

## TD- 02 : Méthode des Eléments finis

(Calcul matriciel en problème tridimensionnel)

### Exercice :

Soit un élément fini « point A » localisé sur une éprouvette de sol de forme cubique et de volume =  $a \cdot a \cdot a$  soumise à des contraintes principales «  $\sigma_{xx} = F_{xx}/S$  » ; «  $\sigma_{yy} = F_{yy}/S$  » et «  $\sigma_{zz} = F_{zz}/S$  ». Ces contraintes sont respectivement liées aux déformations «  $\epsilon_{xx}$  », «  $\epsilon_{yy}$  » et «  $\epsilon_{zz}$  » par le module d'élasticité (module d'Young) «  $E = 200 \text{ N/mm}^2$  » et le coefficient de Poisson «  $\nu = 0.35$  ». En se basant sur la **loi de Hooke**, l'équation matricielle de cet élément peut donc s'écrire comme suit :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}$$

1- Représenter sur un cube, les vecteurs de contraintes normales sur les trois facettes de l'éprouvette du sol étudié ?

2- Calculer les déformations «  $\epsilon_{xz}$ ,  $\epsilon_{yz}$  et  $\epsilon_{xy}$  » obtenues suite à l'application des contraintes tangentielles «  $\sigma_{xz} = 0.5\sigma_{yz} \text{ MPa}$  », «  $\sigma_{yz} = 0.5\sigma_{xy} \text{ MPa}$  » et «  $\sigma_{xy} = 4 \text{ MPa}$  », respectivement ? (précision demandée est de  $10^{-4}$ ).

3- Déterminer la déformation suivant l'axe des abscisses engendrée par la contrainte principale majeure «  $\sigma_{xx}$  » sachant que «  $\sigma_{xx} = 1,35 \text{ MPa}$  » et «  $\sigma_{yy} = -\sigma_{zz}$  »? (précision demandée est de  $10^{-4}$ ).

5- Trouver les déformations «  $\epsilon_{yy}$  et  $\epsilon_{zz}$  » en fonction de  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{zz}$ , respectivement?

4- Calculer (en kN) la force «  $F_{xx}$  », et en déduire les forces «  $F_{yy}$  » et «  $F_{zz}$  » en fonction de «  $\sigma_{yy}$ ,  $\epsilon_{yy}$  » et «  $\sigma_{zz}$ ,  $\epsilon_{zz}$  » respectivement sachant que  $a = 100 \text{ mm}$  ? (précision demandée est de  $10^{-2}$ ).