سلسلة المنفعة الترتيبية

حل التمرين رقم 2 صفحة 3:

$TU = 8x^2y$

تحديد دوال الطلب للسلعتين x و y:

باستعمال شرطي التوازن:

$$\begin{cases} \frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

نحسب دوال المنفعة الحدية للسلعتين x و y

$$UM_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = \frac{\partial(8x^2y)}{\partial x} = 16xy$$

$$UM_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = \frac{\partial(8x^2y)}{\partial y} = 8x^2$$

$$\begin{cases} \frac{16xy}{P_x} = \frac{8x^2}{P_y} \quad \dots (1) \\ R = xP_x + yP_y \quad \dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد:

$16xy \cdot P_y = 8x^2 P_x$

$16yP_y = 8xP_x \iff y = \frac{8xP_x}{16P_y}$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{xP_x}{2P_y}} \quad \dots (3)$$

بتعويض المعادلة (3) في المعادلة (2) نجد:

$R = xP_x + \frac{xP_x}{2P_y} \cdot P_y \iff R = xP_x + \frac{xP_y}{2}$

$\iff R = \frac{3xP_x}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{2R}{3P_x}} \quad \dots (4)$

دالة الطلب عن السلعة x

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$y = \frac{2R}{3P_x} \cdot P_x / 2P_y$

$\Rightarrow y = \frac{2R}{3} / 2P_y$

$\Rightarrow \boxed{y = \frac{R}{3P_y}}$ ← دالة الطلب عن السلعة y

2/ التوليفة الاستهلاكية المثلى للسلعتين x و y:

بتعويض قيم $R = 60$ ، $P_y = 40$ ، $P_x = 10$

في دوال الطلب للسلعتين x و y نجد:

$x = \frac{2R}{3P_x} = \frac{2 \cdot 60}{3 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{x^* = 4}$

$y = \frac{R}{3P_y} = \frac{60}{3 \cdot 40} \Rightarrow \boxed{y^* = \frac{1}{2}}$

ومنه الكمية التوازنية التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع هي $(x^*, y^*) = (4, \frac{1}{2})$

3/ إذا علمنا أن $TU = 64$ ، $P_y = 40$ ، $P_x = 10$

نجد معادلة منحنى السواء:

$TU = 8x^2y \iff 64 = 8x^2y$

$\iff y = \frac{64}{8x^2} \iff y = \frac{8}{x^2}$

حساب المعدل الحدي للإحلال عند نقطة التوازن بطريقتين:

الطريقة الأولى:

$MRS_{xy} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

التفسير الاقتصادي: التضحية بوحدة إضافية من السلعة x لأجل الحصول على $\frac{1}{4}$ وحدة من السلعة y

الطريقة الثانية:

$MRS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{16xy}{8x^2} = \frac{2y}{x}$

نعوض بقيم x^* و y^*:

$MRS_{xy} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{4}$

التفسير الاقتصادي: التضحية بوحدة إضافية

R	60	120
X	4	8

من السلعة X لابد من التضحية بـ $\frac{1}{4}$ وحدة من السلعة Y.

4- تحديد دالة الطلب على السلعة Y إذا أصبح سعر السلعة Y يساوي 2 وحدة نقدية.

لدينا دالة الطلب على السلعة Y هي:

$$y = \frac{R}{3P_y}$$

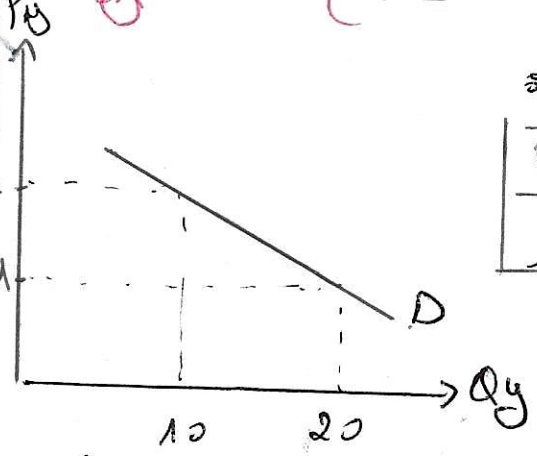
لدينا $R=60$ ومنه تصبح دالة الطلب بالشكل:

$$\boxed{y = \frac{20}{P_y}}$$

← رسم منحنى الطلب على السلعة Y

الجدول المساعد:

P_y	1	2
y	20	10



التمثيل البياني لمنحنى الطلب على السلعة (Y).

5- إيجاد الدوليفت الجديدة للسلعتين X و Y إذا أصبح $R=120$:

$$x = \frac{2R}{3P_x} = \frac{2.120}{3.10} = 8$$

$$y = \frac{R}{3P_y} = \frac{120}{3.40} = 1$$

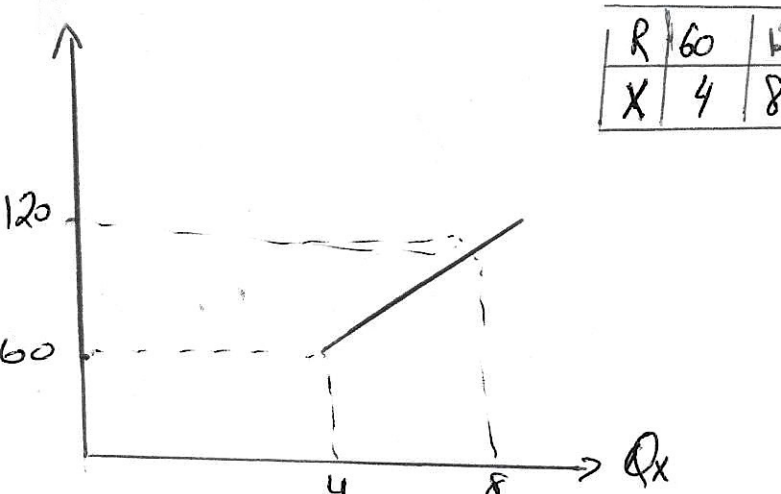
ومنه $(x^{*1}, y^{*1}) = (8, 1)$

- رسم منحنى الطلب للسلعتين X و Y:

السلعة X:

$$x = \frac{2R}{3P_x} \Leftrightarrow x = \frac{2R}{30}$$

$$\boxed{x = \frac{R}{15}}$$ ← معادلة الطلب للسلعة (X)



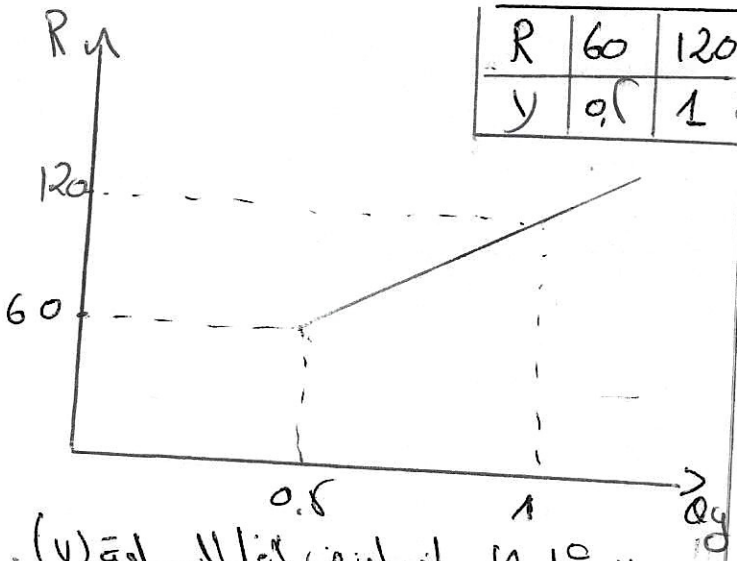
التمثيل البياني لمنحنى الطلب للسلعة (X)

السلعة Y:

$$y = \frac{R}{3P_y} \Leftrightarrow y = \frac{R}{3.40} \Rightarrow \boxed{\frac{R}{120} = y}$$

معادلة الطلب للسلعة (Y)

R	60	120
y	0.5	1



التمثيل البياني لمنحنى الطلب للسلعة (Y).