المحاضرة السابعة:

اختبار "ت" T test

تمهيد:

يعد اختبار "ت" من أكثر الأساليب البرامترية استخداما في الأبحاث والدراسات النفسية والتربوية والاجتماعية، وترجع نشأته الأولى إلى أبحاث العالم ستودنت (Student)، وقد سمي الاختبار "ت" لأكثر الحروف تكرارا في اسمه وهو حرف التاء، ويستخدم هذا الاختبار لقياس الفروق بين المتوسطات المرتبطة والمستقلة للعينات المتساوية وغير المتساوية، وهناك ثلاث أنواع لهذا الاختبار هي:

- اختبار "ت" لعينتين مستقلتين (Independent Samples T Test).
- اختبار "ت" لعينة واحدة (One Sample T Test).
- اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين (Paired Samples T Test).

1. افتراضات استخدام اختبار "ت":

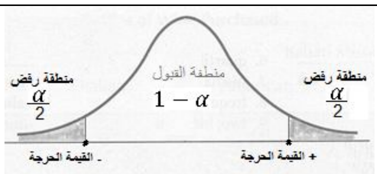
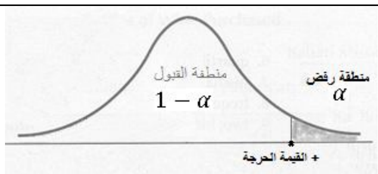
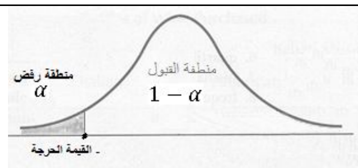
- أن تكون البيانات كمية.
- مستوى القياس نسبي أو مسافات متساوية (فئوي) .
- أن يكون التوزيع اعتد اليا.
- العشوائية في اختيار العينة.
- استقلالية المشاهدات .
- حجم العينة: يجب أن لا يقل عن 5، ويفضل أن يزيد عن 30.
- تجانس العينتين. (بالنسبة لعينتين متجانستين)

النوع الأول

اختبار "ت" لعينتين مستقلتين (Independent Samples T Test).

يستخدم هذا الإختبار لمقارنة متوسطي عينتين مستقلتينن، وتكون العينتان مستقلتان إذا كانت مختلفتان من حيث الأفراد، ويخضع هذا النوع لنفس الشروط التي يتطلبها أي اختبار بارامتري، وتكون متجانستان إذا كانت متساويتان من حيث العدد، وكان تباين إحدى العينتين لا يفوق الضعف، بمعنى لا يختلف عن تباين العينة الأخرى بأكثر من مرتين (مثلا 4، 8، 8 ضعف أربعة)، وإذا اختلفت العينتان من حيث العدد، وجب اختبار التجانس عن طريق اختبار F.

* الفروض التي يمكن أن تصاغ في هذا النوع هي:

نوع الاختبار	الاختبار من طرفين	الاختبار من طرف واحد	الاختبار من طرف واحد
H_0	$H_0: \mu_1 = \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$
H_1	$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$H_1: \mu_1 > \mu_2$	$H_1: \mu_1 < \mu_2$
			

- هناك نوعان من اختبار "ت" لعينتين مستقلتين اعتمادا على افتراض التجانس هما:

* اختبار "ت" لعينتين مستقلتين متجانستين.

* اختبار "ت" لعينتين مستقلتين غير متجانستين.

في حال عدم التجانس قانونه هو:	في حال التجانس قانونه هو:
$T = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$	$T = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\right]\left[\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right]}}$

(kim, 2015)

اختبار "ت" لعينتين مستقلتين ومتجانستين

يتم حساب اختبار "ت" لعينتين مستقلتين ومتجانستين باستخدام القانون التالي:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right]\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$Df = n_1 + n_2 - 2$$

حيث أن:

$\bar{x}_1$: المتوسط الحسابي للعينة الأولى.

$\bar{x}_2$: المتوسط الحسابي للعينة الثانية.

s_1^2: تباين العينة الأولى.

s_2^2: تباين العينة الثانية.

n_1: عدد أفراد العينة الأولى.

n_2: عدد أفراد العينة الثانية.

مثال: الجدول التالي يمثل درجات مجموعتين من الذكور والإناث في التحصيل الدراسي لمقياس الإحصاء التطبيقي للسنة الثالثة ارشاد وتوجيه بجامعة الجلالي بونعامة خميس مليانة، تم اختيارهم بطريقة عشوائية.

المطلوب: اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.01؟

الذكور	7	4	5	3	8	6	2
الإناث	3	5	15	2	10	13	/

حل التمرين:

1. طرح المشكلة: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الذكور والإناث في التحصيل الدراسي لمقياس الإحصاء التطبيقي للسنة الثالثة ارشاد وتوجيه بجامعة الجلالي بونعامة خميس مليانة؟

2. صياغة الفرضيات:

$H_0:\ \mu_1 = \mu_2$

(غير موجهة) $H_1:\ \mu_1 \neq \mu_2$

3. تحديد الاختبار المناسب: اختبار "ت" لعينتين مستقلتين.

4. إجراء العمليات الحسابية:

N	X_1	X_2	X_1^2	1
1	7	3	49	9
2	4	5	16	25
3	5	15	25	225
4	3	2	9	4
5	8	10	64	100
6	6	13	36	169
7	2	/	4	/
$\sum$	35	48	203	532

*** نختبر التجانس:**

يتم ذلك عن طريق التحقق من تجانس العينتين باستعمال اختبار F وفق القانون التالي:

$$\mathbf{F} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

*** حساب تباين العينة الأولى:**

$$\boldsymbol{s_1^2} = \frac{n\sum x_1^2 - (\sum x_1)^2}{n\,(n-1)} = \frac{7(203)-(35)^2}{7(7-1)} = 4.67$$

*** حساب تباين العينة الثانية:**

$$s_2^2 = \frac{n\sum x_2^2 - (\sum x_2)^2}{n\,(n-1)} = \frac{6(532)-(48)^2}{6(6-1)} = 29.6$$

*** حساب قيمة "ف" المحسوبة F_C:**

$$F = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{s_2^2}{s_1^2} = \frac{29.6}{4.67} = 6.34$$

$F_{C=}$ 6.34

*** تحديد قيمة "ف" المجدولة F_T:**

يتم تحديدها من جدول "ف"، باستخدام درجتي حرية البسط والمقام، ومستوى الدلالة الإحصائية 0.01 أو 0.05.

البسط Df= n-1=6-1=5

المقام Df=n-1=7-1=6

$F_{t(5,6)}$ =8.75 عند مستوى الدلالة 0.01.

*** ملاحظة:** درجة الحرية هي نقطة التقاطع بين البسط والمقام أنظر الجدول الخاص بـــ"ف" آخر المحاضرات.

بما أن قيمة "ف" المحسوبة (F_C)6.34 أقل من قيمة "ف" المجدولة (F_T) 8.75 يوجد تجانس منه نستخدم اختبار "ت" لعينتين مستقلتين ومتجانستين.

*** حساب المتوسط الحسابي للعينة الأولى $\bar{x}_1$:**

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} = \frac{35}{7} = 5$$

*** حساب المتوسط الحسابي للعينة الثانية $\bar{x}_2$:**

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n_2} = \frac{48}{6} = 8$$

*** حساب قيمة "ت" المحسوبة Tc:**

$$T_C = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\right]\left[\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$T_C = \frac{5-8}{\sqrt{\left[\frac{(7-1)4.67 + (6-1)29.6}{7+6-2}\right]\left[\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\right]}}$$

$$T_C = -1.35$$

*** حساب درجة الحرية:**

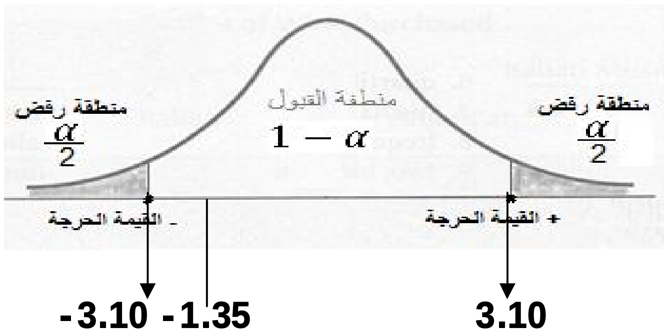
$$Df = n_1 + n_2 - 2 = 7+6-2=11$$

- **تحديد قيمة "ت" المجدولة T_t:**
- إذن القيمة المحسوبة لـــ "ت" بلغت 1.35-، سوف نستخرج قيمة "ت" المجدولة من جدول خاص بـــ "ت"، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: 11، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد α = 0.01، بعد ذلك نذهب إلى جدول "ت" ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.01 و درجة الحرية 11 عند فرضية بديلة غير موجهة (الطرفين)، ونستخرج قية "ت" المجدولة والتي تساوي:3.10-

T_{t}= -3.10 عند مستوى الدلالة 0.01 (انظر جدول "ت" بعد المحاضرات)

5. المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن "ت" المحسوبة 1.35 (نأخذ القيمة المطلقة لما تكون القيمة سالبة) أقل من "ت" المجدولة 3.10، نقبل الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة α=0.01، ودرجة حرية df= 11، وبالتالي لا توجد توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الذكور والإناث في التحصيل الدراسي لمقياس الإحصاء التطبيقي للسنة الثالثة ارشاد وتوجيه بجامعة الجلالي بونعامة خميس مليانة.



* التفسير: الباحث متأكد بنسبة 99% من أنه لا توجد توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الذكور والإناث في التحصيل الدراسي لمقياس الإحصاء التطبيقي للسنة الثالثة ارشاد وتوجيه بجامعة الجلالي بونعامة خميس مليانة، مع نسبة خطأ 1%، وعند درجة حرية 11.

اختبار "ت" لعينتين مستقلتين وغير متجانستين

يتم حساب اختبار"ت" لعينتين مستقلتين وغير متجانستين باستخدام القانون التالي:

$$T= \frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$Df= \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2\right)^2}{n_1^2(n_1-1)}+\frac{\left(s_2^2\right)^2}{n_2^2(n_2-1)}}$$

حيث أن:

$\bar{x}_1$: المتوسط الحسابي للعينة الأولى.

$\bar{x}_2$: المتوسط الحسابي للعينة الثانية.

s_1^2: تباين العينة الأولى.

s_2^2: تباين العينة الثانية.

n_1: عدد أفراد العينة الأولى.

n_2: عدد أفراد العينة الثانية.

* ملاحظة: افتراضات استخدام اختبار"ت" لعينتين مستقلتين غير متجانستين هي نفسها افتراضات اختبار "ت" السابقة فقط تفترض أيضا عدم تجانس تباين العينتين.

مثال: الجدول أدناه يوضح درجات مجموعتين الأولى تجريبية والثانية ضابطة في اختبار للذكاء، والمطلوب اختبار الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.05، مع افتراض أن الفروق لصالح المجموعة التجريبية؟

20	19	13	48	19	32	22	17	35	المجموعة التجريبية
/	/	7	2	14	10	9	3	11	المجموعة الضابطة

حل التمرين:

1. طرح المشكلة: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والضابطة في اختبار الذكاء؟

2. صياغة الفرضيات:

$$H_0 :\ \mu_1 = \mu_2$$

(موجهة) $H_1 :\ \mu_1 > \mu_2$

3. تحديد الاختبار المناسب: اختبار "ت" لعينتين مستقلتين.

4. إجراء العمليات الحسابية:

N	X_1	X_2	X_1^2	X_2^2
1	35	11	1225	121
2	17	3	289	9
3	22	9	484	81
4	32	10	1024	100
5	19	14	361	196
6	48	2	2304	4
7	13	7	169	49
8	19	/	361	/
9	20	/	400	/
$\sum$	225	56	6617	560

*** نختبر التجانس:**

يتم ذلك عن طريق التحقق من تجانس العينتين باستعمال اختبار F وفق القانون التالي:

$$\mathbf{F} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

*** حساب تباين العينة الأولى:**

$$s_1^2 = \frac{n\sum x_1^2 - (\sum x_1)^2}{n\,(n-1)} = \frac{9(6617)-(225)^2}{9(9-1)} = 124$$

*** حساب تباين العينة الثانية:**

$$s_2^2 = \frac{n\sum x_2^2 - (\sum x_2)^2}{n\,(n-1)} = \frac{7(560)-(56)^2}{7(7-1)} = 18.67$$

*** حساب قيمة "ف" المحسوبة F_C:**

$$F = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{124}{18.67} = 6.64$$

$F_{C=}$ 6.64

*** تحديد قيمة "ف" المجدولة F_T:**

يتم تحديدها من جدول "ف"، باستخدام درجتي حرية البسط والمقام، ومستوى الدلالة الإحصائية 0.05.

البسط Df= n-1=9-1=8

المقام Df=n-1=7-1=6

$F_{t\,(8,6)}$ =4.15 عند مستوى الدلالة 0.05.

*** ملاحظة:** درجة الحرية هي نقطة التقاطع بين البسط والمقام أنظر الجدول الخاص بـــ"ف" آخر المحاضرات.

بما أن قيمة "ف" المحسوبة (F_C)6.64 أكبر من قيمة "ف" المجدولة (F_T) 4.15 لا يوجد تجانس منه نستخدم اختبار "ت" لعينتين مستقلتين وغير متجانستين.

* **حساب المتوسط الحسابي للعينة الأولى $\bar{x}_1$:**

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} = \frac{225}{9} = 25$$

*** حساب المتوسط الحسابي للعينة الثانية $\bar{x}_2$:**

$$\bar{x}_2=\frac{\sum x_2}{n_2}=\frac{56}{7}=8$$

* **حساب قيمة "ت" المحسوبة T_C:**

$$T=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$T=\frac{25-8}{\sqrt{\frac{124}{9}+\frac{18.67}{7}}}$$

$$T_C=4.20$$

* **حساب درجة الحرية:**

$$Df=\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2\right)^2}{n_1^2(n_1-1)}+\frac{\left(s_2^2\right)^2}{n_2^2(n_2-1)}}$$

$$Df=\frac{\left(\frac{124}{9}+\frac{18.67}{7}\right)^2}{\frac{(124)^2}{(9)^2(9-1)}+\frac{(18.67)^2}{(7)^2(7-1)}}$$

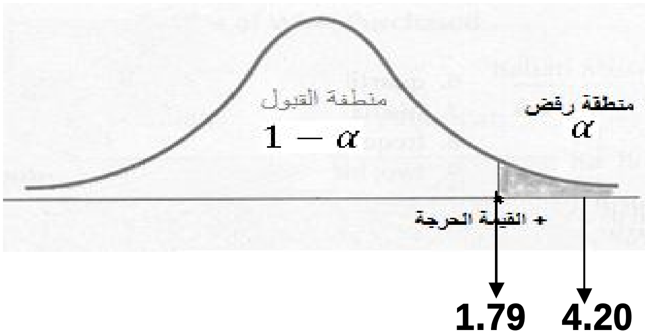
$Df=10.86$ بالتقريب 11.

- **تحديد قيمة "ت" المجدولة T_t:**
- إذن القيمة المحسوبة لـــ "ت" بلغت 4.20، سوف نستخرج قيمة "ت" المجدولة من جدول خاص بـــ "ت"، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: 11، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد α = 0.05، بعد ذلك نذهب إلى جدول "ت" ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 11 عند فرضية بديلة موجهة ونستخرج قية "ت" المجدولة والتي تساوي:1.79

$T_{t=1.79}$ عند مستوى الدلالة 0.05 (انظر جدول "ت" بعد المحاضرات)

5. المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن "ت" المحسوبة 4.20 أكبر من "ت" المجدولة 1.79، نرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة α=0.05، ودرجة حرية df= 11، وبالتالي توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والضابطة في اختبار الذكاء لصالح المجموعة التجريبية.



* التفسير: الباحث متأكد بنسبة 95% من أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والضابطة في اختبار الذكاء لصالح المجموعة التجريبية، مع نسبة خطأ 5%، وعند درجة حرية 11.

*** ملاحظة:**

في حالة تساوي حجم المجموعتين المستقلتين (ن$_1$=ن$_2$) فإنه يمكن استعمال القانون التالي:

$$T=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2+s_2^2}{n}}}$$

$$df=2n-2$$

النوع الثاني

اختبار "ت" لعينة واحدة One Sample Ttest

هو حساب الفروق لعينة واحدة من خلال قياس واحد، ويستخدم هذا الاختبار في مقارنة المتوسط الحسابي للعينة($\bar{x}$) بقيمة مفترضة للمجتمع الأصلي، هي المتوسط الحسابي للمجتمع (μ).

ويتم حساب اختبار "ت" لعينة واحدة من خلال القانون التالي:

$$T=\frac{\bar{x}-\mu}{s\bar{x}}$$

$$S\overline{X}= \frac{s}{\sqrt{n}}$$ *(urgoni, walker, 1995)*

$$Df= n-1$$

حيث ان:

$\bar{x}$: المتوسط الحسابي للعينة.

μ: المتوسط الافتراضي

$s\bar{x}$: الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي للعينة.

S: الانحراف المعياري للعينة.

n: حجم العينة.

* افتراضات استخدام اختبار "ت" لعينة واحدة:

- البيانات كمية.
- الاختيار العشوائي للعينة.
- التوزيع الاعتدالي.

مثال: أراد باحث مقارنة متوسط تحصيل عينة من التلاميذ في مادة الرياضيات بأحد المدارس بمتوسط تحصيل كامل طلاب المدرسة في نفس المادة، فذهب إلى مدرسة وسأل مدير المدرسة عن متوسط تحصيل التلاميذ في مادة الرياضيات فأجابه 10 (المتوسط الافتراضي)، فقام بسحب عينة عشوائية تتكون من 8 تلاميذ، ثم حاول معرفة الفروق بين متوسط المجتمع ومتوسط العينة فتحصل على النتائج التالية: X: 8, 9, 11, 5, 4, 2, 12, 5

حل التمرين:

1. طرح المشكلة: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط تحصيل عينة من التلاميذ في مادة الرياضيات ومتوسط تحصيل كامل تلاميذ المدرسة في نفس المادة؟

2. **صياغة الفرضيات:**

$$H_0 : \mu = 10$$

$$H_1 : \mu \neq 10$$ (غير موجهة)

3. **تحديد الاختبار المناسب:** اختبار "ت" لعينة واحدة.

4. **إجراء العمليات الحسابية:**

X	8	9	11	5	4	2	12	5	$\sum$=56
X^2	64	81	121	25	16	4	144	25	$\sum$=480

* **حساب المتوسط الحسابي $\bar{X}$:**

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{56}{8} = 7$$

* **حساب الانحراف المعياري:**

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$s = \sqrt{\frac{8(480) - (56)^2}{8\,(8-1)}}$$

$$s = 3.54$$

*** حساب قيمة "ت" المحسوبة T_C:**

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s\bar{x}}$$

$$T = \frac{7-10}{\frac{3.54}{\sqrt{8}}} = \frac{-3}{1.25}$$

$$T_C = -2.4$$

*** حساب درجة الحرية:**

Df= n-1= 8-1=7

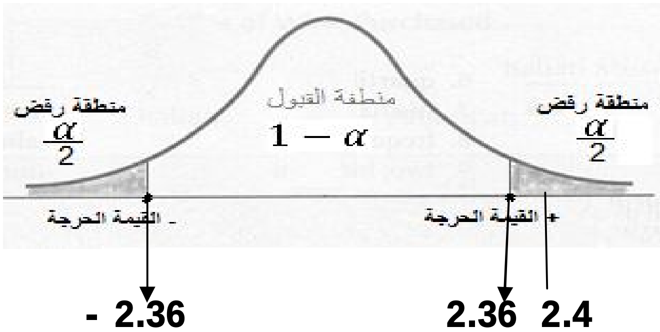
- **تحديد قيمة "ت" المجدولة T_t:**
- إذن القيمة المحسوبة لــ "ت" بلغت 2.4-، سوف نستخرج قيمة "ت" المجدولة من جدول خاص بـــ "ت"، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: 7، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد α = 0.05، بعد ذلك نذهب إلى جدول "ت" ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 7 عند فرضية بديلة غير موجهة ونستخرج قية "ت" المجدولة والتي تساوي: 2.36-

$T_{t}= -2.36$ عند مستوى الدلالة 0.05 (انظر جدول "ت" بعد المحاضرات)

5. المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن "ت" المحسوبة 2.4 (نأخذالقيمة المطلقة لما تكون القيمة سالبة) أكبر من "ت" المجدولة 2.36، نرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة α=0.05، ودرجة حرية df= 7، وبالتالي توجد فروق

ذات دلالة إحصائية بين متوسط تحصيل عينة من التلاميذ في مادة الرياضيات ومتوسط تحصيل كامل تلاميذ المدرسة في نفس المادة.



* **التفسير:** الباحث متأكد بنسبة 95% من أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط تحصيل عينة من التلاميذ في مادة الرياضيات ومتوسط تحصيل كامل تلاميذ المدرسة في نفس المادة، مع نسبة خطأ 5%، وعند درجة حرية 7.

مثال2: قام أحد الباحثين باختيار 8 أساتذة من مرحلة التعليم الابتدائي بطريقة عشوائية، وطبق عليهم مقياس الاحتراق النفسي مكون من 22 بند، وخمس بدائل (1.2.3.4.5)، فتحصل على النتائج التالية:

X: 100, 80, 90, 50, 110,100, 100, 100

المطلوب: تحقق من الفرضية القائلة بأن مستوى الاحتراق النفسي لدى أساتذة مرحلة التعليم الابتدائي مرتفع؟

قام الباحث بحساب المتوسط النظري (الفرضي) لاستخدامه في تحديد مستوى الاحتراق النفسي لدى أساتذة مرحلة التعليم الابتدائي كما يلي:

* قام بحساب متوسط درجات البدائل ثم ضربه في عدد بنود المقياس

$$\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$$

$22\times3=66$ المتوسط الفرضي

حل التمرين:

1. طرح المشكلة: هل مستوى الاحتراق النفسي لدى أساتذة مرحلة التعليم الابتدائي مرتفع؟

2. صياغة الفرضيات:

$$H_0:\ \mu = 66$$

(غير موجهة) $H_1: \mu > 66$

3. تحديد الاختبار المناسب: اختبار "ت" لعينة واحدة.

4. إجراء العمليات الحسابية:

X	100	80	90	50	110	100	100	100	$\sum$=730
X^2	10000	6400	8100	2500	12100	10000	10000	10000	$\sum$=69100

*** حساب المتوسط الحسابي** :

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{730}{8} = \mathbf{91.25}$$

*** حساب الانحراف المعياري:**

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$s = \sqrt{\frac{8(\,69100) - (730)^2}{8\,(8-1)}}$$

$$s = \mathbf{18.85}$$

*** حساب قيمة "ت" المحسوبة** T_C:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s\bar{x}}$$

$$T = \frac{91.25 - 66}{\frac{18.85}{\sqrt{8}}} = \frac{25.25}{6.66}$$

$$T_C = 3.79$$

*** حساب درجة الحرية:**

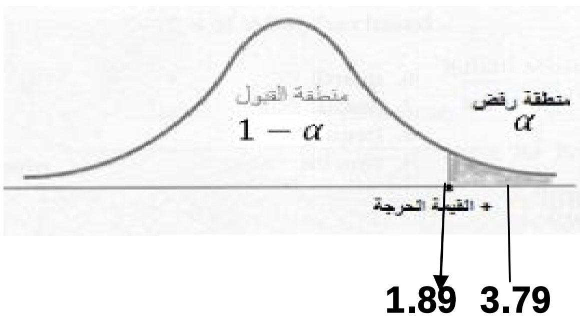
Df= n-1= 8-1=7

- **تحديد قيمة "ت" المجدولة T_t:**
- إذن القيمة المحسوبة لـــ "ت" بلغت 3.79، سوف نستخرج قيمة "ت" المجدولة من جدول خاص بـــ "ت"، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: 7، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد α = 0.05، بعد ذلك نذهب إلى جدول "ت" ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 7 عند فرضية بديلة موجهة ونستخرج قية "ت" المجدولة والتي تساوي: 1.89

T_t=1.89 عند مستوى الدلالة 0.05 (انظر جدول "ت" بعد المحاضرات)

5. المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن "ت" المحسوبة 3.79 أكبر من "ت" المجدولة 1.89، نرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة α=0.05، ودرجة حرية df= 7، وبالتالي فإن مستوى الاحتراق النفسي لدى أساتذة مرحلة التعليم المتوسط مرتفع.



*** التفسير:** الباحث متأكد بنسبة 95% من أن مستوى الاحتراق النفسي لدى أساتذة مرحلة التعليم المتوسط مرتفع، مع نسبة خطأ 5%، وعند درجة حرية 7.

النوع الثالث

اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين Paired Samples T test

العينتان المرتبطتان هما عينتان تتكونان من نفس الأفراد، أي أن الأفراد غير مستقلين، ويستخدم هذا الاختبار لمقارنة متوسطي عينتين مرتبطتين في الحالات التالية:

- تطبيق اختبار قبلي واختبار بعدي على نفس العينة. تطبيق
- اختبارين مختلفين على نفس العينة.
- تطبيق نفس الاختبار في فترتين مختلفتين على نفس العينة.

يتم حساب اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين باستخدام القانون التالي: بوعلاق (2009)

$$T=\frac{\overline{D}}{S\overline{D}} \qquad \overline{D}=\frac{\sum D}{n}$$

$$S\overline{D}=\frac{SD}{\sqrt{n}} \qquad SD=\sqrt{\frac{n\sum D^2-(\sum D)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$Df=n-1$$

حيث:

$\overline{D}$: متوسط الفرق بين درجات الأفراد في الوضعية الأولى ودرجاتهم في الوضعية الثانية.

$S\overline{D}$: الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين.

*** افتراضات استخدام اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين:**

- بيانات المتغيرين كمية.
- العشوائية في اختيار العينة.
- التويع الاعتدالي.

مثال: قام باحث باجراء اختبار في المهارة اليدوية على عينة مكونة من 12 طالب تم اختيارهم بطريقة عشوائية قبل وبعد التدريب، وتحصل على البيانات التالية:

قبل	50	42	51	26	35	42	60	41	70	55	62	38
بعد	62	40	61	35	30	52	68	51	84	63	72	50

المطلوب: اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.05؟

حل التمرين:

1. طرح المشكلة: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية في اختبار المهارة اليدوية قبل التدريب وبعده؟

2. **صياغة الفرضيات:**

$H_0\colon \mu_1 = \mu_2$ أو $H_0\colon \mu_D = 0$

(موجهة) $H_1\colon \mu_1 < \mu_2$ أو $H_0\colon \mu_D < 0$

3. **تحديد الاختبار المناسب:** اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين (قبلي وبعدي).

4. **إجراء العمليات الحسابية:**

n	قبل	بعد	D	D^2
1	50	62	-12	144
2	42	40	2	4
3	51	61	-10	100
4	26	35	-9	81
5	35	30	5	25
6	42	52	-10	100
7	60	68	-8	64
8	41	51	-10	100
9	70	84	-14	196
10	55	63	-8	64
11	62	72	-10	100
12	38	50	-12	144
$\sum$			-96	1122

* **حساب المتوسط الحسابي** ‾ :

$$\overline{D}= \frac{\sum D}{n}=\frac{-96}{12}=-8$$

* **حساب الانحراف المعياري:**

$$SD= \sqrt{\frac{n\sum D^2-(\sum D)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$s= \sqrt{\frac{12(1122)-(-96)^2}{12\,(12-1)}}$$

$$s= 5.67$$

$$S\overline{D}= \frac{SD}{\sqrt{n}}$$

$$S\overline{D} = \frac{5.67}{\sqrt{12}}= 1.64$$

* **حساب قيمة "ت" المحسوبة** Tc:

$$T=\frac{-8}{1.64}$$

$$T_C=-4.88$$

* **حساب درجة الحرية:**

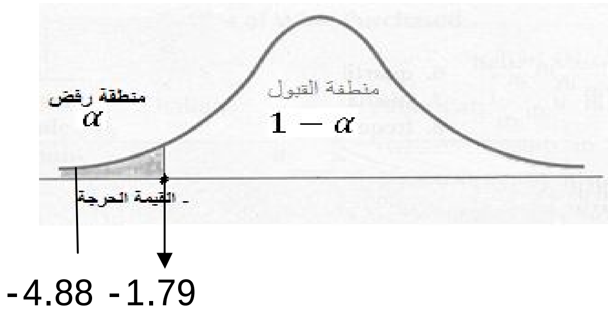
Df= n-1= 12-1=11

- **تحديد قيمة "ت" المجدولة** T_t:
- إذن القيمة المحسوبة لـــ "ت" بلغت 4.88-، سوف نستخرج قيمة "ت" المجدولة من جدول خاص بـــ "ت"، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: 11، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد α = 0.05، بعد ذلك نذهب إلى جدول "ت" ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 11 عند فرضية بديلة موجهة ونستخرج قية "ت" المجدولة والتي تساوي: 1.79-

$T_{t}= -1.79$ عند مستوى الدلالة 0.05 (انظر جدول "ت" بعد المحاضرات)

5. المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن "ت" المحسوبة 4.88 (نأخذ القيمة المطلقة لما تكون القيمة سالبة) أكبر من "ت" المجدولة 1.79، نرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة α=0.05، ودرجة حرية df= 11، وبالتالي توجد فروق ذات دلالة إحصائية في اختبار المهارة اليدوية قبل التدريب وبعده لصالح القياس البعدي.



* **التفسير:** الباحث متأكد بنسبة 95% من أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية في اختبار المهارة اليدوية قبل التدريب وبعده لصالح القياس البعدي، مع نسبة خطأ 5%، وعند درجة حرية 11.

المراجع:

Kim, T. K. (2015). T test as a parametric statistic. *korean journal of anesthesiology* , *68* (6), 540-546.

Ugoni, A., & Walker, B. F. (1995). The t Test an introduction. *comsing review* , *4* (2), 37-40.

بوعلاق، محمد. (2009). *الموجه في الإحصاء الوصفي والاستدلالي في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية*. الجزائر: دار الأمل للطبتعة والنشر والتوزيع.

أنجز التمارين التالية:

التمرين الأول:

تحصل باحث في دراسة قام بها تهدف إلى المقارنة بين الذكور والإناث في تحصيل مقياس الإحصاء على البيانات التالية:

الذكور	الإناث	
5	4	حجم العينة
10.96	10.76	المتوسط الحسابي
3.23	3.07	التباين

المطلوب: اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.05؟

التمرين الثاني:

الجدول التالي يبين درجات مجموعتين في السلوك الخلقي، حيث تعرضت المجموعة التجريبية لبرنامج لتعديل السلوك الخلقي ولم تتعرض الضابطة له، فتحصل الباحث على البيانات التالية:

الضابطة	6	7	6	10	8	5	7	7	7
التجريبية	11	8	10	9	8	6	11	12	10

المطلوب:

اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة 0.05 باتجاه، ثم باتجاهين وماذا تستنتج؟

التمرين الثالث:

طبق باحث مقياس لحب الاستطلاع قبل وبعد التدريب على عينة عشوائية من التلاميذ فتحصل على البيانات التالية:

قبل	20	25	26	23	27	30	24	21	28	30
بعد	35	38	34	38	37	35	23	23	34	35

المطلوب:

أثبت أن التدريب فعال في تنمية حب الاستطلاع لدى التلاميذ؟