تمارين إضافية لسلسلة المنفعة الترتيبية

التمرين الأول: بافتراض أن دالة إشباع لمستهلك ما تأخذ الشكل التالي: $TU = XY$ ،إذا علمت أن :

$$R = 2400, P_y = 40, P_x = 80$$

المطلوب:

1. أحسب الكميات التي تحقق لهذا المستهلك أكبر إشباع؟
2. نفترض أن سعر السلعة Y تغير وأصبح 10 مع ثبات بقية العوامل، بين الأثر الاحلالي والأثر الدخلي ثم اشرح النتيجة؟
3. إشرح كيف يعمل الأثران عندما يرتفع سعر سلعة دنيا؟

التمرين الثاني: بافتراض أن دالة الاشباع لمستهلك ما للسلعتين X وY تأخذ الشكل التالي: $TU = (X^{1/3}Y^{1/3})$

المطلوب:

1. حدد منحنى استهلاك ـ الدخل عندما يتغير الدخل R وتبقى الأسعار ثابتة؟
2. حدد معادلة منحنى استهلاك ـ سعر عندما يتغير P_X مع ثبات كل من R و P_y ؟

التمرين الثالث: بافتراض أن دالة إشباع لمستهلك ما تأخذ الشكل التالي: $TU = 8X^2Y$

المطلوب:

1. إذا علمت أن: $R = 60, P_y = 40, P_x = 10$ أوجد التوليفة الإستهلاكية المثلى التي تحقق لهذا المستهلك أكبر إشباع؟ وحدد حجم المنفعة الكلية المحصلة؟
2. إذا علمت أن: $TU = 64\,, P_y = 40, P_x = 10$ حدد معادلة منحنى السواء؟ وأحسب المعدل الحدي للإحلال عند نقطة التوازن بطريقتين؟
3. نفترض أن سعر السلعة Y تغير وأصبح 2 مع ثبات بقية العوامل، حدد معادلة الطلب على Y وارسم المنحنى؟
4. أوجد التوليفة الجديدة للسلعتين X وY إذا أصبح R=120؟ أرسم منحنى أنجل للسلعتين X وY؟

الحل:

التمرين رقم2:

$$TU = xy, \qquad R = 2400\,, \qquad P_y = 40\,, \qquad P_x = 80$$

1. حساب الكميات التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع:

لدينا دالة لاغرانج من الشكل التالي:

$$L = TU + \lambda(R - x\,P_x - y\,P_y)$$

$$L = xy + \lambda(2400 - 80x\ - 40y)$$

نحسب المشتقات الجزئية الأولى:

$$\frac{\partial L}{\delta x} = 0 \Rightarrow y - 80\lambda = 0 \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{y}{80} \dots\dots\dots\dots (1)$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow x - 40\lambda = 0 \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{x}{40} \dots\dots\dots\dots (2)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 2400 - 80x - 40y = 0 \;\dots\dots\dots\dots (3)$$
$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{y}{80} = \frac{x}{40} \;\Rightarrow\; y = \frac{80x}{40} \;\Rightarrow y = 2x \;\dots\dots\dots\dots (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$2400 - 80x - 40(2x) = 0 \Rightarrow 2400 - 160x = 0$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{x = 15}$$

بتعويض قيمة x في (4) نجد: $y = 2x \;\Rightarrow \boldsymbol{y = 30}$

ومنه الكميات التي تحقق أكبر إشباع للمستهلك هي 15 وحدة من السلعة (X) و30 وحدة من السلعة (Y) وذلك عند مستوى إشباع يقدر بـ:

$$TU = xy \Rightarrow TU = 15\times 30 \;\Rightarrow \boldsymbol{TU = 450\ UU}$$

2. تبيان الأثر الإحلالي والأثر الدخلي مع شرح النتيجة في حالة $\boldsymbol{P_y = 10}$ مع ثبات باقي العوامل:

عندما يتغير سعر السلعة (Y) ويصبح 10 وحدات نقدية معناه وجود أثران، أثر إحلالي وأثر الدخل.

أ. الأثر الإحلالي: يبقى على نفس المستوى من الإشباع أي (450) وهذا يعني:

$$\begin{cases} TU = x.y \\ TU = 450 \;\Rightarrow xy = 450 \end{cases}$$

لدينا شرط التوازن:

$$\frac{-\partial y}{\partial x} = \frac{P_x}{P_y} \;\Rightarrow \frac{-\partial y}{\partial x} = \frac{80}{10} = 8$$
$$x.y = 450 \;\Rightarrow y = \frac{450}{x}$$
$$\frac{-\partial y}{\partial x} = \frac{450}{x^2}$$
$$\frac{-\partial y}{\partial x} = 8 \Leftrightarrow \frac{450}{x^2} = 8 \Rightarrow 8x^2 = 450 \Rightarrow \boldsymbol{x = 7.5}$$
$$y = \frac{450}{x} \Rightarrow \boldsymbol{y = 60}$$
$$TU = 7.5\times 60 \Rightarrow \boldsymbol{TU = 450\ UU}$$

الشرح: يعمل الأثر الإحلالي على الإبقاء على نفس المستوى من الإشباع (450) حيث يخفض المستهلك من السلعة (X) (من 15 وحدة إلى 7.5 وحدة) ويرفع من إستهلاكه للسلعة (Y) (من 30 وحدة إلى 60 وحدة).

ب. الأثر الدخلي: هناك طريقتان لإيجاد الأثر الدخلي

ط1/ قيد الدخل والميزانية: $R = xP_x + yP_y \Rightarrow 2400 = 15(80) + y(10)$

$$\Rightarrow \boldsymbol{y = 120}$$

ط2/ مضاعف لاغرانج:

$$L = xy + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow y - \lambda P_x = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{y}{P_x} \dots\dots\dots\dots (1)$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow x - \lambda P_y = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{x}{P_y} \dots\dots\dots\dots (2)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - xP_x - yP_y = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$
$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{y}{P_x} = \frac{x}{P_y} \Rightarrow y = \frac{P_x x}{P_y} \Rightarrow y = 8x \dots (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$2400 = 80x + 10(8x) \Rightarrow \boldsymbol{x = 15}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{y = 120}$$

الشرح: الأثر الدخلي يعمل على زيادة الكمية التي إنخفض سعرها بـ 90 وحدة دون التغيير في السلعة الأخرى.

3. شرح آلية عمل الأثران في حالة ارتفاع سعر سلعة دنيا:

الأثر الإحلالي:$\uparrow P \longleftarrow Q \downarrow$

الأثر الدخلي:$\uparrow P \longleftarrow Q \uparrow$

أي أن الأثران يعملان في اتجاهان متعاكسان في حالة السلع الدنيا.

عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا فإن الأثر الإحلالي يعمل على تخفيض الكمية المطلوبة من هذه السلعة التي إنخفض سعرها بينما يعمل الأثر الدخلي على زيادة الطلب عليها.