان	المبلغ
النتيجة الإجمالية	62500
الضريبة على الربح	(12500)
النتيجة الصافية	50000
قسط الاهتلاك السنوي	100000
صافي التدفق النقدي السنوي	150000

– حساب فترة الاسترداد لكل مشروع استثماري

$$DR_1 = \frac{500000}{128000} = 3.90625 \qquad DR_3 = \frac{600000}{150000} = 4$$

– حساب صافي التدفق النقدي المتراكم للمشروع الثاني

السنوات i	1	2	3	4	5
$CFN(T_i)$	80000	125000	175000	200000	100000
$\sum_1^i CFN(T_i)$	80000	205000	380000	580000	680000

من خلال الجدول أعلاه نجد T_0 هي السنة الثالثة، وعليه يمكن حساب فترة الاسترداد للمشروع الثاني كما يلي:

$$DR_2 = 3 + \frac{500000 - 380000}{200000} = 3.60$$

ترتيب المقترحات الاستثمارية وفق معيار فترة الاسترداد:

المشاريع	المشروع الأول	المشروع الثاني	المشروع الثالث
فترة الاسترداد	3.90625 سنوات	3.60 سنوات	04 سنوات
الترتيب	02	01	03

2 – 1 – 2 طريقة معدل العائد المحاسبي: يعتمد هذا المعيار على العائد المحاسبي (نتيجة صافية) بدل صافي التدفق النقدي السنوي، أين تؤخذ مجموع العوائد المتوقعة المقابلة

للعمر الافتراضي للمقترح الاستثماري كأساس لحساب متوسط العائد المحاسبي السنوي، وبناءا عليه يحسب معدل العائد بالصيغة الحسابية التالية: $TRC = \frac{RCM}{I_0}$ حيث:

TRC معدل العائد المحاسبي، RCM متوسط العائد المحاسبي، I_0 التكلفة المبدئية للاستثمار.

مثال:

مشروع استثماري تكلفته المبدئية 250000 دج يهتلك خطيا لمدة 05 سنوات، وعن وضعية استغلاله طيلة عمره الانتاجي قدمت لك المعلومات التالية:

البيان	السنة 1	السنة 2	السنة 3	السنة 4	السنة 5
رقم الأعمال CA	150000	175000	180000	180000	200000
إجمالي التكاليف المتغيرة CV	60000	70000	72000	81000	90000
تكاليف ثابتة بخلاف الاهتلاك	5000	5000	5000	7500	7500
معدل الضريبة على الربح	%20	%20	%20	%20	%20

المطلوب: - أحسب صافي العائد المحاسبي السنوي.

- أحسب معدل العائد المحاسبي. ومتى يتم قبول المشروع الاستثماري

الحل:

- حساب صافي العائد المحاسبي السنوي:

البيان	السنة 1	السنة 2	السنة 3	السنة 4	السنة 5
رقم الأعمال CA	150000	175000	180000	180000	200000
إجمالي التكاليف المتغيرة CV	60000	70000	72000	81000	90000
الهامش الإجمالي E/MG	90000	105000	108000	99000	110000
تكاليف ثابتة CF	55000	55000	55000	57500	57500
النتيجة الإجمالية RG	35000	50000	53000	41500	52500
الضريبة على الربح T= %20	7000	10000	10600	8300	10500
النتيجة الصافية RN	28000	40000	42400	33200	42000

- حساب معدل العائد المحاسبي

قبل حساب معدل العائد المحاسبي يجب حساب متوسط العائد المحاسبي حيث:

$$RCM = \frac{\sum_{i=1}^{N} RC_i}{N}$$

$$RCM = \frac{28000 + 40000 + 42400 + 33200 + 42000}{5} = 37120$$

وعليه يكون معدل العائد المحاسبي كما يلي:

$$TRC = \frac{RCM}{I_0} = \frac{37120}{250000} = 0,14848 \Rightarrow \text{TRC} = 14.848\%$$

يقبل هذا المشروع الاستثماري إذا معدل العائد المحسوب له أكبر من الحد الأدنى للعائد الذي وضعته إدارة المؤسسة.

2 – 1 – 3 طريقة معدل العائد (GITMAN): جاءت هذه الطريقة لتعدل طريقة متوسط العائد السالف ذكرها، حيث تهتم بمتوسط التدفق النقدي كبديل عن متوسط العائد، وعليه يكون التعديل فيما سبق بإضافة قسط الاهتلاك للنتيجة الصافية بما أنه قيد محاسبي لا يترتب عليه أي تدفق نقدي خارج.

وعلى هذا الأساس تصبح الصيغة الحسابية لمعدل العائد حسب جيتمان كما يلي:

$TR = \frac{ACFN}{I_0}$ حيث: TR معدل العائد، I_0 التكلفة المبدئية للاستثمار، $ACFN$ متوسط صافي التدفق النقدي السنوي.

مثال:

من خلال بيانات المثال السابق أحسب معدل العائد.

الحل:

–حساب صافي التدفق النقدي السنوي

البيان	السنة 1	السنة 2	السنة 3	السنة 4	السنة 5
النتيجة الصافية RN	28000	40000	42400	33200	42000
الاهتلاك AM	50000	50000	50000	50000	50000
صافي التدفق النقدي CFN	78000	90000	92400	83200	92000

- حساب متوسط صافي التدفق النقدي السنوي:

$$AFCN=\frac{\sum_{i=1}^{N}CFN_i}{N}=\frac{78000+90000+92400+83200+92000}{5}=87120$$

- حساب معدل العائد:

$$TR=\frac{ACFN}{I_0}=\frac{87120}{250000}=0.34848\Rightarrow TR=34.848\%$$

2 – 1 – 4 طريقة معدل مردودية راس المال: يعتمد هذا المعيار على حساب مردودية كل وحدة نقدة من رأس المال المستثمر في المشروع الاستثماري، وهذا من خلال النسبة بين مجموع صافي التدفقات النقدية السنوية المتولدة عن المقترح الاستثماري، وتكلفته المبدئية، حيث يحسب معدل مردويدية رأس المال بالعلاقة التالية: $r=\frac{\sum_{i=1}^{N}CFN_i}{I_0}$

مثال:

من خلال المثال السابق أحسب معدل مردودية رأس المال.

الحـــل:

حساب معدل مردودية رأس المال:

$$r=\frac{78000+90000+92400+83200+92000}{250000}=1.7424$$

وهذا ما يعني أن كل 01 وحدة نقدية من رأس المال المستثمر تحقق عائدا قدره 1.7424 وحدة نقدية.

2 – 2 الطرق التي تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود:

حسب هذه الطرق يؤخذ بعين الاعتبار عامل توقيت حدوث التدفقات النقدية الداخلة منها والخارجة المصاحبة للمشروع الاستثماري، فهي مبنية على أساس اختلاف الوحدة النقدية خلال جميع فترات عمره الافتراضي.

ومن أهم هذه الطرق نجد:

2 – 2 – 1 طريقة صافي القيمة الحالية:

تقوم هذه الطريقة على إيجاد القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة منها أو الخارجة طيلة عمر المقترح الاستثماري وفقا لتاريخ حدوثها، أخذا بعين الاعتبار معدل الاستحداث الذي يمثل معدل العائد المطلوب، ويمكن حساب صافي القيمة الحالية في حالة عدم تساوي صافي التدفقات النقدية السنوية للمشروع بالصيغة التالية:

$$VAN = -I_0 + \sum_{i=1}^{N} CFN_i (1+k)^{-i} + VF(1+k)^{-N}$$

حيث:

- I_0: التكلفة المبدئية للاستثمار التي تمثل التدفق النقدي في بداية العمر الإنتاجي للمقترح الاستثماري وهي تدفق نقدي خارج لذا دخلت على الصيغة الحسابية لصافي القيمة الحالية بإشارة سالبة.
- CFN_i : صافي التدفق النقدي السنوي المقابل للسنة i (صافي التدفق النقدي السنوي أثناء العمر الافتراضي للمقترح الاستثماري) .
- k : معدل العائد المطلوب (معدل الاستحداث أو الخصم المطبق).
- VF : القيمة المتبقية من الاستثمار نهاية العمر الافتراضي (قيمة الخردة)، وتمثل التدفق النقدي نهاية العمر الإنتاجي للمقترح الاستثماري.

أما في حالة تساوي صافي التدفقات النقدية السنوية للمشروع طيلة مدة عمره الإنتاجي، تحسب صافي القيمة الحالية وفق الصيغة الحسابية التالية:

$$VAN = -I_0 + CAF\,\frac{1-(1+k)^{-N}}{k} + VF(1+k)^{-N}$$

وقاعدة التقييم حسب معيار صافي القيمة الحالية، تنص على أن المشاريع الاستثمارية تقبل إذا كان $VAN \geq 0$ ، وترفض فيما عدا ذلك في حالة المقترحات الاستثمارية الوحيدة أو المستقلة. أما في حالة المقترحات الاستثمارية المتعارضة أو البديلة سيستقر الاختيار على ذلك الاقتراح الذي يحقق أكبر قيمة لصافي القيمة الحالية.

مثـــــال 1:

يكلـف مشـروع اسـتثماري تكلفـة مبدئيـة بقيمـة 100000 دج ، عمـره الإنتـاجي 04 سنوات، يهتلك خطيا، والقيمة السوقية له في نهاية العمر الإنتاجي 20000 دج، إذا علمت أن معدل الاستحداث 10 % ، وأن الربح الصافي السنوي المتوقع مبين في الجدول أدناه:

السنوات	01	02	03	04
الربح الصافي	15000	20000	30000	40000

المطلوب: قيم المقترح الاستثماري بطريقة صافي القيمة الحالية.

الحـــــــل:

1- حساب صافي التدفق النقدي السنوي

السنوات	01	02	03	04
الربح الصافي	15000	20000	30000	40000
الاهتلاك AM	25000	25000	25000	25000
صافي التدفق النقدي CFN_i	40000	45000	55000	65000

2- حساب القيمة الحالية للتدفقات النقدية

التدفقات / البيان	بداية المشروع	أثناء العمر الإنتاجي للمشروع				نهاية المشروع
		السنة 1	السنة 2	السنة 3	السنة 4	
التدفق النقدي CFN_i	100000-	40000	45000	55000	65000	10000
معامل الخصم $(1+k)^{-i}$	1	0.9090	0.8864	0.7513	0.6830	0.6830
$CFN_i\,(1+k)^{-i}$	**100000-**	**36360**	**37188**	**41321.5**	**44395**	**6830**

من خلال الجدول أعلاه نجد:

$$VAN = -100000 + (36360 + 37188 + 41321.5 + 44395) + 6830 = 66094{,}5$$

بما أن $VAN \geq 0$ فإننا نقبل المقترح الاستثماري حسب معيار صافي القيمة الحالية.

مثـــــال 2: إضافة إلى معطيات المثال السابق، نعتبر أن مقترحا بديلا تكلفته المبدئية 100000 دج، عمره الإنتاجي 4 سنوات يحقق تدفقات سنوية متساوية بقيمة 48000 دج، وقيمته المتبقية كخردة 15000 دج. أي المشروعين تختار المؤسسة.

الحل:

من خلال المثال السابق نجد: $VAN_1 = 66094.50$

– حساب صافي القيمة الحالية للمشروع الثاني:

$$VAN = -I_0 + CAF\,\frac{1-(1+k)^{-N}}{k} + VF(1+k)^{-N}$$

$$\Rightarrow VAN_2 = -100000 + 48000\frac{1-(1.1)^{-4}}{0.1} + 15000(1.1)^{-4} = 62398.74$$

بما أن: $VAN_1 \rangle VAN_2$ على المؤسسة اختيار المشروع الأول.

2 – 2 – 2 طريقة معدل العائد الداخلي:

يعرف معدل العائد الداخلي على أنه معدل الاستحداث الذي باستخدامه تتحقق المساواة بين القيمة الحالية لمجموع التدفقات النقدية الداخلة، مع القيمة الحالية لمجموع التدفقات النقدية الخارجة المرتبطة بالمشروع، أي أنه في حالة تساوي التدفقات النقدية السنوية الصافية تتحقق المساواة التالية:

$$I_0 = CAF\,\frac{1-(1+TRI)^{-N}}{TRI} + VF(1+TRI)^{-N}$$

أما في حالة عدم تساوي صافي التدفقات النقدية السنوية للمشروع طيلة مدة عمره الإنتاجي، فتصبح المساواة أعلاه بالصيغة التالية:

$$I_0 = \sum_{i=1}^{N} CFN_i(1+TRI)^{-i} + VF(1+TRI)^{-N}$$

حيث: TRI معدل العائد الداخلي.

وفي كلا الحالتين يتطلب حساب معدل العائد الداخلي التجربة الحسابية بفرض معدلين يحققان العلاقة التالية: $T_2 \langle TRI \langle T_1$ وهو ما يقابل $VAN_1 \langle 0 \langle VAN_2$

وباستخدام العلاقات أدناه يمكن إيجاد ما يلي:

$$\begin{array}{l} T_2 \to VAN_2 \\ T_1 \to VAN_1 \\ \hline \Delta T \to \Delta VAN \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} TRI \to 0 \\ T_1 \to VAN_1 \\ \hline \Delta TRI \to -VAN_1 \end{array}$$

من العلاقتين أعلاه نجد:

$$\Delta TRI \rightarrow VAN_1$$
$$\Delta T \rightarrow \Delta VAN$$

$$\Rightarrow \Delta TRI = \frac{\Delta T \times VAN_1}{\Delta VAN}$$

من خلال العلاقة الأخيرة نجد: $TRI = T_1 + \Delta TRI$

وقاعدة الاختيار على أساس معدل العائد الداخلي تنص على أن المشروع الاستثماري يقبل إذا كان معدل العائد الداخلي المرتبط به أكبر من معدل العائد المطلوب في حالة المشروع الاستثماري الوحيد أو حالة المشاريع الاستثمارية المستقلة.

أما في حالات المشاريع البديلة أو المتعارضة، فيختار ذلك المشروع الاستثماري المرتبط بأكبر معدل عائد داخلي من بين المقترحات التي تحقق عائدا أكبر من العائد الأدنى المطلوب.

مثـــــــال:

التكلفة المبدئية لمشروع استثماري 50000 دج يحقق صافي تدفق نقدي سنوي بقيمة 22500 دج لمدة ثلاث سنوات.

المطلوب: - أحسب صافي القيمة الحالية على أساس معدل استحداث 10%، 18%.

- أحسب معدل العائد الداخلي للمشروع.
- بما تنصح إدارة المؤسسة تجاه المشروع إذا كان معدل العائد الأدنى المطلوب على هذا المشروع 12.50%.

الـــــحل:

1- حساب صافي القيمة الحالية حيث $K = 10\%$

$$VAN_1 = -50000 + 22500\frac{1-(1.1)^{-3}}{0.1} = 5954.17$$

2- حساب صافي القيمة الحالية حيث $K = 18\%$

$$VAN_1 = -50000 + 22500\frac{1-(1.18)^{-3}}{0.18} = -1078.86$$

3- حساب معدل العائد الداخلي:

$$\begin{array}{l} 10\% \rightarrow 5954.17 \\ 18\% \rightarrow -1078.86 \\ \hline -8\% \rightarrow 7033{,}03 \end{array} \qquad \begin{array}{l} TRI \rightarrow 0 \\ 18\% \rightarrow -1078.86 \\ \hline \Delta TRI \rightarrow 1078.86_1 \end{array}$$

من العلاقتين أعلاه نجد:

$$\begin{array}{l} \Delta TRI \rightarrow 1078.86 \\ -8\% \rightarrow 7033.03 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow \Delta TRI = \frac{-8\% \times 1078.86}{7033.03} = -1.2272\%$$

ومنه نجد: $TRI = 18\% - 1.2272\% = 16.7728\%$

4- نصيحة لإدارة المؤسسة: تبني المشروع الاستثماري بما أن معدل العائد الداخلي المرتبط به يفوق معدل العائد الأدنى المطلوب ($\mathrm{TRI} \geq 12.5\%$).

2 – 2 – 3 طريقة دليل الربحية (مؤشر الربحية):

يعرف دليل الربحية على أنه معدل مردودية الأموال المستثمرة من القيمة الحالية لمجموع صافي التدفقات النقدية السنوية للمشروع الاستثماري، فهو بذلك يقيس فعالية الأموال المستثمرة في المشروع، ويمكن قياسه بالصيغة التالية:

- في حالة تساوي صافي التدفقات النقدية السنوية:

$$IP = \frac{CFN\,\dfrac{1-(1+K)^{-N}}{K} + VF(1+K)^{-N}}{I_0}$$

- في حالة عدم تساوي صافي التدفقات النقدية السنوية:

$$IP = \frac{\sum_{i=1}^{N} CFN_i (1+k)^{-i} + VF(1+k)^{-N}}{I_0}$$

وقاعدة القرار عند المفاضلة بين المقترحات الاستثمارية حسب معيار دليل الربحية هي أن تقبل تلك المشاريع الاستثمارية التي يفوق دليل الربحية المرتبط بها الواحد الصحيح ($IP \rangle 1$) إذا كانت المقترحات الاستثمارية فردية أو مستقلة، أما إذا كانت متعارضة أو بديلة

فيختار ذلك المشروع الاستثماري الذي يرتبط بأكبر دليل للربحية من بين المقترحات التي فاق دليل ربحيتها الواحد الصحيح.

مثـــــال:

من خلال معطيات المثال السابق أحسب دليل الربحية. وبما تنصح إدارة المؤسسة.

الحـــــل:

بما أن صافي التدفقات النقدية السنوية متساوية ستقوم بحساب دليل الربحية بالعلاقة التالية:

$$IP = \frac{CFN\,\frac{1-(1+K)^{-N}}{K} + VF(1+K)^{-N}}{I_0}$$

$$IP = \frac{22500\,\frac{1-(1.125)^{-3}}{0.125} + 0}{50000} = 1.0716$$

– بما أن المقترح الاستثماري مفرد ودليل ربحيته أكبر من الواحد الصحيح ننصح إدارة المؤسسة بتبني المشروع.

خاتمة:

في ختام هذه المطبوعة من محاضرات الرياضيات المالية الموجهة لطلبة السنة الثانية، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير بكل الشعب، نأمل أن نكون قد وفقنا في الإلمام الموجز للمقرر، الذي قدمناه في ثلاث محاور، كان أولها متعلق بالعمليات المالية قصيرة الأجل المتمثلة في:

- الفائدة البسيطة أين تدرجنا في كتابة الصيغة العامة لحسابها ومختلف حدودها، مشيرين للحالات الخاصة التي تطرح التعديل في كتابتها.
- الخصم ومختلف وجهات النظر التي تعلقت بجدلية حسابه، والعلاقات القائمة بينها
- تكافؤ الأوراق التجارية، والتساؤلات التي تطرحها مسألة التكافؤ ومفهوم تاريخ التسوية

أما المحور الثاني فقد تعلق بالعمليات المالية طويلة الأجل التي تلخصت في:

- الفائدة المركبة والقيمة الحالية وما تطرحه مدة التوظيف والخصم من جدلية في حسابهما.
- تكافؤ رؤوس الأموال وموقع تاريخ الاستحقاق الجديد مقارنة بتاريخ استحقاق الديون الأصلية.
- جملة مجموع الدفعات الفورية والعادية والقيمة الحالية لهما.
- استهلاك القروض العادية بمختلف صيغها التعاقدية.

وفي المحور الأخير تم التطرق إلى مدخل موجز يتعلق بالتقييم المالي للمشروعات الاستثمارية، من خلال عرض أهم الطرق المتعمدة غي ذلك، والتي قسمت إلى:

- الطرق التي لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود.
- الطرق التي تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود.

قائمة المراجع المعتمدة

الكتب باللغة العربية:

1 أحمد عبد الله قمحاوي، **مدخل كمي لإدارة الأخطار ورياضة المال والاستثمار**، مكتبة الإشعاع، القاهرة، 2002،

2 طاق عبد الباري، وعبد أبوبكر ، **تطبيقات الرياضة المالية في العلوم الإدارية**، ناشرون وموزعون، عمان، 2009،

3 عدنان كريم نجم الدين، **الرياضيات المالية**، الأكاديميون للنشر والتوزيع، عمان، 2005،

4 محمد سعيد عبد الهادي، **الإدارة المالية،** دار حامد للنشر والتوزيع، عمان، 2008.

5 منير إبراهيم هندي، **الإدارة المالية مدخل تحليلي معاصر**، المكتب العربي الحديث، الإسكندرية، ط 4، 1999،

الكتب باللغة الفرنسية:

1 HAMMI ALLAL **,mathématiques financières**,OPU,Alger,2005,

2 Jacques chrissos, et Roland Giller, **décision d'investissement**, dareios paris, 3éme édition, 2012.