II / نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء، Indifference Curves)

نظرا للإنتقادات التي وجهت إلى نظرية المنفعة العددية وخاصة فيما يتعلق بتركيزها على وحدة قياس المنفعة وإمكانية قياس المنفعة والتي تعتبر عبارة عن إحساس يختلف من فرد إلى آخر، جاءت الصيغة الحديثة لتحليل سلوك المستهلك باستخدام ما يسمى بمنحنيات السواء والتي تستند على قدرة المستهلك في ترتيب تفضيلاته حسب أهمية المنفعة المتوقعة لسلعتين أو أكثر.

1. منحنى السواء (Indifference Curve):

1.1. تعريف منحنى السواء:

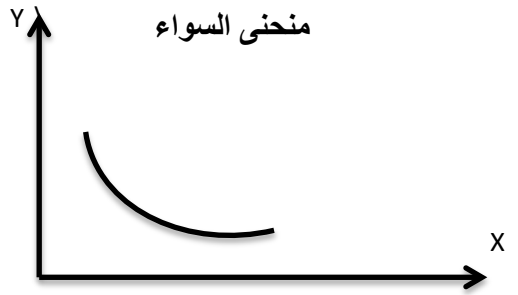
هوالتمثيل البياني الذي يربط بين مجموعة من النقاط، تمثل كل نقطة منها توليفة معينة من سلعتين مثلا (x,y) بشرط أن تحقق نفس المستوى من الإشباع (المنفعة) للمستهلك. بمعنى أن المستهلك يحصل على نفس مستوى الإشباع في أي نقطة من نقاط المنحنى، لهذا يسمى منحنى الإشباع المتماثل.

مثال (1):

لنفترض أن مستهلك عقلاني ما يرغب في الحصول على مستوى معين من الإشباع من السلعتين x وy وهو ما يدفعه للمفاضلة بين مجموعة من الثنائيات (x, y) التي تعطيه نفس مستوى الإشباع المرغوب فيه (المنفعة الكلية)، والجدول التالي يبين هذه الثنائيات:

الثنائية (x_i , y_i)	A	B	C	D	E
x_i	1	2	3	5	7
y_i	10	5	3	1.7	0.8

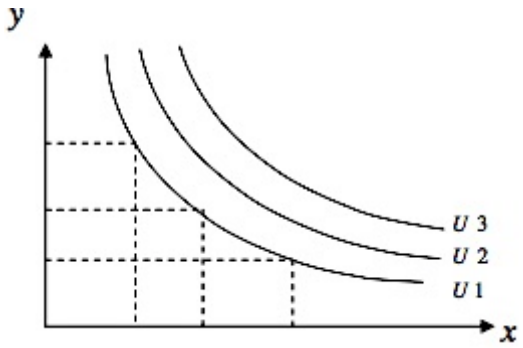
بتمثيل البيانات نحصل على منحنى السواء الموضح في الأسفل حيث يكون المستهلك على سواء في إختيار أي ثنائية على طول المنحنى لأنها تحقق له نفس المستوى من الإشباع أو المنفعة.



2.1. خريطة السواء (The indifference map)

هي مجموعة من منحنيات السواء والممثلة على نفس المعلم، والتي يمثل كل منحنى منها مستوى إشباع يختلف عن المنحنى الآخر جراء إستهلاك تركيبات سلعية مختلفة. هذا ويحكم منحنيات السواء قاعدة عامة وهي أنه كلما إبتعد منحنى السواء عن نقطة الاصل (مركز الإحداثيات (0,0))، أي اتجه نحو اليمين كلما

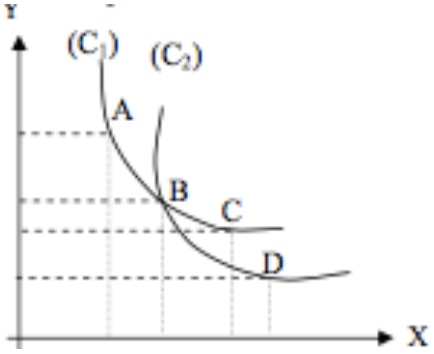
إزداد مستوى الإشباع والعكس صحيح بصرف النظر عن الفرق الكمي لكميات السلع المستهلكة عند المستوى الواحد $(\Delta TU = 0)$.



خريطة السواء

3.1. خصائص منحنيات السواء:

أ. منحنيات السواء متوازية ولا تتقاطع: بما أن كل مستوى إشباع يختلف عن مستوى الإشباع لمنحنى آخر فأنه من المستحيل أن تتقاطع منحنيات السواء مهما كانت الأسباب المؤثرة على السلوك الاستهلاكي للفرد.



للبرهان على ذلك نفترض وجود منحنيي سواء (C1) و(C2) يتقطاعان في النقطة B كما هو موضح في الشكل المقابل:

بمأن النقاط A, B, C تقع على نفس منحنى السواء (C1) فهي تحقق نفس مستوى الإشباع:

$$TU_A = TU_B = TU_C \dots\dots (1)$$

ومن جهة أخرى النقاط B, D تقع على نفس منحنى السواء (C2) وتحقق نفس مستوى الإشباع:

$$TU_B = TU_D \dots\dots (2)$$

باستعمال البرهان النقيض وبالاعتماد على علاقة التعدي بين المعادلتين (1) و (2)

$$\begin{cases} TU_A = TU_B = TU_C \\ TU_B = TU_D \end{cases} \Leftrightarrow TU_A = TU_B = TU_C = TU_D \Leftrightarrow (\mathbf{C1}) = (\mathbf{C2})$$

تقاطع منحنيات السواء أدى الى نتيجة تساوي المنحنيات حيث أن: $TU_C = TU_D$ و $TU_A = TU_D$ وهذا غير ممكن وخاطئ لأن النقطتين A و C تقعان على منحنى السواء (C1) والنقطة D تقع على منحنى السواء (C2)، مما يعني أن منحنيات السواء لا يمكن أن تتقاطع.

ب. ميل منحنى السواء سالب: تنحدر منحنيات السواء من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين معبرة عن علاقة عكسية أي أنها سالبة الميل. إنتقال المستهلك من نقطة إلى أخرى يعني أنه يزيد من استهلاكه من وحدات إحدى السلعتين مقابل إنقاصه لإستهلاكه لوحدات السلعة الأخرى مع البقاء على نفس منحنى السواء أي المحافظة على نفس مستوى الإشباع وهو ما يقود إلى فكرة المعدل الحدي للإحلال. يمكن إثبات ذلك كالتالي:

من علاقة حساب المنفعة الحدية لدينا: $MU_x = \frac{\Delta TU_x}{\Delta x} \Leftrightarrow \Delta TU_x = MU_x \times \Delta x \dots \dots \dots (1)$

ومن المسلمة أن المنفعة الكلية ثابتة على محنى السواء أي: $\Delta TU_{xy} = 0 \dots \dots \dots (2)$

بتحليل المعادلتين (1) و (2) نجد:

$$\begin{cases} TU_{xy} = TU_x + TU_y \\ \Delta TU_{xy} = \Delta TU_x + \Delta TU_y \end{cases} \Leftrightarrow \Delta TU_{xy} = MU_x \times \Delta x + MU_y \times \Delta y \dots \dots \dots (3)$$

بالمساواة بين المعادلتين (2) و (3) نجد:

$$MU_x \times \Delta TU_x + MU_y \times \Delta TU_y = 0 \Leftrightarrow MU_x \times \Delta x = -MU_y \times \Delta y \Leftrightarrow \frac{\boldsymbol{MUx}}{\boldsymbol{MUy}} = \frac{-\Delta \boldsymbol{y}}{\Delta \boldsymbol{x}}$$

ومنه نلاحظ أن ميل منحنى السواء سالب $(\frac{-\Delta y}{\Delta x} < 0)$

جـ. منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل (مقعرة من الأعلى): كلما ابتعدنا عن نقطة الأصل زادت المنفعة. يعود تحدب منحنيات السواء بالنسبة لنقطة لأصل عموما إلى قانون تناقص المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين X و Y و لهذا السبب ينحدر منحنى السواء إلى الأسفل و من اليسار إلى اليمين.

4.1 المعدل الحدي للإحلال: Marginal Rate of Substitution (MRS)

المعدل الحدي للإحلال هو عبارة عن عدد الوحدات التي يتخلى عنها المستهلك من إحدى السلعتين مقابل حصوله على وحدة واحدة من سلعة أخرى، بشرط بقائه على نفس منحنى السواء، أي عند نفس مستوى الإشباع، ونرمز له جبريا بـ MRS_{xy} (المعدل الحدي لاستبدال السلعة X مثلا محل السلعة Y) و بالتالي العلاقة بين كمية X وكمية Y علاقة عكسية، ولهذا نسبق عبارة MRS_{xy} بإشارة السالب أو نأخذ القيمة المطلقة لميل منحنى السواء حسب البيانات المتوفرة حول عملية الإحلال كالتالي:

$$MRS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|$$

في حالة دالة مستمرة إذا كانت دالة المنفعة $\boldsymbol{TU_{xy}}$ لمستهلك ما معطاة فإنه يمكن حساب المعدل الحدي للإحلال عن طريق حساب النسبة بين دوال المنافع الحدية للمستهلك (البرهان موضح في خاصية ميل منحنى السوا السالب) كالتالي:

$$MRS_{xy} = \frac{-\Delta y}{\Delta x} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{-\partial Q_y}{\partial Q_x} = \frac{P_x}{P_y}$$

ملاحظة: $\frac{-\Delta y}{\Delta x}$ هو عبارة عن ميل منحنى السواء عند أي نقطة وأيضا المعدل الحدي للإحلال عند تلك النقطة.

مثال (2): لتكن لدينا دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما من الشكل التالي: $TU = \sqrt{x}\sqrt{y} = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

المطلوب: ما هو المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين x و y ؟

الحل:

$$MRS_{xy} = \frac{MUx}{MUy}$$

لحساب المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين (x) و(y) نقوم أولا بحساب دوال المنفعة الحدية للمستهلك باستخدام دالة المنفعة الكلية المعطاة:

$$\longrightarrow MU_x = \frac{\partial TU}{\partial x} = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}$$

$$\longrightarrow MU_y = \frac{\partial TU}{\partial y} = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}$$

$$\Rightarrow MRS_{xy} = \frac{\frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}} = \frac{y}{x}$$