الفصل الأول: تنظيم وعرض البيانات

أولا: التوزيع التكراري للمتغير الكمي المنفصل (المنقطع)

1- التوزيع التكراري المطلق و النسبي وتمثيلهما البياني :

التوزيع التكراري المطلق : هو عبارة عن جدول يحتوي في صورته البسيطة على:

- العمود الأول يمثل مختلف القيم التي يأخذها المتغير الاحصائي المدروس مرتبة ترتيبا تصاعديا و نرمز له بـ x_i
- أما العمود الثاني تسجل فيه عدد المرات التي تكررت فيها قيم المتغير و نرمز له بـ n_i

مثال 1 : البيانات التالية تمثل عدد الاطفال في الاسرة الواحدة لعينة مكونة 85 اسرة بمدينة خميس مليانة :

عدد الاطفال x_i (قيم المتغير)	التكرارات المطلقة n_i (عدد الاسر)	التكرارات النسبية f_i	$f_{i\,\%}$
1	12	0.14	14
2	22	0.26	26
3	25	0.29	29
4	16	0.19	19
5	10	0.12	12
المجموع	85	1	100

$n_2 = 22$: هناك 22 اسرة من بين 85 عدد الاطفال بها = 2

$n_4 = 16$: هناك 16 اسرة من بين 85 عدد الاطفال بها = 4

$$n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_r = \sum_{i=1}^{i=r} n_i = n$$

التوزيع التكراري النسبي : هو عبارة عن حاصل قسمة التكرار المطلق لكل قيمة من قيم المتغير على مجموع التكرارات ونرمز له بـ f_i

$$f_i = \frac{n_i}{n} \quad \text{أو} \quad f_i = \frac{n_i}{\sum n_i}$$

أما التكرار النسبي المئوي $f_{i\,\%}$ فهو التكرار النسبي مضروبا في 100

$$f_{i\,\%} = f_i \times 100 \quad \text{أو} \quad f_{i\,\%} = \frac{n_i}{\sum n_i} \times 100$$

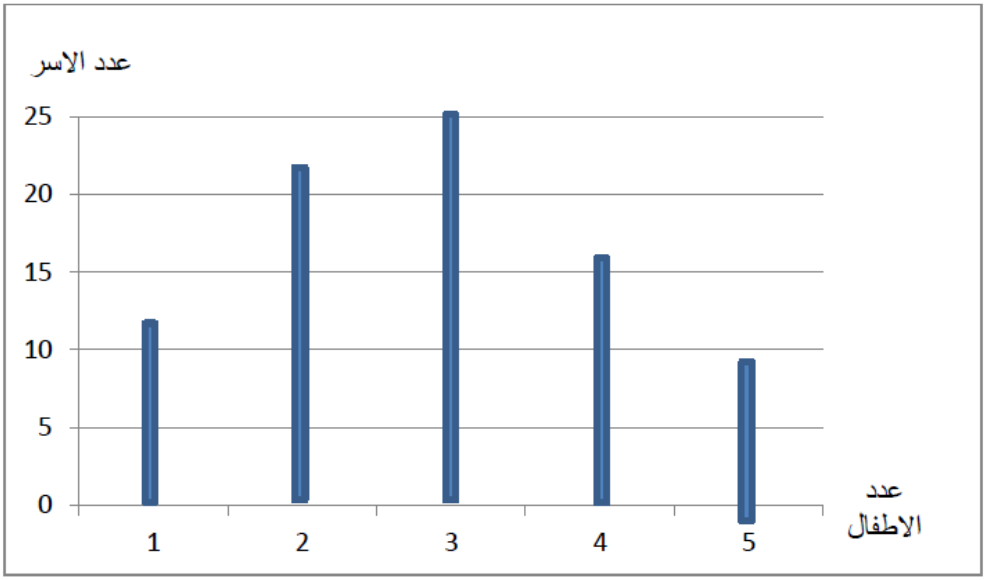
بالعودة للمثال 1 نحسب التكرارات النسبية

$f_2 = \frac{22}{85} = 0.26$ معناه 26 % من الاسر عدد الاطفال فيها 2

$f_4 = 0.19$ معناه 19 % من الاسر عدد الاطفال فيها 4

التمثيل البياني للتوزيع التكراري المطلق و النسبي: ان التمثيل البياني المناسب في حاله المتغير الكمي المنفصل هو التمثيل بالأعمدة البيانية البسيطة، حيث أن طول كل عمود يتناسب مع التكرار النسبي أو المطلق الموافق له .

التمثيل البياني لتوزع عدد الاطفال في الاسرة



2- التكرار المجمع الصاعد و النازل والتمثيل البياني الموافق لهما :

أ- التوزيع التكراري للمجمع الصاعد :

التكرار التجميعي الصاعد $N_i \uparrow$ في نقطة معينة k يحسب كما يلي :

$$N_{\mathrm{k}}^{\uparrow} = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$$

حيث :

$$N_1^{\uparrow} = n_1$$

$$N_2^{\uparrow} = n_1 + \mathrm{n}_2 \Rightarrow N_2^{\uparrow} = N_1^{\uparrow} + n_2$$

$$N_3^{\uparrow} = n_1 + \mathrm{n}_2 + n_3 \Rightarrow N_3^{\uparrow} = N_2^{\uparrow} + n_3$$

عند التعميم نتحصل على :

$$N_{\mathrm{k}}^{\uparrow} = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k = N_{\mathrm{k}-1}^{\uparrow} + n_k$$

أما التكرار المجمع الصاعد النسبي في نقطة معينة k يساوي الى :

$$F_{\mathrm{k}}^{\uparrow} = f_1 + f_2 + f_3 + \cdots + f_k = \sum_{i=1}^{i=k} f_i$$

ب-التوزيع التكراري للمجمع النازل :

التكرار المجمع النازل في نقطة معينة k يحسب كالتالي :

$$N_1^{\downarrow} = n$$

$$N_2^{\downarrow} = n - n_1 = N_1^{\downarrow} - n_1$$

$$N_3^{\downarrow} = n - n_1 - n_2 = N_2^{\downarrow} - n_2$$

بالتعميم و عند أي نقطة k نتحصل على مايلي :

$$N_k^{\downarrow} = n - n_1 - \cdots - n_{k-1} = N_{k-1}^{\downarrow} - n_{k-1}$$

أما عن حساب التكرار المجمع النسبي النازل فبنفس الفكرة نتحصل على :

$$F_k^{\downarrow} = 1 - f_1 - f_2 - \cdots - f_{k-1}$$

بالرجوع الى المثال الأول نتحصل على الجدول التالى:

$F_k^{\downarrow}$ ت م ن ن	$N_k^{\downarrow}$ ت م ن	$F_i^{\uparrow}$ ت م ص ن	$N_i^{\uparrow}$ ت م ص	f_i	n_i	x_i
1	85	0.14	12	0.14	12	1
0.86	73	0.4	34	0.26	22	2
0.6	51	0.69	59	0.29	25	3
0.31	26	0.88	75	0.19	16	4
0.12	10	1	85	0.12	10	5
/	/	/	/	1	85	المجموع

ملاحظة :

- التكرار المجمع الصاعد الأول يساوي دائما القيمة الأولى للتكرار المطلق و ت م ص الأخير يساوي دائما مجموع التكرارات .
- التكرار المجمع النازل الأول يساوي دائما مجموع التكرارات و ت م ص الأخير يساوي دائما القيمة الأخيرة للتكرار المطلق .

التفسير:

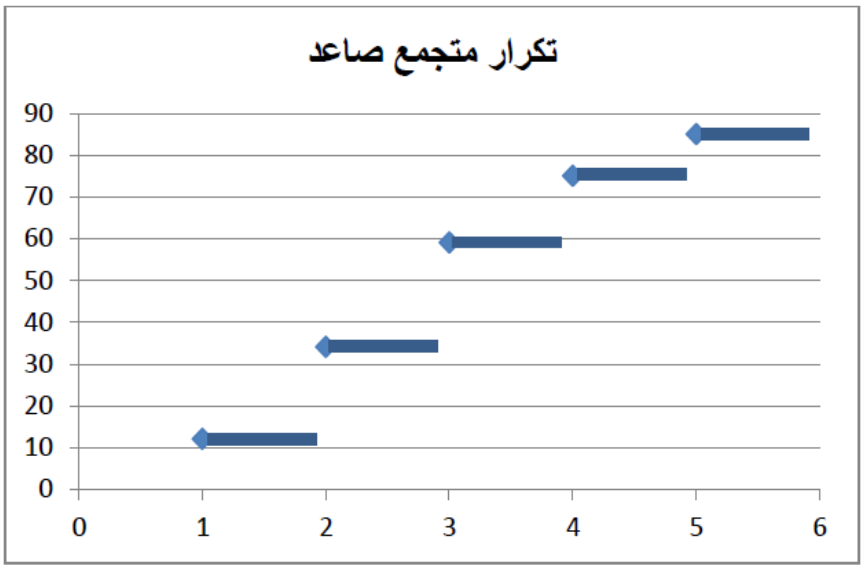
$N_2^{\uparrow} = 34$ معناه هناك 34 اسرة من أصل 85 اسرة عدد الاطفال فيها أقل أو يساوي 2

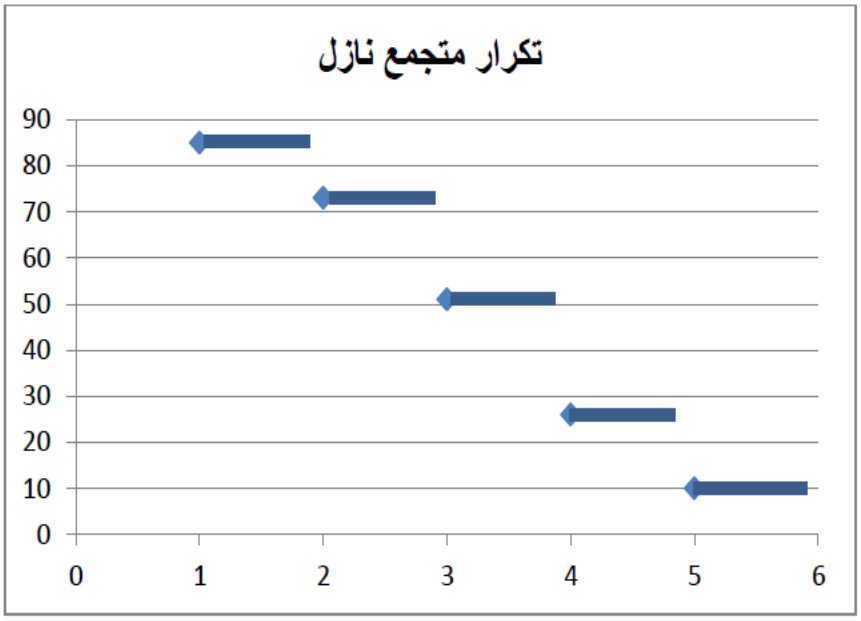
$N_4^{\downarrow} = 26$ معناه هناك 26 اسر من أصل 85 اسرة عدد الاطفال فيها أكثر أويساوي 4

$F_2^{\uparrow} = 0.4$ معناه هناك 40 % من الاسر عدد الاطفال فيها أقل أو يساوى 2

$F_4^{\downarrow} = 0.31$ معناه 31 % من الاسر عدد الاطفال فيها أكثر أو يساوي 4

التمثيل البياني للتكرار المجمع الصاعد و النازل





ثانيا :التوزيع التكراري للمتغير الكمي المستمر (المتصل)

اذا كان المتغير الاحصائي مستمر فانه يقبل عدد غير متناهي من القيم المحصور بين أصغر قيمة X_{min} و أكبر قيمة X_{max} وعليه يستحيل أن نمثله بجدول على شكل قيم فردية ، لذلك نلجأ في هذه الحالة الى تجميع هذه البيانات في مجموعات جزئية تسمى فئات.

يفضل أن لا يكون عدد الفئات كثير جدا (مثلا15 فئة) فيصبح الجدول ضخم يصعب تحليله و قراءته ، كما يفضل أن لا يكون عدد الفئات قليل جدا فيصبح الجدول مبسط جدا فيفقد حينه دقة و تفاصيل البيانات.

وضع ستورج (Sturges) قاعدة تجريبية لحساب طول الفئات كما يلي:

طول الفئة = المدى/عدد الفئات

ونكتب:

$$K = \frac{E}{1 + 1{,}322 \ln (n)}$$

Ln هو اللوغاريم النيبيري

K تمثل طول الفئة

$E = X_{max} - X_{min}$

و $1 + 1{,}322 \ln (n)$ هوعدد الفئات

ملاحظة : من الأحسن تقريب عدد الفئات الى عدد تام

عند تحديد طول الفئة يجب مراعاة المتباينة التالية:

طول الفئة × عدد الفئات ≥ المدى

1- جدول التوزيع التكراري للمتغير الكمي المستمر :

بعد تحديد الفئات يشكل جدول التوزيع التكراري حيث يضم الفئات في العمود الأول و التكرارات المطلقة n_i في العمود الثاني.

مراكز الفئات: نرمز لها بـ C_i حيث تساوي :

$$C_i = \frac{\text{الحدالأدنى للفئة} + \text{الحدالأعلى}}{2}$$

مثال 2 : البيانات التالية تمثل أوزان 60 طالبا بالكغ في أحد أقسام سنة أولى LMD بكلية العلوم الاقتصادية :

78	60	74	61	54	73	73	68	64	67
65	77	66	72	69	60	63	65	74	80
55	70	63	78	66	68	69	76	50	74
77	65	57	72	72	61	76	64	67	67
67	73	66	74	63	58	78	79	71	59
55	84	61	64	81	73	68	69	71	61

المطلوب : أنشيء جدول التوزيع التكراري و احسب كلا من C_i $f_i\%, f_i$ $N_{\text{i}}^{\uparrow}$, $N_{\text{i}}^{\downarrow}$, و $F_i^{\uparrow}\%, F_i^{\downarrow}\%$ ثم اشرح كل $n_2, f_2\%, N_2^{\uparrow}$, $N_5^{\downarrow}$,

الحل : أول خطوة نقوم بها هي ترتيب البيانات ترتيب تصاعديا :

50	54	55	55	57	58	59	60	60	61
61	61	61	63	63	63	64	64	64	65
65	65	66	66	66	67	67	67	67	68
68	68	69	69	69	70	71	71	72	72
72	73	73	73	73	74	74	74	74	76
76	77	77	78	78	78	79	80	81	84

لدينا : حسب قاعدة ستورج فان طول الفئات : **طول الفئة = المدى/عدد الفئات**

- حساب المدى : $E = X_{max} - X_{min} = 84 - 50 = 34$
- حساب عدد الفئات: $1 + 1{,}322 \ln(n) = 6{,}9 \approx 7$ أي 7 فئات
- حساب طول الفئات : $K = \frac{34}{7} = 4{,}92 \approx 5$
- أي طول كل فئة يساوي 5 كلغ و منه تكون الفئات كالتالي : [50−55[، [55−60[...و نقوم بتفريغ البيانات في الفئات فنتحصل على الجدول التالى:

أوزان الطلبة xi	عدد الطلبة ni	C_i	f_i	$f_i\%$	$N_i^{\uparrow}$ ت م ص	$F_i^{\uparrow}$ ت م ص ن	$N_k^{\downarrow}$ ت م ن	$F_k^{\downarrow}$ ت م ن ن
[50، 55[	2	52,5	0,033	3,3	2	0,033	60	1
[55، 60[	5	57,5	0,083	8,3	7	0,117	58	0,967
[60، 65[	12	62,5	0,200	20,0	19	0,317	53	0,883
[65، 70[	16	67,5	0,267	26,7	35	0,583	41	0,683
[70، 75[	14	72,5	0,233	23,3	49	0,817	25	0,417
[75، 80[	8	77,5	0,133	13,3	57	0,950	11	0,183
[80، 85[	3	82,5	0,050	5,0	60	1	3	0,050
المجموع	60	/	1	100	/	/	/	/

الشرح :

$n_2 = 5$ هناك 5طلبة أوزانهم تتراوح بين 55 و60 كلغ

$f_2\% = 8{,}3$ معناه هناك 8,3% من الطلبة أوزانهم تتراوح ما بين 55 و 60 كلغ $N_2^{\uparrow} = 7$ هناك 7 طلبة من بين 60 طالب أوزانهم أقل من 60 كلغ

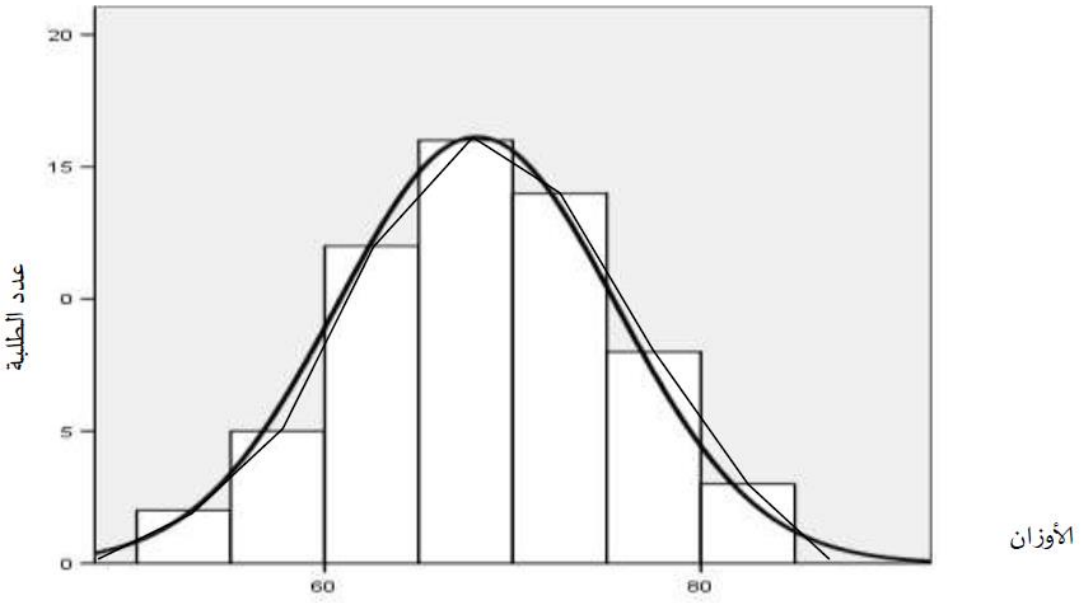
$N_5^{\downarrow} = 25$ هناك 25 طالب من بين 60 طالب أوزانهم أكبر من 70 كلغ

$F_2^{\uparrow}\% = 11{,}6\%$ هناك 11,6% من الطلبة أوزانهم أقل من 60كلغ

$F_5^{\uparrow}\% = 41{,}6\%$ هناك 41,6% من الطلبة أوزانهم أكبر أوتساوي 70 كلغ

التمثيل البياني للتكرار المطلق (أو النسبي) للمتغير الكمي المستمر :

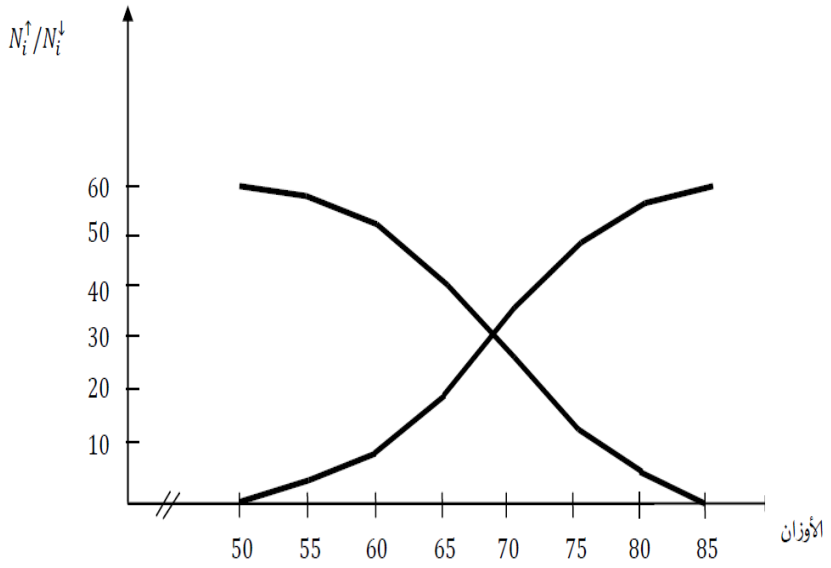
- المدرج التكراري: يمثل التكرار المطلق (أو النسبي) للمتغير الكمي المستمر بواسطة المدرج التكراري حيث يتناسب طول المستطيل مع التكرار الموافق له ، أما العرض فيبدأ عند الحد الأدنى للفئة وينتهي عند الحد الأقصى للفئة
- المضلع التكراري: اذا ربطنا بين مراكز الفئات (أي وسط القطعة المستقيمة على قمم المستطيلات المحصل عليها) بواسطة قطع مستقيمة فاننا نتحصل على المضلع التكراري
- المنحنى التكراري: أما اذا ربطنا بين مراكزالفئات بواسطة منحنى فاننا نتحصل على منحنى تكراري



التمثيل البياني للتكرارات المجمعة

يمثل التكرار المجمع الصاعد و النازل للمتغير الاحصائي المستمر عن طريق المنحنى المجمع الصاعد و النازل

- المنحنى المجمع الصاعد: ترفق بكل قيمة للتكرار المجمع الصاعد الحد الأعلى للفئة الموافقة لها،
- المنحنى المجمع النازل : ترفق بكل قيمة للتكرار المجمع النازل الحد الأدنى للفئة الموافقة لها



ملاحظة : فاصلة نقطة التقاطع تمثل قيمة الوسيط

ثالثا :التوزيع التكراري للمتغير الكيفي

1- الجدول التكراري للمتغير الكيفي

اذا كان المتغير كيفيا فان جدول التوزيع التكرارى يحتوي علي :

- العمود الأول : المتغير
- العمود الثاني : التكرارات المطلقة n_i

مثال 4:

البلد الأصلي	التكرارات n_i	f_i	f_i %
المغرب	12	0,3	30
الجزائر	16	0,4	40
تونس	9	0,225	22,5
ليبيا	3	0,075	7,5
المجموع	40	1	100

الشرح :

$n_2 = 16$: 16 جزائري من أصل 40 فرد مستجوب

$f_3\% = 22,5$: *22,5 %* من الجالية المغاربية المستجوبة في فرنسا من أصول تونسية

2- التمثيل البياني للمتغير الكيفي:

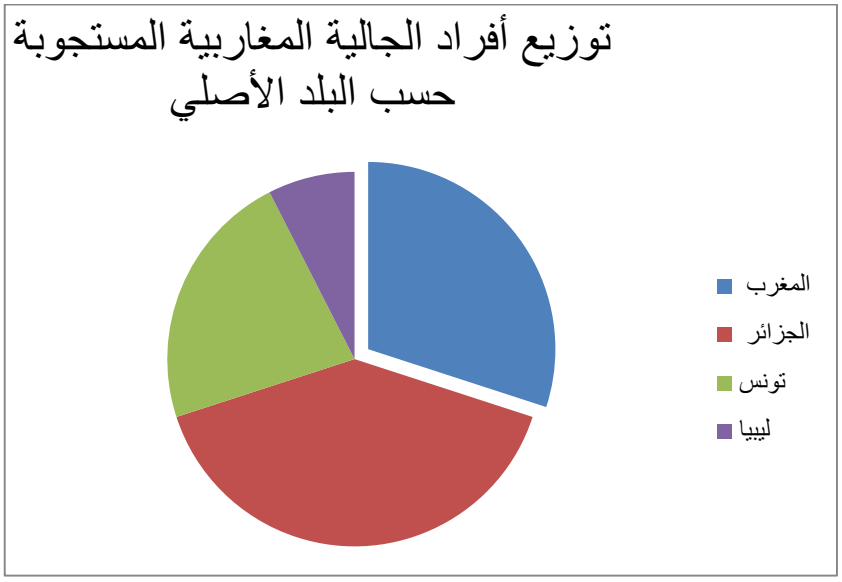
تمثل تكرارات المتغير الكيفي بـ :

أ- الدائرة النسبية : حيث يتناسب قيس كل زاوية مع التكرار المطلق أو النسبي الموافق له

$$\begin{cases} 360° \to n \\ x_i^{\circ} \to n_i \end{cases} \Rightarrow x_i^{\circ} = \frac{360° \times n_i}{n}$$

مثال : بالعودة إلى الجدول التكراري السابق نرفق بكل تكرار قيس زاوية متناسب

البلد الأصلي	التكرارات n_i	قيس الزاوية x_i°
المغرب	12	108°
الجزائر	16	144°
تونس	9	81°
ليبيا	3	27°
المجموع	40	360°



ب–الأعمدة البيانية : حيث يتناسب طول كل عمود مع التكرار النسبي أو المطلق الموافق له