حل التمرين رقم 4:

3/ حساب مقدار الزيادة في الدخل إذا ارتفع سعر السلعة X إلى 90 دج وسعر السلعةY إلى 60 دج مع ثبات سعر السلعة Z:

يتم تقدير مستوى الزيادة في الدخل بعد تحديد التركيبة السلعية (x, y, z) التي تمكن المستهلك من تحقيق أقصى اشباع ممكن في ظل الأسعار الجديدة وذلك بتحقق شرط التوازن:

الجدول أعلاه (3 أعمدة الأخيرة) يبين نتائج تطبيق الشرط الأول حيث نجد التوليفة أو التوفيقة (x, y, z) = (1, 3, 4) تحققه ثم نقوم بالتأكد من تحقيقها للشرط الثاني المتمم كما هم موضح :

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \frac{MU_z}{P_z} \\ R = xP_x + yP_y + zP_z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{73}{90} = \frac{48}{60} = \frac{24}{30} \approx \mathbf{0.8} \\ \text{R= } 1\times(90)+ 3\times(60)+ 4\times(30) = \mathbf{390} \end{cases}$$

المستهلك هنا وفي ظل الأسعار الجديدة يكون في وضع توازني جديد حيث يستهلك وحدة واحدة من السلعة X و3 وحدات من السلعة Y و4 وحدات من السلعة Z.

مقدار الزيادة في الدخل: ΔR

$$\Delta R = R' - R \Rightarrow \Delta R = 390 - 360 \Rightarrow \Delta R = 30DA$$

نسبه الزيادة في الدخل:

$$360 \longrightarrow 100\%, \quad \Longrightarrow \quad \%\Delta R = \frac{\Delta R}{R}.100 = \frac{30}{360}.100 \quad \Rightarrow \%\Delta R = 8{,}33\ \%$$
$$30 \longrightarrow \%\Delta R$$

حل التمرين رقم 5:

1/ كمية كل من السلعتين X وY التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع ممكن في حدود دخله:

$$TU_X = -4x^2 + 80x$$
$$TU_y = -2.5y^2 + 75y$$
$$R= 96\ DA,\ P_X= 8,\ P_Y= 7\ DA$$

حتى يكون المستهلك في الوضعية المثلى (وضعية التوازن) فلا بد منه تحقق شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} & \text{الشرط الضروري} \\ R = XP_x + YP_y & \text{شرط الانفاق (المتمم)} \end{cases}$$

أولا نقوم بحساب دوال المنفعة الحدية:

$$\mathrm{MU_X} = \frac{\partial \mathrm{TU}}{\partial \mathrm{X}} = \frac{\partial(-4\mathrm{X}^2 + 80\mathrm{X})}{\sigma \mathrm{X}} = -8\mathrm{X} + 80$$
$$\mathrm{MU_Y} = \frac{\sigma \mathrm{TU}}{\sigma \mathrm{Y}} = \frac{\partial(-2.5\mathrm{Y}^2 + 75\mathrm{Y})}{\partial \mathrm{Y}} = -5\mathrm{Y} + 75$$

إنطلاقا من شرطي توازن المستهلك ينتج لدينا جملة معادلتين نقوم بحلها:

$$\begin{cases} \frac{-8X+80}{8} = \frac{-5Y+75}{7} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 96 = 8X + 7Y \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد:

$$-56X + 560 = -40Y + 600 \Rightarrow -40Y = -56X - 40 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 1.4X + 1} \dots\dots (3)$$

بتعويض قيمة Y في قيد الدخل (المعادلة (2)) نجد:

$$96 = 8X + 7\times(1.4X + 1) \Rightarrow 89 = 17.8\,X \Rightarrow \boldsymbol{X = 5}$$

بتعويض X=5 في المعادلة (3) نجد: $Y = 1.4\times(5) + 1 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 8}$

ومنه فإن التركيبة السلعية التي تحقق لهذا المستهلك أقصى مستوى اشباع ممكن تتمثل في 8 وحدات من السلعة Y و5 وحدات من السلعة X.

2/ إيجاد التوازن الجديد للمستهلك في حالة إنخفاض P_x الى 6 دج و P_y الى 4 دج:

إنطلاقا من شرط توازن المستهلك وبتعويض السعرين الجديدين ينتج لدينا جملة معادلتين نقوم بحلها:

$$\begin{cases} \frac{-8X+80}{6} = \frac{-5Y+75}{4} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 96 = 6X + 4Y \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد:

$$-30Y + 450 = -32X + 320 \Rightarrow -30Y = -32X - 130 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 1.06X + 4.33} \dots (3)$$

بتعويض قيمة Y في قيد الدخل (المعادلة (2)) نجد:

$$96 = 6X + 4\times(1.06X + 4.33) \Rightarrow \boldsymbol{X = 7.68}$$

بتعويض قيمة X في المعادلة (3) نجد: $Y = 1.06\times(7.68) + 4.33 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 12.47}$

ومنه فإن التركيبة السلعية التي تحقق لهذا المستهلك أقصى مستوى اشباع ممكن تتمثل في 12.47 وحدة من السلعة Y و7.68 وحدة من السلعة X.