التمرين الرابع:

$P_D = 110 - 2Q$

$P_S = 20 + Q$

1/ حساب سعر وكمية التوازن السوق:

لما يستعمل شرط التوازن $Q_D = Q_S$ أو مباشرة: $P_D = P_S$ سنجد بنفس النتيجة

$P_D = P_S \Leftrightarrow 110 - 2Q = 20 + Q$

$\Leftrightarrow 3Q = 90 \Rightarrow Q^* = \frac{90}{3}$

$\Rightarrow \boxed{Q^* = 30}$ الكمية التوازنية

بتعويض $Q^* = 30$ (الكمية التوازنية) في P_D و P_S:

$P_D = 110 - 2Q \Rightarrow P^* = 110 - 2.(30)$

$\Rightarrow \boxed{P^* = 50}$

ومنه $E(P^*, Q^*) = (30, 50)$

2/ حساب فائض المستهلك وفائض المنتج:

فائض المستهلك (CS):

$$CS = \int_0^{Q^*} f(Q_D)\,dQ - P^*.Q^*$$

$$= \int_0^{30} (110 - 2Q)\,dQ - P^*.Q^*$$

$$= \left[110Q - \frac{2}{2}Q^2\right]_0^{30} - 30 \times 50$$

$$= (110.30 - (30)^2 - 0) - 1500$$

$$= 3300 - 900 - 1500$$

$$\boxed{CS = 900}$$

فائض المنتج (PS):

$$PS = P^*.Q^* - \int_0^{Q^*} f(Q_S)\,dQ$$

$$= 50.30 - \int_0^{30} (20 + Q)\,dQ$$

$$= 1500 - \left[20Q + \frac{Q^2}{2}\right]_0^{30}$$

$$= 1500 - \left[(20.30 + \frac{30^2}{2}) - 0\right]$$

$$= 1500 - 600 - 450$$

$$\boxed{PS = 450}$$

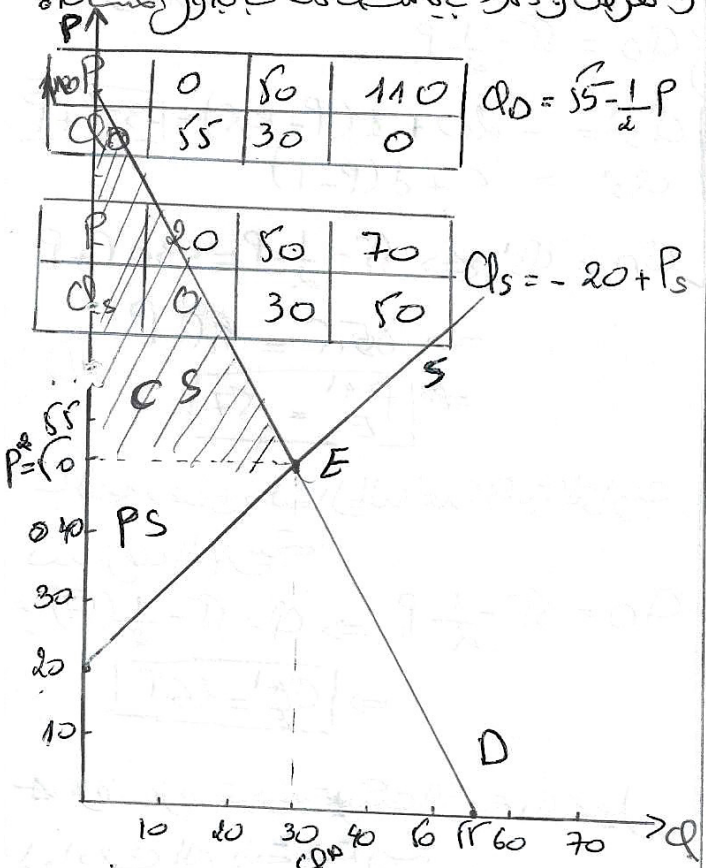
هذا ويمكنك استعمال طريقة مساحة المثلث أو تفويض برسم التمثيل البياني لمنحنى الطلب والعرض وذلك بالاستعانة بالجدول المساعد:

P	110	50	0
Q_D	0	30	55

$Q_D = 55 - \frac{1}{2}P$

P	20	50	70
Q_S	0	30	50

$Q_S = -20 + P_S$



التمثيل البياني لدالة الطلب والعرض

$CS = \frac{(110-50)(30-0)}{2} = \frac{60 \times 30}{2}$

$CS = \frac{1800}{2} \Rightarrow \boxed{CS = 900}$

$PS = \frac{(50-20)(30-0)}{2} = \frac{30 \times 30}{2}$

$PS = \frac{900}{2} \Rightarrow \boxed{PS = 450}$

3/ سعر وكمية التوازن إذا أدخلت الدولة ضريبة نوعية على المنتج قدرها 21% من سعر التوازن:

$T = 21\% . P^* \Leftrightarrow T = 21\% \times 50$

$\Rightarrow \boxed{T = 10.5}$

لدينا:

$P_D = 110 - 2Q_D \Rightarrow Q_D = 55 - \frac{1}{2}P$

$P_S = 20 + Q_S \Rightarrow Q_S = -20 + P$

عند فرض ضريبة $T = 10.5$

$$\begin{cases} Q_D = 55 - \frac{1}{2}P \\ Q_S' = -20 + 1(P - 10.5) = \boxed{-30.5 + P} \\ Q_S' = c + d(P - T) \end{cases}$$

$Q_D = Q_S' \Leftrightarrow 55 - \frac{1}{2}P = -30.5 + P$

$\Rightarrow 85.5 = 1.5P$

$\Rightarrow \boxed{P_E^{*1} = 57}$

بالتعويض في دالة الطلب نجد الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة:

$Q_D = 55 - \frac{1}{2}P \Rightarrow Q = 55 - \frac{1}{2}(57)$

$\Rightarrow \boxed{Q_E^{*1} = 26.5}$

فرض ضريبة يمكن الحكومة من تحصيل إيرادات التي تقدر بـ:

$TR_G = T \cdot Q_E^{*1} \Rightarrow TR_G = 10.5 \times 26.5$

$\boxed{TR_G = 278.25}$

4/ سعر وكمية التوازن إذا قدمت الدولة إعانة (د) بـ دج للقنطار مقدارها أ دينار للوحدة بـ:

$$\begin{cases} Q_D = 55 - \frac{1}{2}P \\ Q_S' = -20 + 1(P + 5) = \boxed{-15 + P} \\ Q_D = Q_S' \end{cases}$$

$55 - \frac{1}{2}P = -15 + P \Rightarrow 70 = 1.5P$

$\Rightarrow \boxed{P_E^{*11} = 46,66}$

نعوض في دالة الطلب نجد:

$Q_E^{*11} = 55 - \frac{1}{2}46,66$

$\Rightarrow \boxed{Q_E^{*11} = 31,67}$

5/ حساب سعر البائع وسعر المشتري:

$S = P_P - P_C \Rightarrow 5 = P_P - P_C$

$\Rightarrow P_P = 5 + P_C$

للحصول على سعر البائع والمشتري نعوض الكمية التوازنية بعد منح الإعانة في دالة الطلب ودالة العرض مباشرة على الترتيب:

$Q_E^{*11} = 31,67 = 55 - \frac{1}{2}P_C$

$\Rightarrow \boxed{P_C = 46,66}$: سعر المستهلك

السعر المستلم من طرف البائع:

$Q_E^{*11} = 31,67 = -20 + P_P$

$\Rightarrow \boxed{P_P = 51,67}$

أو من العلاقة السابقة:

$P_P = 5 + P_C = 46,66 + 5$

$= \boxed{51,66}$

حل التمرين الخامس

$P_S = Q - 4$

$P_D = 10 - Q$

1/ إيجاد سعر وكمية التوازن .

$P_S = Q - 4 \Rightarrow Q_S = 4 + P_S$

$P_D = 10 - Q \Rightarrow Q_D = 10 - P$

$Q_S = Q_D \Leftrightarrow 4 + P = 10 - P$

$\Rightarrow 2P = 6 \Rightarrow \boxed{P^* = 3}$

بتعويض $P^* = 3$ في دالة الطلب أو العرض :

$Q_S = 4 + P \Rightarrow \boxed{Q^* = 7}$

$E(P^*, Q^*) = (3, 7)$.

2/ التوازن الجديد بعد فرض الضريبة

$Q_D = 10 - P$

$Q_S' = 4 + 1(P - 1) = 3 + P$

$Q_D = Q_S \Leftrightarrow 10 - P = 3 + P$

$\Rightarrow 2P = 7 \Rightarrow \boxed{P^{*1} = 3{,}5}$

بتعويض $P^{*1} = 3{,}5$ في دالة الطلب نجد :

$Q = 10 - 3{,}5 \Rightarrow \boxed{Q^{*1} = 6{,}5}$

ومنه $E'(P^{*1}, Q^{*1}) = (3{,}5 \text{ و } 6{,}5)$

◄ السعر الذي يدفعه المستهلك :

نعوض الكمية التوازنية الجديدة بعد فرض الضريبة في دالة الطلب :

$Q_D = 10 - P = Q^{*1} = 6{,}5$

$10 - P = 6{,}5 \Rightarrow \boxed{P_c = 3{,}5}$

أو مباشرة : $P_c = P^{*1} \Rightarrow \boxed{P_c = 3{,}5}$

◄ السعر الذي يستلمه البائع :

نعوض Q^{*1} في دالة العرض الأصلية

$Q_S = Q^{*1} = 4 + P \Leftrightarrow 4 + P = 6{,}5$

$\Leftrightarrow P_P = 6{,}5 - 4 \Rightarrow \boxed{P_P = 2{,}5}$

أو من العلاقة :

$T = P_c - P_P \Rightarrow P_P = P_c - T$

$= 3{,}5 - 1 = \boxed{2{,}5}$

3/ كمية التوازن الجديدة بعد منح الإعانة :

$Q_D = 10 - P$

$Q_S'' = 4 + 1(P + 1) = 5 + P$

$Q_D = Q_S \Leftrightarrow 10 - P = 5 + P$

$\Rightarrow 2P = 5 \Rightarrow \boxed{P^{*11} = 2{,}5}$

نعوض $P^{*11} = 2{,}5$ في دالة الطلب نجد :

$Q = 10 - P \Rightarrow Q^{*11} = 10 - 2{,}5$

$\Rightarrow \boxed{Q^{*11} = 7{,}5}$

$E''(P^{*11}, Q^{*11}) = (2{,}5, 7{,}5)$

◄ السعر الذي يدفعه المستهلك :

نعوض Q^{*11} في دالة الطلب نجد P_c

$Q_D = 7{,}5 = 10 - P \Rightarrow \boxed{P_c'' = 2{,}5}$

$P_c' = P^{*11} = 2{,}5$ أو مباشرة

◄ السعر الذي يتحصل عليه أو يستلمه البائع :

نعوض $Q^{*11} = 7{,}5$ في دالة العرض الأصلية

$Q_S = 7{,}5 = 4 + P \Rightarrow \boxed{P_P = 3{,}5}$

أو من العلاقة :

$S = P_P - P_c$

$\Rightarrow P_P = S + P_c = 1 + 2{,}5$

$\Rightarrow \boxed{P_P = 3{,}5}$

◄ العلاقة العكسية التي تتحصل عليها الحكومة .

$TC_G = S \times Q^{*11}$

$= 1 \times 7{,}5$

$\boxed{TC_G = 7{,}5}$