مقياس المعالجة الإحصائية للبيانات التربوية

د. لعزالي صليحة

الاسم واللقب **الإيميل**	لعزالي صليحة saliha.lazali@univ-dbkm.dz
الرتبة	MCA كلية العلوم الإجتماعية والانسانية
الكلية	العلوم الاجتماعية والانسانية
القسم	علم النفس وعلوم التربية
السنة	الأولى ماستر
التخصص	علوم التربية : ارشاد وتوجيه

المحاضرة الأولى: الإحصاء الاستدلالي

لكي نضعه في منظوره الصحيح لابد أن نميز بينه وبين الإحصاء الوصفي ونوضح العلاقة بينهما.

فالإحصاء الوصفي كما أشرنا يهتم بوصف الظواهر وتنظيمها وتبويبها وتمثيلها بيانيا لذا يتناول في الدراسة جميع المقاييس التي تمكن الباحث من وصف بيانات بحثه وتلخيصها بصورة كمية، أما الإحصاء الاستدلالي فيهتم بتفسير هذه الظواهر في محاولة التنبؤ بها والتحكم فيها أو ضبطها، فالباحث في العلوم الاجتماعية لا يهتم بوصف الظواهر فقط ويتوقف عند هذا الحد.

بل يتعدى ذلك إلى محاولة الاستدلال على طبيعة هذه الظواهر في عموميتها أي يحاول استنتاج المبادئ الرئيسية للظاهرة الاجتماعية (الانحراف / السرقة / الشخصية المضادة للمجتمع / ...) أو للسلوك الإنساني ...

فالباحث لا يمكنه إجراء دراسة على جميع أفراد المجتمع وانما ينتقي بطريقة علمية وعشوائية عينة ممثلة لهذا المجتمع وهنا يأتي دور الإحصاء الاستدلالي في معرفة ما إذا كانت الإحصائية التي تحصل عليها الباحث على مستوى العينة تمثل حقيقة المعلمة المناسبة للمجتمع الاحصائي

ونطلق اسم الإحصائية على المقاييس مثل: .. $\overline{x}$ – SD- MO- Md إلخ

المستخرجة أو الناتجة عن دراسة العينات، متوسط المجتمع الاحصائي ونرمز له بالرمز μ ويسمى المعلمة أما الانحراف المعياري نرمز له ب δ ويسمى أيضا بالمعلمة.

ملاحظة:

المعلمة يعبر عنها بالرموز الاغريقية μ- δ- θ -α

والاحصائية الخاصة بالعينة يرمز لها بالرموز اللاتينية $\overline{x}$ – SD- MO- Md

فالاحصاء الاستدلالي يتناول أساليب اتخاذ القرارات الإحصائية وتقدير خصائص مجتمع معين استنادا إلى دراسة خصائص العينة العشوائية المنتقاة من هذا المجتمع وممثلة له، لذلك على الباحث تحديد عناصر المجتمع تحديدا دقيقا يسمح له بإستبعاد بعض العناصر التي ليست موضوع اهتمامه وتضمين العناصر التي سوف يعمم عليها النتائج ودراسته

المحاضرة الثانية: المنحنى الاعتدالي المعياري

تعريف المنحنى الاعتدالي المعياري:

إذا كانت الدرجات الخام تمثل بمنحنى طبيعي ويسمى توبع طبيعي اعتدالي (جرسي) وسطه x وانحرافه المعياري sd ويمكن تحويله إلى توزيع اعتدالي معياري إذا ما حولنا الدرجات الخام الاصلية إلى درجات معيارية يساوي الصفر وانحرافها المعياري يساوي الواحد وبالتالي فإن التوزيع الاعتدالي المعياري الذي نحصل عليه متوسطه x=0 / Sd=1

ملاحظة: يستعمل التوزيع الاعتدالي المعياري إذا كان حجم العينة أكبر من 30

ويتمكن الباحث من خلال هذه التوزيع من مقارنة درجات الأفراد في المجموعة التي ينتمون إليها (مقارنة مستوى الفرد بمستوى الجماعة التي ينتمي إليها) أو مقارنة مستواه في اختبار معين بمستواه في اختبار اخر والدرجة المعيارية هي z

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta}$$

مثال:

طبق باحث اختبار في التحصيل الدراسي في مادة الرياضيات على مجموعة من التلاميذ حيث كان متوسط علامتها في اختبار يساوي 13 ($\bar{x}$=13)

أما الانحراف المعياري (δ= 1.4)

- ما هو مستوى التلميذ Aعلما أنه تحصل في الاختبار مادة الرياضيات على العلامة 16 وما هو مستوى التلميذ Bعلما أنه تحصل على العلامة 10 في نفس الاختبار؟
- وضح مستوى كلا التلميذين على المنحنى المعياري من خلال الرسم التمثيلي؟

المحاضرة الثالثة: اتخاذ القرار

- الخطوات التي يتبعها الباحث للوصول إلى القرار الإحصائي:

على مستوى الإحصاء الوصفي:

1-المشكل

2-الفرض (الفرض الصفري / الفرض البديل)

3-العمليات الحسابية (الحصول على درجة وصفية إحصائية

4-التفسير الوصفي

على مستوى الإحصاء الاستدلالي:

5-تحويل الدرجة الإحصائية إلى قيمة معيارية (محسوبة / مجدولة)

أي مدى جوهرية الفرق وإلى أي مدى يمكن أن تعمم النتيجة، وذلك باستخدام اختبارات الدلالة الإحصائية (دلالة الفرق على مستوى المجتمع)

6-تمثيل الدرجات المعيارية على المنحنى المعياري (وهو يساعد أو يسهل عملية اتخاذ القرار)

7-اتخاذ القرار (وهنا الباحث يقع في أحد القرارات الإحصائية الأربعة)

8-التفسير

اتخاذ القرار:

إن اختبار الفرضيات يتضمن حقيقة فحص الفرضيات الصفرية وليس البحثية ومن هنا تسمى الفرضية الصفرية الإحصائية فإذا كانت الفروق بين المجموعتين أو المجموعات الداخلية في المقارنة عالية بشكل كبير فإن الفرضية الصفرية يتم رفضها، وبالتالي إذا رفضت فإن الفرضية البديلة يتم تدعيمها، وفي المقابل إذا كانت الفروق بين المجموعات الداخلة في المقارنة قليلة والتي يمكن أن تكون حدثت بالصدفة فإننا نفشل في رفض الفرضية الصفرية وبالتالي لا تدعم الفرضية البديلة.

الأخطاء المتعلقة باختبار الفرضيات

إن البحث يصمم للإجابة عن أسئلة الدراسة وذلك إما بالتحقق من صحة أو رفض الفرضية ولأنه من الصعب التأكد من صحة التحليل الإحصائي فإن الباحث قد يرفض الفرضية الصفرية على الرغم من أنها في الواقع صحيحة وهذا يحدث عندما يجد الباحث بيانات في الدراسة تقترح بأن هناك فروق بين المجموعات في الوقت التي لا توجد به فروق حقيقية

والخطأ الأكبر يتضمن الفشل في إيجاد فروق في الوقت الذي تكون هناك فروق حقيقية بين المجموعات.

وبناء على ذلك فإن أي مشكلة بحثية تتضمن احتمالين الأول أن الفرضية الصفرية في الواقع صحيحة ولا توجد فروق بين المجموعات أو أن الفرضية صفرية خاطئة وبالتالي توجد فروق بين المجموعات وعلى أية حال فإن الباحث لا يعرف هذا أبدا.

مما سبق يمكن القول أن هناك أربع احتمالات تنبثق عن قبولنا أو رفضنا للفرضية الصفرية وهذه الاحتمالات تتمثل بما يلي:

	الفرضية الصفرية	الفرضية البدلية
قبول	صحيحة / مصيب	خاطئة / β
الرفض	صحيحة / α	خاطئة / مصيب

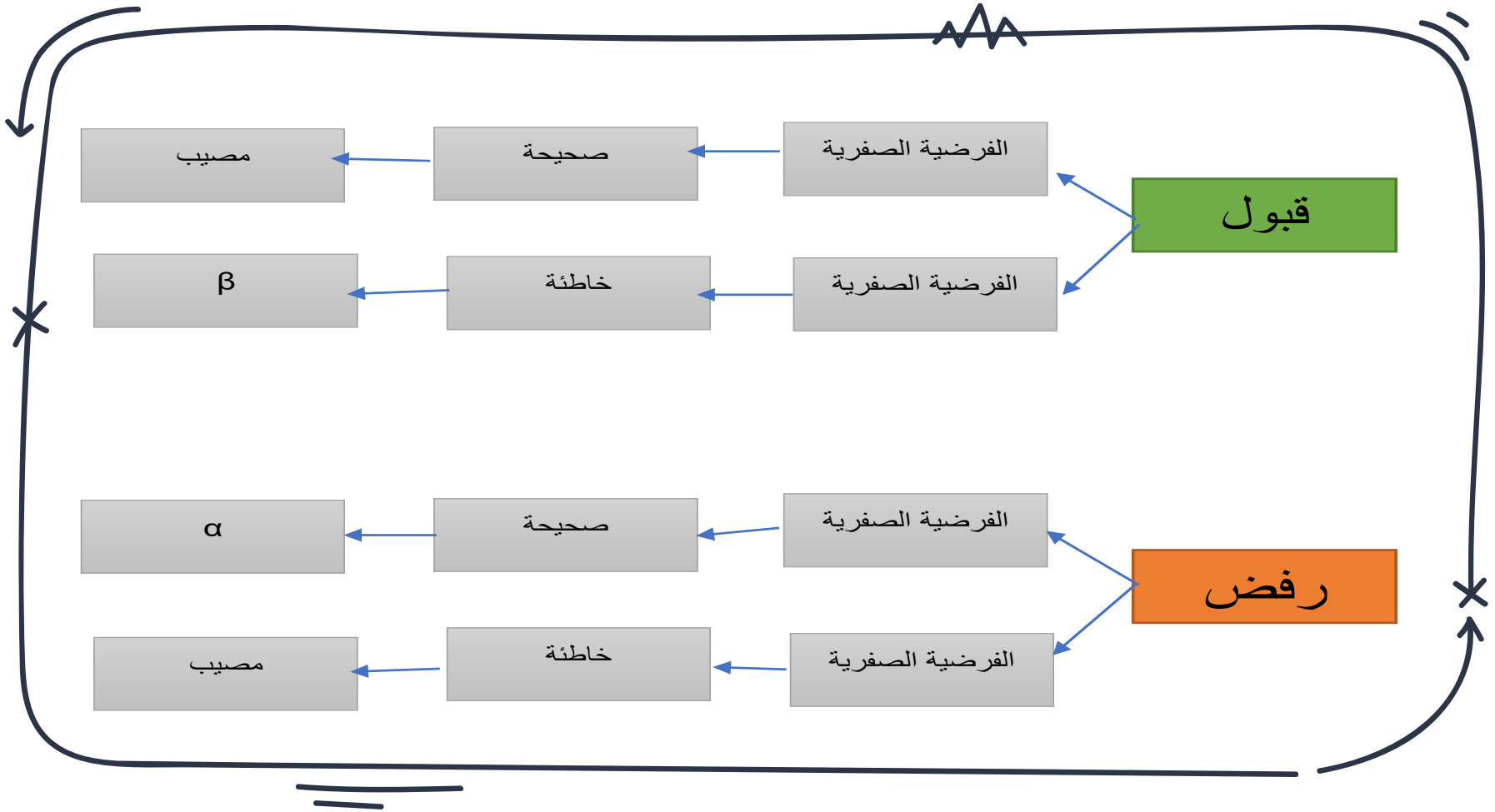
مما سبق يمكن القول أن هناك أربع احتمالات تنبثق عن قبولنا أو رفضنا للفرضية الصفرية وهذه الاحتمالات تتمثل بما يلي:

1. احتمال رفض الفرضية بينما هي في الواقع صحيحة، وهذا خطأ يسمت الخطأ من النوع الأول (α) بمعنى أخر هناك فروق بين المجموعات الداخلة في المقارنة مع أن هذه الفروق غير موجودة في الواقع.

2. احتمال قبول الفرضية الصفرية وهي صحيحة في الواقع (الباحث مصيب)

3. احتمال رفض الفرضية الصفرية وهي في الواقع خاطئة أي أن الباحث استطاع التوصل إلى وجود فرق ذا دلالة إحصائية وحقيقي بين المجموعات الداخلة في المقارنة (الباحث مصيب)

4. احتمال قبول الفرضية الصفرية وهي خاطئة أي أن الباحث فشل في اكتشاف الفرق بين المجموعات عندما يكون هذا الفرق موجودا بين المجموعات في الواقع وهذا الخطأ يسمى بالخطأ من النوع الثاني ويرمز له بالرمز β


الفرضية الصفرية
صحيحة
مصيب
الفرضية الصفرية
خاطئة
β
قبول
الفرضية الصفرية
صحيحة
α
الفرضية الصفرية
خاطئة
مصيب
رفض

الإحصاء البارامتري والاحصاء اللابارامتري (المعلمي واللامعلمي)

إن تصنيف الإحصاء إلى نوعين إحصاء وصفي واحصاء استدلالي لا يتعلق بطبيعة المشكلة التي يهتم الباحث بدراستها والغرض الذي من أجله تستخدم البيانات

أما التمييز بين الإحصاء البارامتري والاحصاء اللا بارامتري فيتعلق بنوع البيانات المراد تحليلها ومستوى قياسها، فاستخدام الأسلوب الاحصائي المناسب يعتمد على طبيعة البيانات (نوعية أو كيفية – تصنيفية أو كمية أو قياسية) ومستوى قياس المتغير موضع البحث (اسمية – رتبية – فترية – نسبية)

وهذان المصطلحان في الواقع يشيران إلى جانبين مختلفين في عملية الاستدلال الاحصائي فالمصطلحات يستخدمان للإشارة إلى طائفة واسعة من الأساليب الإحصائية

الإحصاء البارامتري	الإحصاء اللابارامتري
- يشترط اعتدالية التوزيع - حجم العينة كبير ويتم اختياره عشوائيا - يستخدم في حالة البيانات الكمية - عندما تنتمي البيانات إلى مستوى قياس المسافات والنسبية - الأساليب الإحصائية التي تسخدم في التحقق من صحة الفروض المتعلقة بمجتمعات قم برامتراتها محددة أي يعتمد على معالم المجتمع - اختبارات العلاقة: بارسون ثنائي المتعدد - اختبارات الفروق: اختبار T وتحليل التباين	- لا يشترط اعتدالية التوزيع - حجم العينة صغير - يستخدم في حالة البيانات النوعية - عندما تنتمي البيانات إلى مستوى الاسمي والرتبي - الأساليب الإحصائية التي تستخدم في التحقق من صحة الفروض المتعلقة بمجتمع قيم برامتراتها غير محددة أي لا يعتمد على معالم المجتمع - مقاييس العلاقة: معامل فاي الرتب معامل كرامر - اختبارات الفروق: اختبار الدلالة الإحصائية

المحاضرة الرابعة: الإحصاءات المعلمية الفارقية لعينتين مترابطتين و غيرمترابطتين

يُتوقّف اختيار الإحصاء البارامتري على افتراضات مؤكّدة عن معالم المجتمع Population Parameters الخاصّة بتوزيع أو تباين الدرجات؛ و هناك ثلاثة شروط لاستخدام الإحصاء البارامتري: 1- من حيث توزيع درجات المجتمع؛ يجب أن يكون اعتداليا بالنسبة للمتوسّط. 2- يجب أن تكون تباينات المجتمع لمجموعات المقارنة متساوية. 3- الاعتماد على افتراض أنّ المتغيّرات التي يتمّ تحليلها تكون من مستوى المسافة أو النسبة؛ أي درجات متّصلة. و عند عدم التحقّق من هذه الافتراضات في البيانات المتجمّعة يستخدم الإحصاء اللابارامتري؛ و يعني ذلك أنّ الإحصاء اللابارامتري لا يعتمد على الافتراضات السابقة الخاصّة بتوزيع أو تباين درجات المجتمع، كما تكون المتغيّرات المستخدمة إسمية أو رتبية أي درجات منفصلة .Interval Scores و قد يحدث أن تتميّز بيانات البحث بالدرجات المنفصلة و غير المُوَزّعة اعتداليا و لكنّها متجانسة التباين Variance Homogeneity،و في هذه الحالات ينصح باستخدام الإحصاء البارامتري

شروط استخدام اختبار "ت" لدلالة فروق المتوسطات

- حجم كل عينة
- الفرق بين حجم عينتي البحث
- مدى تجانس العينة
- مدى اعتدالية التوزيع التكرارى لكل من عينتى البحث

ي جب أن يزيد حجم كل من العينتين عن "5" ويفضل أن يزيد عن "30" أما إذا قل حجم أي من العينتين عن "5" فلا يمكن استخدام اختبار "ت"

يجب أن يكون حجم عينتي البحث متقارباً فلا يكون مثلاً حجم أحد العينتين "500" وحجم الأخرى "30" لأن للحجم أثره على مستوى دلالة "ت"

يقصد بتجانس العينات مدى انتسابها إلى أصل واحد أو أصول متعددة . فإذا انتسبت العينات إلى أصل واحد فهي متجانسة وإذا لم تنتسب العينات إلى أصل واحد فهي غير متجانسة

يصعب بالنسبة للباحث تحديد أصول العينات لتحديد تجانسها لذا يمكنه استخدام النسبة الفائية لتحديد التجانس .

يحدد تجانس العينتين من خلال حساب قيمة النسبة الفائية حيث تحسب من العلاقة :

$$F = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

حيث أن التباين الأكبر هو التباين الأكبر فى القيمة دون التحيز لأحد العينتين ، والتباين الأصغر هو الأصغر فى القيمة دون التحيز لأحد العينتين .

- حيث نحسب درجات الحرية من القانون التالي:
  - درجة حرية التباين الأكبر = ن – 1
    حيث "ن" هي عدد أفراد العينة التي تبيانها هو الأكبر
  - درجة حرية التباين الأصغر = ن – 1
    حيث "ن" هي عدد أفراد العينة التي تبيانها هو الأصغر

نحصل من القانون السابق على قيمة لـ "ف" تسمى بقيمة ف المحسوبة ولتحديد التجانس نحسب قيمة أخرى تسمى ف الجدولية ونحصل عليها من جداول "ف" الإحصائية عند درجة حرية التباين الأكبر ودرجة حرية التباين الأصغر ومستوى الدلالة الذي قيمته إما "0.05" أو "0.01"

قاعدة القرار الإحصائي لتحديد التجانس

لتحديد التجانس نرسم مجال الثقة

إذا كانت قيمة "ف" المحسوبة < قيمة "ف" الجدولية فلا يوجد هناك تجانس .

أما إذا كانت قيمة "ف" المحسوبة > قيمة "ف" الجدولية فيوجد هناك تجانس .

مدى إعتدالية التوزيع التكراري لكل من العينتين

يكون التوزيع التكراري معتدلاً عندما تكون قيمة الالتواء الخاص به محصورة بين القيمتين [-3 ، +3] أي واقعة في الفترة المغلقة -3 و +3 .

ملاحظة :

أول خطوة أساسية قبل حساب اختبار ت لعينتين غير مترابطتين (مستقلتين) يجب علينا التحقق من التجانس و هو ما توقفنا عنده في آخر محاضرة

الحالات المختلفة لحساب اختبار "ت" لعينتين غير مترابطتين

الحالة الأولى

حساب "ت" لدلالة فرق عينتين متجانستين غير متساويتين في أعداد أفرادهما

الحالة الثانية

حساب "ت" لدلالة فرق عينتين غير متجانستين وغير متساويتين في أعداد أفرادهما

في هذه الحالة تكون $ن_1$ لا تساوى $ن_2$

حيث $ن_1$ ، $ن_2$ هما عدد أفراد العينة

الأولى والثانية على الترتيب .

تحسب دلالة "ت" لفرق عينتين متجانستين ومختلفين فى عدد الأفراد بالمعادلة التالية

الحالة الأولى ن1#ن2
(و العينتين متجانستين
وفق ما حسبناه و تحققنا
منه في قيمة ف)

$$T = \text{ت} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\left[\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right]\left[\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\right]}}$$

حيث :

$م_1$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى .

$م_2$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الثانية .

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى .

$ع_2^2$ = تباين المجموعة الثانية .

$ن_1$ = عدد أفراد المجموعة الأولى .

$ن_2$ = عدد أفراد المجموعة الثانية .

مجاهيل المعادلة مكتوبة بحروف عربية بدل اللاتينية التي إعتدت أكتبها لكن سأجتهد في المحاضرات اللاحقة ايجاد الحل اعتمدوا على تعريف المجاهيل و غيروها حسب ما درسناه

تحديد مدى دلالة "ت" من عدمه

- سنحصل في جميع حالات "ت" على قيمة لـ "ت" نسميها "ت المحسوبة" ثم نقارنها بقيمة لـ "ت" نحصل عليها من الجداول النظرية تسمى "ت الجدولية"

هناك ثلاث احتمالات عند مقارنة القيمة التائية الجدولية في الاختبار التائي :

- إذا كانت قيمة "ت المحسوبة" أكبر من قيمة "ت الجدولية" تكون قيمة "ت" دالة إحصائية . و كان متوسط المجموعة الاولى أكبر من متوسط المجموعة الثانية فالفرق لصالح متوسط المجموعة الاولى .
- إذا كانت قيمة "ت المحسوبة" أكبر من قيمة "ت الجدولية" تكون قيمة "ت" دالة إحصائية . و كان متوسط المجموعة الثانية أكبر من متوسط المجموعة الاولى فالفرق لصالح متوسط المجموعة الثانية .
- إذا كانت قيمة "ت المحسوبة" أقل من قيمة "ت الجدولية" تكون قيمة "ت" ليست دالة إحصائية فهذا يدل على عدم وجود فرق دال بين متوسطي المجموعتين.

مثال توضيحي : قام باحث بقياس التحصيل الدراسي لدى مجموعتين من التلاميذ ، العينة الأولى بنين والعينة الثانية بنات فكانت درجاتهم في الاختبار كما يلي :

العينة الأولى	7	4	5	3	8	6	2
العينة الثانية	3	5	15	2	10	13	-

المطلوب : الكشف عن وجود أم عدم وجود فرق دال احصائيا بين متوسطي تحصيل تلاميذ العينتين عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$.

الحل : نلاحظ أن $N_1 = 7 \neq N_2 = 6$ نعتبر أن العينة الأولى هى « X"

والعينة الثانية هي « Y" ونقوم ببناء الجدول التالي :

$(Y-Y)^2$	$(Y-Y)$	Y	$(X-X)^2$	$(X-X)$	X
25	5-	3	4	2	7
9	3-	5	1	1-	4
49	7	15	0	0	4
36	6-	2	4	2-	3
16	4	10	9	3	8
25	5	13	1	1	6
-	-	-	9	3-	2
148	-	48	28	-	35

نقوم بحساب

المتوسط الحسابي

للعينتين

Y=8

X= 5

نحسب التباين S^2 للعينة الأولى S_x^2 و الثانية S_y^2 : 4 ، 24.60 على التوالي

التحقق من شروط اختبار ت

- حجم العينتين : $ن_1 = 7 > 5$ $ن_2 = 6 > 5$

حيث أن حجم كل من العينتين على حده لابد وأن يكون أكبر من 5 لذا فهذا الشرط متحقق .

تقارب العينتين : $ن_1 = 7$ تتقارب جداً من $ن_2 = 6$

- تجانس العينتين :

- **نحسب قيمة "ف" المحسوبة من العلاقة :**

$$\text{ف المحسوبة} = \frac{\text{التباين الأكب}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{24.66}{4} = 6.116$$

لإيجاد قيمة "ف" الجدولية يلزم حساب قيمة كل من درجة حرية التباين الأكبر ودرجة حرية التباين الأصغر .

- درجة حرية التباين الأكبر = $ن_2 - 1 = 6 - 1 = 5$
- ونلاحظ أننا اخترنا درجة حرية التباين الأكبر من عدد أفراد المجموعة الثانية لأن تباين العينة الثانية هو الأكبر . درجة حرية التباين الأصغر = $ن_1 - 1 = 7 - 1 = 6$

- من جداول "ف" عند درجة حرية تباين كبير (5) ودرجة حرية تباين صغير (6) ومستوى دلالة 0.01 نجد أن قيمة "ف" الجدولية = 8.75 .
- بمقارنة قيمة "ف" المحسوبة بقيمة "ف" الجدولية نجد أن :
- "ف" المحسوبة < "ف" الجدولية (لذا فانه يوجد تجانس بين العينتين) .

ملاحظة مهمة توضيحية

لتحديد التجانس تقرأ الدلالة الإحصائية عكس ما اعتدنا قراءته،في المثال اعلاه قيمة ف غير دالة احصائيا و نقول أنه يوجد تجانس ، يوجد اختباران إحصائيان تقرأ دلالتها الإحصائية عكس ما اعتدناه اختبار التجانس و اختبار إعتدالية التوزيع سميرنوف كولموغروف

- **لاحظوا الفرق في الدلالة بين اختبار ف و اختبار ت**
- **إذا كانت قيمة "ت المحسوبة" >قيمة "ت الجدولية" تكون قيمة "ت" دالة إحصائية .**
- **أما إذا كانت قيمة "ت المحسوبة" <قيمة "ت الجدولية" تكون قيمة "ت" ليست دالة إحصائية .**
- **إذا كانت قيمة "ف" المحسوبة < قيمة "ف" الجدولية فلا يوجد هناك تجانس .**
- **أما إذا كانت قيمة "ف" المحسوبة > قيمة "ف" الجدولية فيوجد هناك تجانس .**

إذا أردنا التحقق من اعتدالية توزيع العينتين نقوم بحساب معامل الالتواء :

اعتدالية التوزيع للعينتين :

-3 < التواء X = صفر < + 3

نلاحظ أن قيمة التواء X محصور فى الفئة [-3،+3] لذا فان توزيع العينة X معتدل .

-3 < التواء Y = 0.3 < + 3

نلاحظ أن قيمة التواء Y محصور فى الفئة [-3،+3] لذا فان توزيع العينة Y معتدل .

ارجع لقانون حساب معامل الالتواء من الدروس السابقة .

حساب قيمة "ت" المحسوبة :

- بالتعويض فى المعادلة السابقة (**عينتين متجانستين غير متساويتين**):

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\left[\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right]\left[\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\right]}}$$

$$ت = \frac{|5 - 8|}{\sqrt{\left[\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right]\left[\frac{6 \times 24.66 + 7 \times 4}{6 + 7 - 2}\right]}}$$

ت المحسوبة = -1.36

تهمل الإشارة السالبة لقيمة "ت" دائماً فتصبح :

قيمة "ت" المحسوبة = 1.36 .

حساب قيمة "ت" الجدولية :

لإيجاد قيمة "ت" الجدولية يلزم حساب درجة الحرية :

درجة الحرية = ن1 + ن2 – 2 = 7 + 6 – 2 = 11

بالبحث فى جداول "ت" عند درجة حرية 11 ومستوى دلالة 0.01 مع الأخذ فى الاعتبار أن البحث يكون فى دلالة الطرفين ، نجد أن قيمة "ت" الجدولية = 3.11 .

تحديد دلالة "ت"

بمقارنة قيمة "ت" المحسوبة بقيمة "ت" الجدولية :

نجد أن "ت" المحسوبة = 1.36 < "ت" الجدولية = 3.11

وبالتالي فإن "ت" ليست دالة إحصائية .

الحالة الثانية حساب "ت" لدلالة فرق عينتين غير مترابطتين و غير متجانستين وغير متساويتين فى أعداد أفرادهما

في هذه الحالة تكون

$ن_1$ لا تساوى $ن_2$ أيضاً مثل الحالة السابقة

حيث $ن_1$ ، $ن_2$ هما عدد أفراد العينة الأولى والثانية على الترتيب.

حسب دلالة "ت" لعينتين غير متجانستين ومختلفين فى عدد الأفراد بالمعادلة التالية :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$$

حيث:

- $م_1$ = المتوسط الحسابى للمجموعة الأولى
- $م_2$ = المتوسط الحسابى للمجموعة الثانية
- $ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى .
- $ع_2^2$ = تباين المجموعة الثانية .
- $ن_1$ = عدد أفراد المجموعة الأولى .
- $ن_2$ = عدد أفراد المجموعة الثانية .

مثال :

العينة الأولى	35	17	22	32	19	48	13	19	20
العينة الثانية	11	3	9	10	14	2	7	-	-

الجدول أعلاه يوضح درجات مجموعة من الذكور والإناث في اختبار للذكاء والمطلوب حساب قيمة "ت" من خلال التحقق من شروط اختبار "ت" ومن ثم تحديد هل "ت" دالة إحصائية أم لا ؟ عند مستوى دلالة إحصائية 0.05 ؟

الحل : قبل أن نبدأ الحل نلاحظ أن $ن_1 = 9 \neq ن_2 = 7$

نعتبر أن العينة الأولى هي X والعينة الثانية هي Y ونقوم ببناء الجدول التالي :

$(Y-\bar{Y})^2$	$(Y-\bar{Y})$	Y	$(X-\bar{X})^2$	$(X-\bar{X})$	X
9	3	11	100	10	35
25	5-	3	64	8-	17
1	1	9	9	3-	22
36	6	14	36	6-	19
36	6-	2	569	23	48
1	1-	7	144	12-	13
-	-	-	36	6-	19
-	-	-	25	5-	20
112	-	56	992	-	225

التحقق من شروط اختبار "ت"

1- حجم العينتين :

ن1 = 9 > 5

ن2 = 7 > 5

نقوم بحساب المتوسط الحسابي للعينتين

Y=8

X= 25

- نحسب التباين S^2 للعينة الأولى S_x^2 و الثانية S_y^2 : 110.2، 16 على التوالي

2- تقارب العينتين :

ن1 = 9 تتقارب جداً

من ن2 = 7

3- تجانس العينتين : نحسب قيمة "ف" المحسوبة من العلاقة :

$$\text{ف المحسوبة} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{110.2}{16} = 6.88$$

لإيجاد قيمة "ف" الجدولية يلزم حساب قيمة كل من درجة حرية التباين الأكبر ودرجة حرية التباين الأصغر .

درجة حرية التباين الأكبر = $ن_1 - 1 = 9 - 1 = 8$

ونلاحظ أننا اخترنا درجة حرية التباين الأكبر من عدد أفراد المجموعة الأولى لأن تباين العينة الأولى هو الأكبر .

درجة حرية التباين الأصغر = $ن_2 - 1 = 7 - 1 = 6$

من جداول "ف" عند درجة حرية تباين كبير (8) ودرجة حرية تباين صغير (6) ومستوى دلالة 0.05 نجد أن قيمة "ف" الجدولية = 4.15 .

بمقارنة قيمة "ف" المحسوبة بقيمة "ف" الجدولية نجد أن :

"ف" المحسوبة > "ف" الجدولية (لذا فانه لا يوجد تجانس بين العينتين) .

حساب قيمة "ت" المحسوبة :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$$

بالتعويض فى المعادلة السابقة :

$$ت = \frac{25 - 8}{\sqrt{\frac{110.2}{9} + \frac{16}{7}}}$$

ت المحسوبة = 4.46

حساب قيمة "ت" الجدولية :

لإيجاد قيمة "ت" الجدولية تحسب من العلاقة التالية :

$$\text{ت الجدولية} = \frac{(2N / S_Y^2) \times 2T + (1N / S_X^2) \times 1T}{(2N / S_Y^2) + (1N / S_X^2)}$$

حيث :

- ت1 : هي "ت" الجدولية للعينة الأولى وتحسب عن طريق حساب درجة حرية العينة الأولى على حده من العلاقة : درجة حرية العينة الأولى = 1N – 1 = 9 – 1 = 8
- وبالبحث فى جداول « T" عن درجة حرية 8 ومستوى دلالة 0.05 فى دلالة الطرفين نجد أن قيمة 1T = 2.31
- 2T : هي « T" الجدولية للعينة الثانية وتحسب عن طريق حساب درجة حرية العينة الثانية على حده من العلاقة : درجة حرية العينة الثانية = 2N – 1 = 7 – 1 = 6
- وبالبحث فى جداول « T" عن درجة حرية 6 ومستوى دلالة 0.05 فى دلالة الطرفين نجد أن قيمة 2T = 2.45

ثم نعوض في المعادلة أعلاه لحساب قيمة "ت" الجدولية :

$$\text{ت الجدولية} = \frac{(7 / 16) \times 2.45 + (9 / 110.2) \times 2.31}{(7 / 16) + (9 / 110.2)}$$

***ت الجدولية = 2.33

تحديد دلالة "ت"

بمقارنة قيمة "ت" المحسوبة بقيمة "ت" الجدولية

نجد أن "ت" المحسوبة = 4.46 > "ت" الجدولية = 2.33

المحسوبة أكبر من الجدولية و متوسط المجموعة الأولى أكبر من متوسط المجموعة الثانية

وبالتالي فان "ت" دالة إحصائية أي يوجد فرق بين المتوسطين لصالح المجموعة الأولى.

الحالات المختلفة لحساب اختبار "ت" لعينتين غير مترابطتين

الحالة الثالثة : حساب "ت" لدلالة فرق عينتين غير مرتبطتين ومتساويتين فى أعداد أفرادهما

فى هذه الحالة لا نتحقق من شروط اختبار "ت" تكون $ن_1 = ن_2$ حيث $ن_1$ ، $ن_2$ هما عدد أفراد العينة الأولى والثانية على الترتيب .

يحسب اختبار "ت" لفرق عينتين متساويتين فى عدد الأفراد بالمعادلة التالية:

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن - 1}}}$$

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى .

$ع_2^2$ = تباين المجموعة الثانية .

ن = عدد أفراد العينة الأولى أو الثانية حيث أنهما متساويتان

$م_1$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى .

$م_2$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الثانية .

مثال :

العينة الأولى	7	4	5	3	8	6	2
العينة الثانية	3	5	15	2	10	13	1

الجدول يوضح درجات مجموعة من الذكور والإناث في اختبار للذكاء والمطلوب حساب قيمة "ت" ومن ثم تحديد هل "ت" دالة إحصائية أم لا ؟ عند مستوى دلالة إحصائية 0.05 ؟

الحل : قبل أن نبدأ الحل نلاحظ أن $ن_1 = ن_2 = 7$

نعتبر أن العينة الأولى هي X والعينة الثانية هي Y ونقوم بناء الجدول التالي:

$(Y-Y)^2$	$(Y-Y)$	Y	$(X-X)^2$	$(X-X)$	X
16	4–	3	4	2	7
4	2–	5	1	1–	4
64	8	15	0	0	5
25	5–	2	4	2–	3
9	3	10	9	3	8
36	6	13	1	1	6
36	6–	1	9	3–	2
190	–	49	28	–	35

نحسب المتوسط الحسابي للعينتين و هو على التوالي : 5 ،7 ، و التباين

للعينتين كذلك و النتائج على التوالي : $S_X^2 = 4$ ، $S_Y^2 = 27.14$

بالتعويض في االمعادلة المذكورة اعلاه لحساب ت في حال تساوي العينتين نتحصل على :

$$ت = \frac{7 - 5}{\sqrt{\frac{27.14 + 4}{1 - 7}}}$$

ت المحسوبة = -0.88

تهمل الإشارة السالبة لقيمة "ت" دائماً فتصبح :

قيمة "ت" المحسوبة = 0.88 .

حساب قيمة "ت" الجدولية :

لإيجاد قيمة "ت" الجدولية يلزم حساب درجة الحرية :

درجة الحرية = $ن_1 + ن_2 - 2 = 7 + 7 - 2 = 12$

بالبحث فى جداول "ت" عند درجة حرية 12 ومستوى دلالة 0.05 مع الأخذ فى الاعتبار أن البحث يكون فى دلالة الطرفين ، نجد أن قيمة "ت" الجدولية = 2.18 .

تحديد دلالة "ت"

بمقارنة قيمة "ت" المحسوبة بقيمة "ت" الجدولية

نجد أن "ت" المحسوبة = 0.88 < "ت" الجدولية = 2.18

وبالتالي فان "ت" ليست دالة إحصائية .

قائمة المراجع المعتمدة

- خليفة عبد السميع خليفة ، الإحصاء التربوي ، مكتبة الأنجلو المصرية .
- رائد ادريس خفاجي ، عبد الله مجيد حميد العتابي ، الوسائل الاحصائية في البحوث التربوية و النفسية ، دار النشر دجلة ، الطبعو الاولى ،2015.
- عبد الكريم بوحفص، الاساليب الاحصائية و تطبيقاتها يدويا و باستخدام برنامج SPSS، الجزئين الاول و الثاني ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، 2013 .
- عبد الله فلاح المنيزل ، عايش موسى غرايبة ، الاحصاء التربوي تطبيقات باستخدام الرزم الاحصائية للعلوم الاجتماعية ، دار المسيرة .الاردن .