

المحاضرة الخامسة

معامل الارتباط بيرسون Pearson Correlation

تمهيد:

يعتبر معامل الارتباط بيرسون من الأساليب الاحصائية البارامترية، لدراسة قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين كميين (X و Y)، ويرمز له بالرمز r_p نسبة إلى كارل بيرسون، وتتراوح قيمة هذا المعامل (+1، -1)؛ يستعمل هذا المعامل عندما يفترض الباحث أن أي تغير في المتغير الأول (X) يتبعه تغير في المتغير الثاني (Y)، كما يستعمل عندما يفترض الباحث أن أي تغير في المتغير الأول (X) يؤدي إلى نقصان في المتغير الثاني (Y).

ولاستعماله لابد من توفر مجموعة من الشروط أهمها أن تكون:

- بيانات المتغيرين كمية.
- أن يكون توزيع قيم المتغيرين اعتداليا باعتباره من الاحصاءات البارامترية.
- أن تكون العلاقة خطية، وللتأكد يمكن رسم لوحة الانتشار (بوعلاق، 2009).

قانونه هو:

$$r_p = \frac{n \sum(x.y) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

X: درجات المتغير الأول. $(\sum x)^2$: مربع مجموع درجات المتغير الأول.

Y: درجات المتغير الثاني. $(\sum y)^2$: مربع مجموع درجات المتغير الثاني.

$\sum x^2$: مجموع مربعات درجات المتغير الأول (المستقل).

$\sum y$: مجموع مربعات درجات المتغير الثاني (التابع).

n: عدد أفراد العينة (Isaac & Chikweru, 2018.)

مثال: فيما يلي بيانات عن عدد ساعات المراجعة في الأسبوع لعينة من 8 طلبة في السنة الثالثة ثانوي، ودرجات تحصيلهم الدراسي في مادة الرياضيات.

60	50	45	40	30	25	14	12	ساعات المراجعة (x)
16	17	16	14	15	15	14	12	التحصيل الدراسي (y)

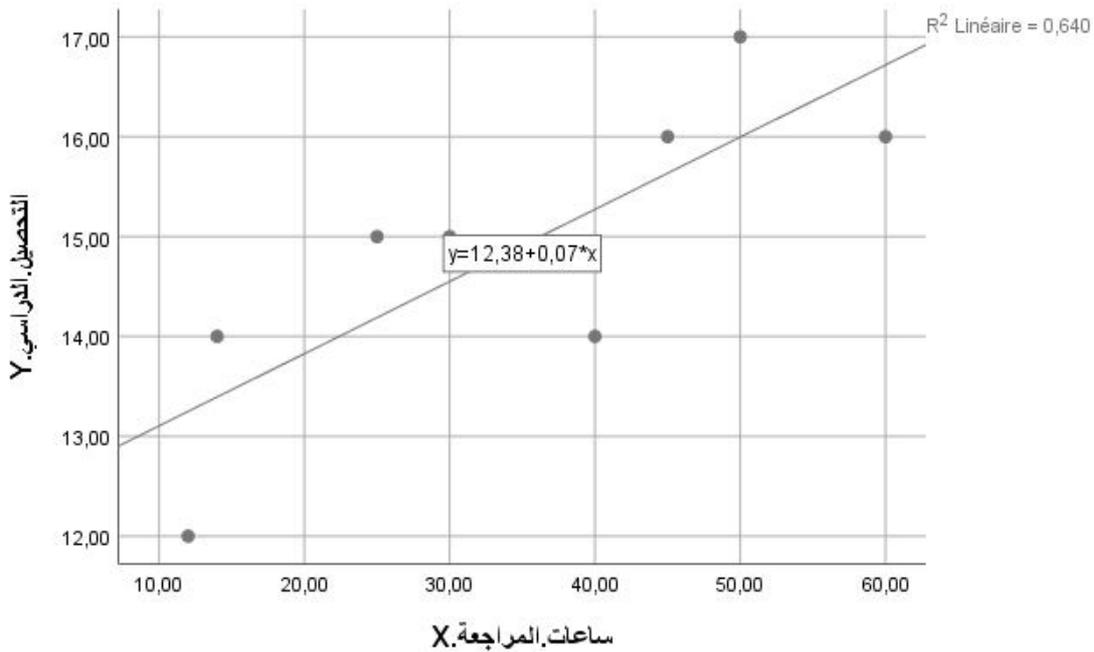
• المطلوب:

- ارسم لوحة الانتشار؟

- حساب قيمة معامل الارتباط بيرسون بين هذين المتغيرين؟

1. رسم لوحة الانتشار:

لو رسمنا لوحة الانتشار نلاحظ أن القيم تقترب من بعضها البعض، والعلاقة بين المتغيرين يمكن تمثيلها بخط مستقيم.



2. حساب قيمة معامل الارتباط بيرسون:

الحل:

N	ساعات المراجعة (x)	التحصيل الدراسي (y)	x.y	X ²	y ²
1	12	12	144	144	144
2	14	14	196	196	196
3	25	15	375	625	225
4	30	15	450	900	225
5	40	14	560	1600	196
6	45	16	720	2025	256
7	50	17	850	2500	289
8	60	16	960	3600	256
Σ	276	119	4255	11590	1787

- نجمع درجات كل من درجات المتغيرين x و y لجميع أفراد العينة فنحصل على مجموع x ومجموع y.
- نضرب كل درجة من درجات x في الدرجة المقابلة لها من درجات y ثم نجمع حواصل الضرب فينتج مجموع x.y
- نربع درجات المتغير x، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجموع مربعات x.
- نربع درجات المتغير y، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجموع مربعات y.
- نحسب معامل الارتباط بيرسون:

$$r_p = \frac{n \sum(x.y) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$r_p = \frac{8(4255) - (276)(119)}{\sqrt{[8(11590) - (276)^2] [8(1787) - (119)^2]}}$$

$$r_p = \frac{34040 - 32844}{\sqrt{[92720 - 76176] [14296 - 14161]}}$$

$$r_p = \frac{1196}{\sqrt{[16544] [135]}}$$

$$r_p = \frac{1196}{\sqrt{2233440}}$$

$$r_p = \frac{1196}{1494.47}$$

$$r_p = 0.80$$

التفسير: معامل الارتباط 0.80 هو معامل ارتباط موجب، لأن إشارته موجبة وقوي لأنه قريب من الواحد الصحيح، أي أن هناك علاقة بين ساعات المراجعة في الأسبوع للطلبة وتحصيلهم الدراسي.

ولمعرفة الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط بيرسون هناك طريقتين:

- **الطريقة الأولى:** مقارنة r_p المحسوبة مع r_p المجدولة لمعرفة الدلالة الإحصائية لقيمة معامل الارتباط، يجب أن نقارن القيمة المحسوبة مع القيمة المجدولة التي تستخرج من الجداول الإحصائية الخاصة بمعامل بيرسون من خلال حساب درجة الحرية ($df = n - 2$).

$$T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r)^2}} \quad \bullet \quad \text{الطريقة الثانية: من خلال حساب المعادلة التالية:}$$

ثم نقارن "ت" المحسوبة مع "ت" الجدولية التي تستخرج من جداول خاصة بها، من خلال حساب درجة الحرية ($df = n - 2$) (De Muth, 2014).

ملاحظة: لما تكون العينة أقل من 30 نستعمل $T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r)^2}}$ ، ولما تكون العينة أكثر من 30 نستعمل $Z = r\sqrt{n-1}$.

وبالنسبة للجداول التي تستخرج منها القيم المجدولة سوف تعطى لكم في حصة التعليم الحضوري، من أجل التدريب عليها.

إذن لمعرفة الدلالة الإحصائية أو اختبار الدلالة نحدد:

* **المشكلة:** هل هناك علاقة ذات دلالة إحصائية بين ساعات المراجعة في الأسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة؟

* **الفرضيات:** H_0 : لا توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين ساعات المراجعة في الأسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة. أو يمكن كتابتها على شكل: $r_p = 0$

H1 : (فرضية بديلة غير موجهة) توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين ساعات

المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة. ويمكن كتابتها على شكل: $r_p \neq 0$

$$T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r)^2}} \text{ اختبار "ت" المناسب: اختبار "ت"}$$

* العمليات الحسابية:

$$T_c = \frac{0.80\sqrt{8-2}}{\sqrt{1-(0.80)^2}}$$

$$T_c = \frac{0.80\sqrt{6}}{\sqrt{1-0.64}}$$

$$T_c = \frac{1.96}{0.60}$$

$$T_c = 3.27$$

إذن القيمة المحسوبة لـ "ت" بلغت 3.27، سوف نستخرج قيمة "ت" المجدولة من جدول خاص بـ "ت"، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: $df = n-2 = 8-2 = 6$ ، وأيضا نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد $\alpha = 0.05$ ، بعد ذلك نذهب إلى جدول "ت" ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 6 عند فرضية بديلة غير موجهة، ونستخرج قيمة "ت" المجدولة والتي تساوي: 2.44.

$$T_T = 2.44 \text{ إذن}$$

* اتخاذ القرار: بما أن "ت" المحسوبة 3.27 أكبر من "ت" المجدولة 2.44، نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ، ودرجة حرية $df = 6$ ، وبالتالي توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين ساعات المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة.

* التفسير: الباحث متأكد بنسبة 95% من أن هناك علاقة ذات دلالة احصائية بين ساعات المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة، مع نسبة خطأ 5%.

▪ ملاحظة: إذا كانت الفرضية موجهة نتبع نفس الخطوات لكن قيمة "ت" المجدولة تختلف كما يلي:

* المشكلة: هل هناك علاقة ذات دلالة احصائية بين ساعات المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة؟

* الفرضيات: H_0 : لا توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين ساعات المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة. أو يمكن كتابتها على شكل:

$$r_p = 0$$

H_1 : (فرضية بديلة موجهة) توجد علاقة طردية ذات دلالة احصائية بين ساعات

المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة. ويمكن كتابتها على شكل: $r_p > 0$

$$T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r)^2}} \text{ اختبار "ت" المناسب: اختبار "ت"}$$

* العمليات الحسابية:

$$T_c = \frac{0.80\sqrt{8-2}}{\sqrt{1-(0.80)^2}}$$

$$T_c = \frac{0.80\sqrt{6}}{\sqrt{1-0.64}}$$

$$T_c = \frac{1.96}{0.60}$$

$$T_c = 3.27$$

إذن القيمة المحسوبة لـ "ت" بلغت 3.27، سوف نستخرج قيمة "ت" المجدولة من جدول خاص بـ "ت"، ولذلك نحتاج إلى درجة الحرية والتي تساوي: $df = n-2 = 8-2 = 6$ ، وأيضاً نحتاج إلى مستوى الدلالة α الباحث هو الذي يحدده هنا نحدد $\alpha = 0.05$ ، بعد ذلك نذهب إلى جدول "ت" ونبحث عند نقطة تقاطع مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية 6 عند فرضية بديلة موجهة، ونستخرج قيمة "ت" المجدولة والتي تساوي: 1.94.

$$T_T = 1.94 \text{ إذن}$$

* اتخاذ القرار: بما أن "ت" المحسوبة 3.27 أكبر من "ت" الجدولة 1.94، نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ، ودرجة حرية $df = 6$ ، وبالتالي توجد علاقة طردية ذات دلالة احصائية بين ساعات المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة.

* التفسير: الباحث متأكد بنسبة 95% من أن هناك علاقة طردية ذات دلالة احصائية بين ساعات المراجعة في الاسبوع والتحصيل الدراسي للطلبة، مع نسبة خطأ 5%.

قائمة المراجع:

بوعلاق، محمد. (2009). الموجه في الاحصاء الوصفي والاستدلالي في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية. الجزائر: دار الأمل للطباعة والنشر والتوزيع.

Isaac, O. E & Chikweru, A. E. (2018). Test for Significance of Pearson's Correlation Coefficient (r). International Journal of Innovative Mathematics, Statistics & Energy Policies 6(1):11-23.

De Muth. J. E. (2014). BASIC STATISTICS AND PHARMACEUTICAL STATISTICAL APPLICATIONS. THIRD EDITION. Boca Raton London New York :Taylor & Francis Group, LLC

أنجز التمارين التالية:

التمرين الأول:

أراد باحث دراسة العلاقة بين نتائج وحدة المنهجية (X) ونتائج وحدة الإحصاء (y)، لدى 8 طلبة في علم النفس، وتوصل إلى النتائج التالية:

8	7	6	5	4	3	2	1	N
8	10	12	8	8	10	8	11	X
7	9	11	8	7	9	9	10	Y

المطلوب:

- ارسم لوحة الانتشار؟ ماذا تلاحظ؟

- أحسب قيمة معامل الارتباط بيرسون؟ ثم اختبر الدلالة الاحصائية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ باتجاه، ثم باتجاهين؟ علما أن القيمة المجدولة في اتجاهين: 2.44، وفي اتجاه واحد: 1.94.

التمرين الثاني:

لنفترض أننا نريد أن ندرس العلاقة بين عمر التلاميذ (X) وسرعة القراءة (y) عدد الكلمات المقروءة في 30 ثانية، وفي هذا الإطار حصلنا على النتائج الموضحة في الجدول أدناه، وهذا بناء على تجربة أجريت مع 10 تلاميذ.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	N
9	8	6	10	5	9	8	6	7	5	X
12	9	8	13	6	11	11	8	9	7	Y

المطلوب:

- ارسم لوحة الانتشار؟ ماذا تلاحظ؟

- أحسب قيمة معامل الارتباط بيرسون؟ ثم اختبر الدلالة الاحصائية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$ باتجاه، ثم باتجاهين؟ علما أن القيمة المجدولة في اتجاهين: 3.35، وفي اتجاه واحد: 2.89.