ب. الشرط الكافي: التحقق من أن التركيبة (X, Y)= (5, 5/2) تعظم المنفعة الكلية للمستهلك

نقوم بحساب المحدد الهيسي والذي يجب أن يكون موجب $|H| > 0$

$$|H| = \begin{vmatrix} \frac{\partial 2L}{\partial X^2} & \frac{\partial 2L}{\partial xy} & \frac{\partial 2L}{\partial xL} \\ \frac{\partial 2L}{\partial xy} & \frac{\partial 2L}{\partial Y^2} & \frac{\partial 2L}{\partial yL} \\ \frac{\partial 2L}{\partial xL} & \frac{\partial 2L}{\partial yL} & \frac{\partial 2L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -10 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix}$$

يمكن حساب المحدد بطريقتين:

← طريقة المحددات الجزئية:

$$|H| = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$|H| = 0\begin{vmatrix} 0 & -10 \\ -10 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} + (-5)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -5 & -10 \end{vmatrix} = 0 + 50 + 50 = \mathbf{100} > \mathbf{0}$$

← طريقة إضافة الأعمدة:

$$|H| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -10 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ -5 & -10 \end{matrix}$$

$$= [0 + (1.(-10)(-5)) + (-5)(1)(-10)] - [0 + 0 + 0] = 50 + 50 - 0$$

$$= \mathbf{100} > \mathbf{0}$$

بما أن إشارة المحدد الهيسي موجبة والشرط الكافي محقق فإن التوليفة السلعية (X,Y)=(5,5/2) تحقق توازن المستهلك عند مستوى إشباع يقدر بـ:

$$TU = 2.5 + 4.\frac{5}{2} + 5.\frac{5}{2} + 8 \Rightarrow TU = \mathbf{40,5\ UU}$$

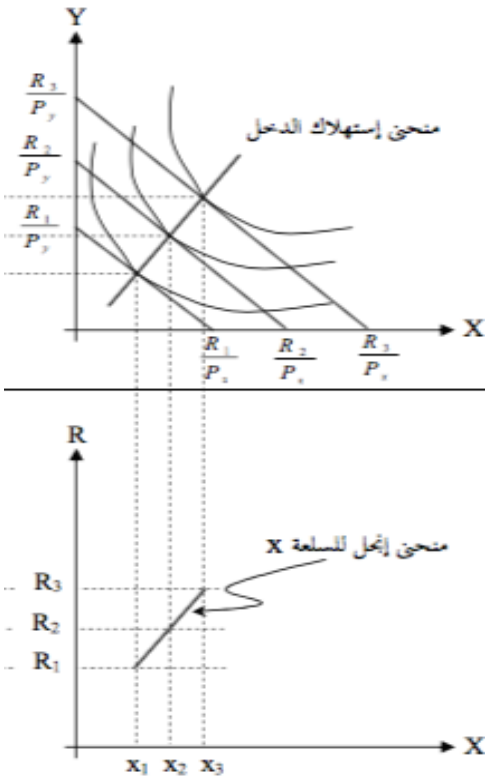
4. دراسة سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية:

بنينا دراستنا في تحليل سلوك المستهلك للحصول على أقصى إشباع فيما سبق على فرضية أن دخل المستهلك والأسعار السائدة في السوق ثابتة لفترة زمنية معينة، وفيمايلي نتخلى عن هذه الفرضية لندرس كل من أثر الدخل أو الأسعار أو كلاهما على القرار الإستهلاكي:

1.4. تغير دخل المستهلك: في حالة تغير مستوى الدخل المخصص للاستهلاك فأن التوليفة الاستهلاكية (x,y) تتغير وبالتالي خط الميزانية ينتقل حسب التغير الحاصل في الدخل، ففي حالة زيادة الدخل مثلا ينتقل خط الميزانية نحو اليمين بشكل يكون فيه منحنى السواء الجديد موازي لمنحنى السواء السابق و لهما ميل ثابت هو القيمة المطلقة $(\frac{P_x}{P_y})$. هذا وفي حالة زيادة الدخل فإن المستهلك يغير من مستوى إشباعه إلى

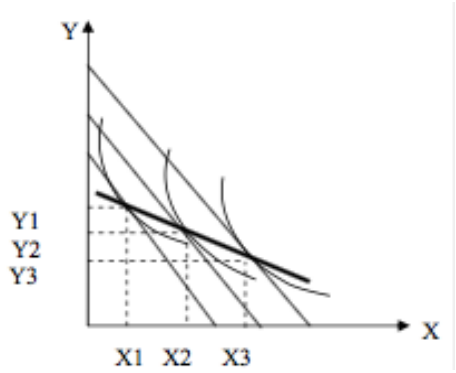
مستوى إشباع أعلى منه والذي يكون واضح في زيادة إستهلاكه للسلع أو الخدمات والعكس في حالة انخفاض الدخل. بتغير مستوى الدخل مع ثبات الأسعار نحصل على نقاط عديدة للتوازن وبالربط بينها نحصل على منحنى **استهلاك الدخل.**

من خلال منحنى إستهلاك الدخل يمكن إشتقاق أو الحصول على **منحنى أنجل (Engel)** والذي يعبر عن الكميات المستهلكة من إحدى السلع(y أوx) والتغير الحاصل في الدخل مع ثبات الأسعار كما هو موضح في الشكل أسفله.

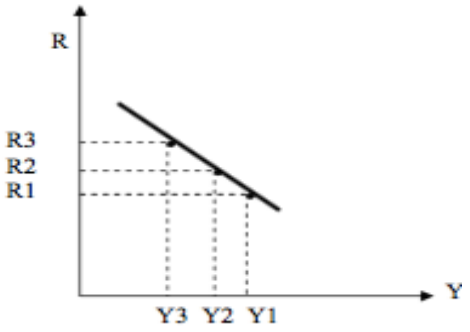


ملاحظة: العلاقة التي يأخذها شكل منحنى أنجل (طردية أو عكسية) هي نفسها التي يأخذها شكل منحنى الاستهلاك الدخل. فإذا كان ميل منحنى الاستهلاك الدخل موجب فإن الكمية المستهلكة من x وy ترتفع مع إرتفاع الدخل وهوما يبين أن كلا السلعتين عاديتين. أما إذا كان ميل منحنى الاستهلاك الدخل سالب فذلك يعني أن الكمية المستهلكة من السلعتين x وy تنخفض مع الزيادة في الدخل وهذا يدل على أن كلتا السلعتين سلع دنيا أورديئة. وهو مايمكن إستنتاجه أيضا من خلال منحنى إنجل حيث إذا تغيرت كمية السلعة المستهلكة طرديا مع إرتفاع الدخل فهي سلعة عادية. أما إذا تغيرت كمية السلعة المستهلكة عكسيا مع إرتفاع الدخل فإن السلعة المدروسة رديئة، فزيادة دخل المستهلك دفعه إلى تقليص إستهلاكه من السلعة الرديئة والتوجه نحو السلعة العادية.

منحنى إستهلاك الدخل



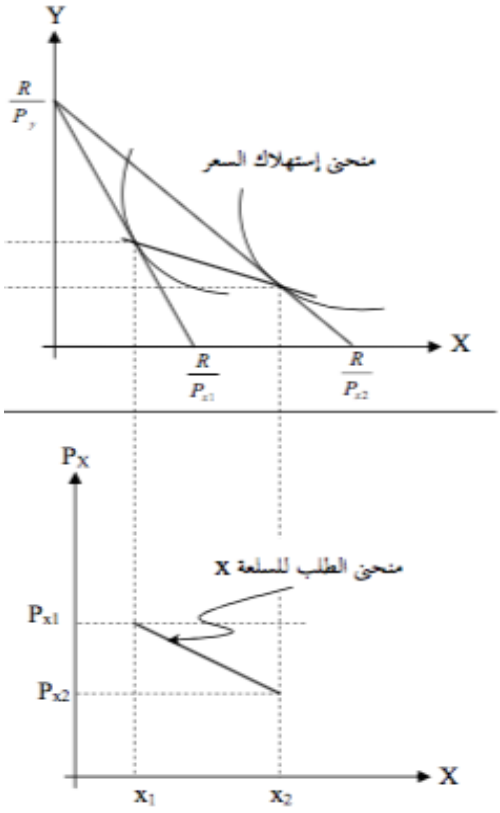
منحنى أنجل للسلعة Y (حالة السلع الرديئة)



2.4. تغير السعر:

إذا افترضنا أن سعر إحدى السلعتين و ليكن P_x تغير بالانخفاض $P_{x1} > P_{x2}$ مع ثبات باقي العوامل الأخرى وهو ما يؤدي الى زيادة الدخل الحقيقي ومن ثم إمكانية زيادة الطلب على السلعة (X)، وهو مايظهر من خلال دوران خط الميزانية من ناحية السلعة x الى النقطة $\frac{R}{P_{x2}}$ (عكس إتجاه عقارب الساعة) كما هو مبين في الشكل وحصول المستهلك على مستوى إشباع أكبر من الذي كان عليه قبل إنخفاض السعر ومن ثم تغير نقطة التوازن. إذا ما استمر السعر بالانخفاض نحصل على عدة نقاط وعند الربط بينها نحصل على منحنى **إستهلاك السعر** الذي يمثل الكميات من السلع والخدمات التي يطلبها المستهلك عند التغير في سعر إحدى السلع مع ثبات العوامل الأخرى.

يسمح منحنى استهلاك السعر باشتقاق **منحنى الطلب** الذي يمثل العلاقة بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها وذلك كما هو موضح في الشكل التالي:



ملاحظة:

ميل منحنى الطلب يكون سالب إذا كانت العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعرها عكسية وهو ما يعرف بـ**قانون الطلب** والذي ينص على أن أي تغير في سعر سلعة ما سيؤدي الى تغير في الاتجاه المعاكس في الكمية المطلوبة منها مع إستثناء بعض السلع أين نجد أمن هذه العلاقة تكون طردية مثل السلع الضرورية التي لايمكن الاستغناء عنها ولا توجد سلع بديلة لها، الأمر الذي يؤدي خاصة بأصحاب الدخول الضعيفة الى التقليص من إستهلاكها للسلع الكمالية وزيادة إستهلاكها للسلع الضرورية عند إرتفاع سعرها، وهذا النوع من السلع يعرف بسلع جيفن.