

المحاضرة الثامنة

اختبار كاي تربيع χ^2 Chi Square

تمهيد:

تطرقنا في المحاضرات السابقة إلى معاملي الارتباط بيرسون الذي يتعامل مع البيانات الكمية وسبيرمان الذي يتعامل مع البيانات الرتبية، لكن في حالة ما إذا كانت البيانات نوعية، نستعمل اختبار كاي تربيع (χ^2)، الذي يعتبر أحد أهم الاختبارات اللابارامترية لفحص الدلالة الاحصائية للفروق، والأكثر استخداماً في العديد من الأبحاث والدراسات.

يستخدم اختبار مربع كاي مع البيانات النوعية أو التصنيفية (عند المستوى الاسمي) مثل النوع، الحالة الاجتماعية، المؤهل العلمي، وهناك نوعان من هذا الاختبار الاول يسمى اختبار مربع كاي لحسن المطابقة، ويتميز بالتعامل مع متغير تصنيفي (نوعي واحد) له مستويان أو أكثر ويسمى كل مستوى خلية، واختبار مربع كاي للاستقلال، ويتميز بالتعامل مع متغيرين تصنيفيين (نوعيين) متفاعلين أحدهما يمثل الصفوف والآخر يمثل الأعمدة (مراد، هادي، و جاد الرب، 2017).

أولا اختبار مربع كاي لحسن المطابقة:

الهدف منه هو مقارنة التوزيع الملاحظ لخاصية ما بالتوزيع النظري لها، فالباحث يهدف هنا لمعرفة ما إذا كانت تكرارات عينة ما متشابهة ومتطابقة وممثلة لتكرارات المجتمع الذي أخذت منه هذه العينة، ومعنى ذلك أن هذا الاختبار يساعد على معرفة ما إذا كانت العينة المدروسة ممثلة (تنتمي) للمجتمع الاحصائي.

والفرضيات التي يمكن دراستها بواسطة اختبار مربع كاي للتطابق هي:

- وجود أو عدم وجود تطابق بين التوزيع الملاحظ والتوزيع النظري في خاصية ما.
- الكشف عن الدلالة الاحصائية للفروق بين التكرارات الملاحظة والتكرارات النظرية (بوعلاق، 2009).

قانونه هو:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

بحيث:

fo: التكرارات الملاحظة (المشاهدة).

fe: التكرارات النظرية (المتوقعة) .

مثال:

لنفترض أن باحث سأل مجموعة من النساء عن اللون المفضل لديهن عند شرائهن للأحذية، فكانت التكرارات الملاحظة كما يلي:

اللون الأبيض	اللون البني	اللون الأسود	
55	60	65	التكرارات الملاحظة fo

المطلوب:

- اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ؟

اللون المفضل هو متغير نوعي (مستوى القياس اسمي) له ثلاث مستويات (أسود، أبيض، بني).

* تحديد المشكلة: هل هناك فروق ذات دلالة احصائية بين النساء في تفضيل اللون؟

أو يمكن القول: هل هناك تطابق بين التوزيع المشاهد، والتوزيع النظري المتوقع فيما يخص تفضيل اللون؟

* صياغة الفرضيات: H_0 : لا يوجد فروق ذات دلالة احصائية بين النساء في تفضيل اللون؟ H_1 : يوجد فروق ذات دلالة احصائية بين النساء في تفضيل اللون؟

* تحديد نوع الاختبار المناسب: اختبار مربع كاي لحسن المطابقة لأن لدينا متغير نوعي واحد، مستوى القياس اسمي، وقانونه:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

العمليات الحسابية:

التكرارات	اللون الأسود	اللون البني	اللون الأبيض	المجموع
Fo	65	60	55	180
Fe	60	60	60	180
fo-fe	05	0	5-	/
(fo-fe) ²	25	0	25	50

أولا نحسب قيمة fe:

$$fe = \frac{65+60+55}{3} = 60$$

ثم نحسب مربع كاي:

$$\chi^2 = \frac{50}{60} = 0.83$$

إن القيمة المحسوبة لـ مربع كاي بلغت 0.83، سوف نستخرج قيمة مربع كاي المجدولة من جدول خاص بـ مربع كاي، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: $df = r - 1 = 3 - 1 = 2$ ، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد $\alpha = 0.05$ ، بعد ذلك نذهب إلى جدول مربع كاي ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 2 (الطرف الموجب)، ونستخرج قيمة مربع كاي المجدولة والتي تساوي: 5.99

*** اتخاذ القرار:** بما أن مربع كاي المحسوبة 0.83 أقل من مربع كاي المجدولة 5.99، نقبل الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ، ودرجة حرية $df = 2$ ، وبالتالي لا يوجد فرق دال بين النساء في تفضيل اللون.

ثانيا: اختبار مربع كاي للاستقلالية:

مثال: نفترض أن باحث أراد أن يتحقق مما إذا كان طلاب المدارس الثانوية يختلفون عن الطالبات في وجهة نظرهم نحو العمل الحرفي، لذلك انتقى عشوائيا مجموعتين احدهما من البنين عددها 85، وأخرى من البنات عددها 50 طالبة، وطلب من كل فرد من العينتين أن يحدد ما إذا كان وافقا

أو محايدا أو غير موافق على التدريب على الأعمال الحرفية بعد تخرجه من المدرسة الثانوية، ويوضح الجدول التالي توزيع استجابات كل من العينتين.

بالنسبة للطلبة 60 كانو موافق، 12 محايد، و 13 غير موافق.

بالنسبة للطلبات 20 موافق، 16 محايد، 14 غير موافق.

المطلوب: اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.05؟

أولا نرسم جدول مربع كاي:

الاتجاه نحو العمل الجنس	موافق	محايد	غير موافق	المجموع
بنين	60 50.37	12 17.63	13 17	85
بنات	20 29.63	16 10.37	14 10	50
المجموع	80	28	27	135

ثم نقوم بحساب التكرارات النظرية fe .

التكرارات النظرية هي باللون الأحمر = مجموع كل عمود $\times$ مجموع الصف / المجموع الكلي للتكرارات.

*** تحديد المشكلة:** هل هناك فروق ذات دلالة احصائية بين الذكور والإناث في وجهات نظرهم نحو العمل الحرفي؟

*** صياغة الفرضيات:** H_0 : لا يوجد فروق ذات دلالة احصائية بين الذكور والاناث في وجهات نظرهم نحو العمل الحرفي؟

H_1 : يوجد فروق ذات دلالة احصائية بين الذكور والاناث في وجهات النظر

نحو العمل الحرفي؟

*** تحديد نوع الاختبار المناسب:** اختبار مربع كاي للاستقلالية لأن لدينا متغيرين نوعيين، مستوى القياس اسمي، وقانونه:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

العمليات الحسابية:

$$\chi^2 = \frac{(60-50.37)^2}{50.37} + \frac{(12-17.63)^2}{17.63} + \frac{(13-17)^2}{17} + \frac{(20-29.63)^2}{29.63} + \frac{(16-10.37)^2}{10.37} + \frac{(14-10)^2}{10} = 1.84+1.80+0.94+3.13+3.06+1.6= 12.37$$

إن القيمة المحسوبة لـ مربع كاي بلغت 12.37، سوف نستخرج قيمة مربع كاي المجدولة من جدول خاص بـ مربع كاي، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: (الأعمدة - 1) × (الصفوف - 1) = (1-2) × (1-3) = 2، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد $\alpha = 0.05$ ، بعد ذلك نذهب إلى جدول مربع كاي ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 2 (الطرف الموجب)، ونستخرج قيمة مربع كاي المجدولة والتي تساوي: 5.99

*** اتخاذ القرار:** بما أن مربع كاي المحسوبة 12.37 أكبر من مربع كاي المجدولة 5.99، نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ، ودرجة حرية $df = 2$ ، وبالتالي يوجد فروق ذات دلالة احصائية بين الذكور والاناث في وجهات نظرهم نحو العمل الحرفي.

التفسير: الباحث متأكد بنسبة 95% من أن هناك فروق ذات دلالة احصائية بين الذكور والاناث في وجهات نظرهم نحو العمل الحرفي، مع نسبة خطأ 5%.

ملاحظة: إذا كانت درجات الحرية تساوي 1 يجب ادخال تعديل على معادلة مربع كاي كما يلي:

$$\chi^2 = \sum \frac{(|fo - fe| - 0.5)^2}{fe} \quad (\text{بوعلاق، 2009})$$

قائمة المراجع:

بوعلاق، محمد. (2009). الموجه في الاحصاء الوصفي والاستدلالي في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية. الجزائر: دار الأمل للطباعة والنشر والتوزيع.

مراد، صلاح أحمد، هادي، فوزية عباس، وجاد الرب، هشام فتحي. (2017). الاحصاء الاستدلالي في العلوم السلوكية. القاهرة: دار الكتاب الحديث.

انجز التمارين التالية:

التمرين الأول:

نفترض أن باحث أراد معرفة ما إذا كان التحصيل الدراسي يتأثر بنمط المراجعة فتحصل على البيانات التالية:

25 يراجعون في الفترة الصباحية منهم 10 ناجح و15 راسب.

22 يراجعون في الفترة المسائية منهم 12 ناجح و10 راسب.

25 يراجعون في الفترة الليلية منهم 15 ناجح و10 راسب.

المطلوب: اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.05. علما أن القيمة المجدولة 5.99.

التمرين الثاني:

لنفترض أن باحث سأل مجموعة من الشباب عن وسائل التواصل الاجتماعي التي يستخدمونها فتحصل على البيانات التالية:

التكرارات	الفايبر	الواتس	الفايبر	الانستغرام
80	100	50	200	

المطلوب: اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.05 علما أن القيمة المجدولة 7.82.