الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية

بعد تبويب البيانات في جداول وعرضها بيانيا، يمكن البدء في عملية التحليل وذلك من خلال حساب قيم نسميها بالمقاييس؛ حيث لكل سلسلة احصائية تمركز كبير للقيم حول قيم معينة مشكلة قوة جذب وهو ما يعرف بالنزعة المركزية لقيم معينة تعرف بمقاييس للنزعة المركزية تتمثل في المتوسطات (المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال وغيرها)، ويكون المقياس مقبول اذا توفر على بعض الصفات منها:

1. أن يكون المقياس معرف تعريف دقيق.
2. ان يبنى على جميع المشاهدات (البيانات).
3. يجب ان يكون له تفسير.
4. يحسب بطريقة سهلة وعدم تأثره بالقيم الشاذة.
5. لا تختلف قيمه المحسوبة باختلاف عينات نفس المجتمع الاحصائي.

وهناك عدة أنواع للمتوسطات وأهم هذه الأنواع هي :

1/3 المنوال :

المنوال (Mode): هو عبارة عن القيمة التي لها تكرار أكثر من غيرها أو الأكثر شيوعاً. ونرمز له Mo . المنوال سهل الحساب، لكنه أيضا غير دقيق وهو أقل استخداماً.

1/1/3 في حالة سلسلة بسيطة (البيانات غير المبوبة):

مثال (3-1):

1.- احسب المنوال للبيانات التالية:

9 7 2 5 1 8 7

نلاحظ أن القيمة الأكثر تكراراً هي 7 إذن هي المنوال، ولذلك نقول:

المنوال هو 7 . $Mo = 7$

2.- احسب المنوال للبيانات التالية:

9 7 7 5 1 0 0

نلاحظ أن القيم الأكثر تكراراً هي 0 و 7 إذن هاتان القيمتان هما المنوال ولا توجد قيمة وحيدة، ولذلك نقول: لا يوجد منوال.

2/1/3 البيانات المبوبة لمتغير منفصل :

مثال (3-2): إذا كانت هذه الأعداد تمثل درجات الطلبة الذين حصلوا على امتياز في مساق علم النفس العام بجامعة البليدة 02، مبينة في الجدول.

Xi	ni
100	2
99	0
98	0
97	2
96	5
95	3
94	0
93	4
92	3
91	6
90	**11**

أوجد قيمة المنوال؟

الحل

المنوال هو القيمة التي يقابلها اكبر تكرار (11)، يعني الدرجة 90 هي المنوال لأن تكرارها اكبر التكرارات.

نقول أن هذه الدرجات وحيدة المنوال 90 = Mo

تعليق: أغلبية الطلبة تحصلوا على الدرجة 90.

ملاحظة: يمكننا أن نجد نفس الحالات كما هو الحال في البيانات غير المبوبة

3/1/3 البيانات المبوبة لمتغير مستمر:

نسمي الفئة المنوالية التي تمتلك اكبر تكرار، نرمز لحدها الأدنى Xmin، ونرمز D1 للفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها و D2 للفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها، ونرمز لطول الفئة المنوالية بـ k_{Mo}

مثال (3-3): لتكن ظاهرة أوزان أشخاص (كلغ) مبينة في الجدول المقابل ؛ اوجد المنوال

Xi كلغ	ni
[60 – 65[	6
[65 – 70[	1
[70 – 75[	6
[75 – 80[	10
[80 – 85[	11
[85 – 90[	11
[90 – 95[	**24**
[95 – 100[	10
[100 – 105[	2
∑	**81**

الحل

1. نلاحظ أن الفئة التي تمتلك اكبر تكرار (24) هي الفئة 95 – 90 وعليه فهي الفئة المنوالية، ويكون حدها الادنى 90= Xmin
2. نحسب المنوال باستخدام العلاقة التالية:

$$Mo = Xmin + \frac{D1}{D1+D2} K_{Mo}$$

حيث :

D1=24-11=13 الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وما قبلها.

D2=24-10=14 الفرق بين تكرار وما بعدها.

k_{Mo}=95-90=05 طول الفئة المنوالية

$$Mo = 90 + \frac{13}{13 + 14} 5 = 90 + 2.40 = 92.40$$

تعليق: في هذه المجموعة أغلبية الاشخاص وزنهم يقدر بـ 92.4 كلغ

4/1/3 البيانات المبوبة غير متساوية طول الفئة

في هذه الحالة نقوم بحساب التكرار المعدل وذلك بقسمة تكرار كل فئة على طولها، ونرمز له بـ ni’ كما يلي

$$ni' = \frac{ni}{ki}$$

مثال (3-4): معطيات الجدول المقابل لظاهرة ما؛

اوجد قيمة المنوال؟

Xi	ni	ki	المعدل ni’
[14 – 17[	3	3	$\frac{3}{3}$ =1
[17 – 21[	7	4	$\frac{7}{4}$ =1,75
[21 – 25[	1	4	$\frac{1}{4}$ =0,25
[25 – 31[	10	6	$\frac{10}{6}$ =1,67
[31 – 41[	4	10	$\frac{4}{10}$ =0,40

الحل:

1. نحسب التكرار المعدل ni’
2. نقوم بتحديد الفئة التي يقابلها اكبر تكرار معدل (1.75) وتسمى الفئة المنوالية. في هذه الحالة هي الفئة 17–21
3. نستخدم الصيغة السابقة لحساب المنوال:

$$Mo = Xmin + \frac{D1}{D1 + D2} K_{Mo}$$

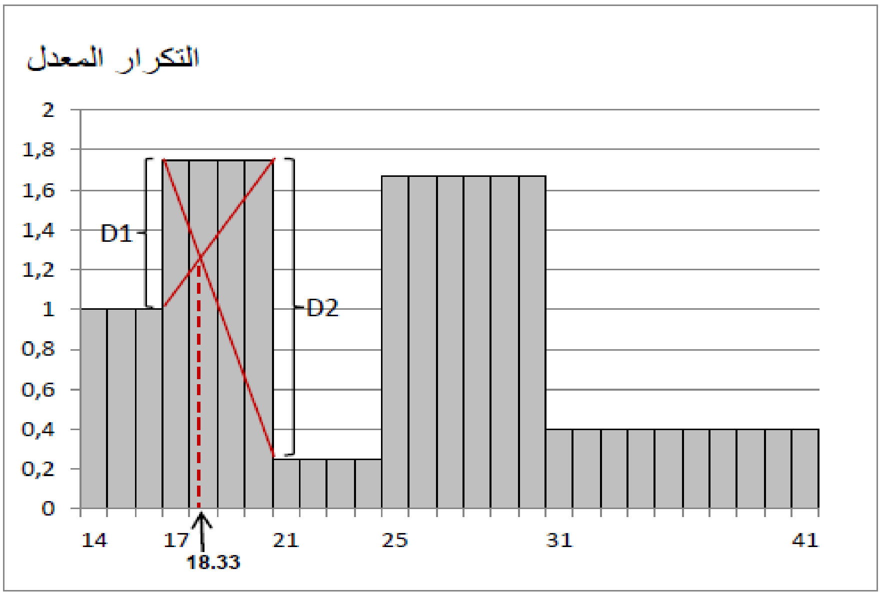
$$Mo = 17 + \frac{0.75}{0.75 + 1.5}(4) = 17 + 1.33 = 18.33$$

5/1/3 حساب المنوال بيانيا

نستخدم المدرج التكراري لحساب المنوال بيانيا باستخدام مثلثين قائمين أحد الظلعين القائمين فيهما هما المسافة D1 وD2 ثم نسقط نقطة تقاطع وتري هذين القائمين على محور الفواصل كما هو مبين في الشكل رقم (3-01). حيث: D1 الارتفاع الذي يسبق الفئة المنوالية ؛ D2 الارتفاع الذي يلي الفئة المنوالية

مثال (3-5): نستخدم معطيات مثال (3-4)

شكل رقم (3-01): مدرج التكرارات المعدلة



2/3 الوسيط (Median):

هو القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى جزئيين بحيث يكون عدد القيم التي أقل منه يساوي عدد القيم التي أكبر منه، وذلك بعد ترتيب تلك القيم جميعها تصاعديا أو تنازليا، حيث تعتمد طريقة حساب القيمة التي تقسم البيانات إلى قسمين متساويين على موقع الوسيط، يتصف الوسيط بعدم تأثره بالقيم الطرفية، كما انه يمكن حساب الوسيط في الجداول التكرارية المفتوحة، ولكن طريقة حساب الوسيط تقريبية، كما انه في حال المفردات القليلة لا يعبر الوسيط عن مركز التجمع للمفردات بصورة صحيحة.

كما يمكن تعريفه بأنه القيمة التي تقسم القيم إلى جزئيين بحيث يكون عدد القيم التي أقل منها يساوي عدد القيم التي أكبر منها. فالوسيط إذن هو وسط ترتيب القيم. ونرمز له Me

1/2/3 حالة سلسلة بسيطة

أ- إذا كان عدد الحالات فردياً:

مثال (3-5): إذا كانت الأعداد الآتية تمثل أعمار سبعة أشخاص

18, 19, 21, 20, 23, 22, 24

فالطريقة المستخدمة لحساب وسيطها هي كالتالي:

1. نرتب الأعداد إما تصاعدياً أو تنازلياً.

18 19 20 21 22 23 24

2. نحدد رتبة الوسيط Rme .

$$Rme = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

3. نبحث عن هذه المكانة بين الأعداد.

السلسلة الاحصائية	24	23	22	21	20	19	18
ترتيب السلسلة	01	02	03	04	05	06	07

4. إذن الوسيط هو القيمة 21

التعليق: نصف الاشخاص أعمارهم تقل عن 21 سنة.

ب- إذا كان عدد الحالات زوجياً:

مثال (3-6): إذا كانت الأعداد الآتية تمثل أعمار ثمانية أشخاص

18, 19, 21, 20, 23, 22, 24, 25

فالطريقة المستخدمة لحساب الوسيط هي كالتالي:

1. نرتب الأعداد إما تصاعدياً أو تنازلياً.

18 19 20 21 22 23 24 25

2. نحدد رتبة الوسيط التي في هذه الحالة هي الثنائية. $Rme = \left(\frac{n}{2}; \frac{n}{2}+1\right)$

$$Rme = \left(\frac{n}{2}; \frac{n}{2} + 1\right) = (4; 5)$$

3. نبحث عن هذه المكانة بين الأعداد.

18	19	20	21	22	23	24	25
08	07	06	05	04	03	02	01

4. إذن الوسيط هو الوسط الحسابي بين هاتين القيمتين

$$Me = \frac{21 + 22}{2} = 21.5$$

التعليق: نصف الاشخاص أعمارهم تقل عن 21.5 سنة.

2/2/3 البيانات مبوبة لمتغير منفصل:

مثال (3-7): ليكن الجدول الموالي يمثل مجموع العلامات الطلبة التي تحصل عليها فوج 01 فرع علوم التسيير؛

المطلوب أوجد قيمة الوسيط مع التعليق؟

الحل

1- نقوم بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ecc .

2- نحدد رتبة الوسيط

$$\text{Rme} = \frac{\sum \text{ni}}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

3- نحدد مكانة الوسيط في التكرار المتجمع حيث تكون الرتبة أقل مباشرة أو تساوي التكرار المتجمع الصاعد المقابل للوسيط ، كما هو موضح بالعلاقة

$$\text{Rme} \leq \text{ecc}_{\text{المقابل me}}$$

$$18 \leq 19_{\text{تقابل الوسيط}}$$

4- الوسيط هو الفئة التي تقابل مكانة الوسيط. في هذه الحالة قيمة الوسيط هي 96.

التعليق: نصف (50%) طلبة الفوج تحصلوا على مجموع العلامات يقل عن 96 نقطة.

Xi	ni	ecc
80	2	2
85	0	2
88	2	4
90	5	9
92	3	12
93	0	12
94	4	16
96	3	**19**
97	6	25
98	5	30
∑	30	/

3/2/3 البيانات مبوبة في حالة متغير مستمر

مثال (3-8): ليكن لدينا أوزان مجموعة أشخاص موزعة كما هو مبين في الجدول؛ أوجد قيمة الوسيط مع التعليق؟

Xi	ni	ecc
[60 – 65[	2	2
[65 – 70[	10	12
[70 – 75[	24	36
[75 – 80[	11	**47**
[80 – 85[	11	58
[85 – 90[	10	68
[90 – 95[	6	74
[95 – 100[	1	75
[100 – 105[	6	81
∑	81	/

الحل

1. نقوم بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ecc.

2.- نحدد رتبة الوسيط

$$\text{Rme} = \frac{\sum \text{ni}}{2} = \frac{81}{2} = 40.5$$

3.- نحدد مكانة الوسيط في التكرار المتجمع. حيث تكون الرتبة أقل مباشرة أو تساوي التكرار المتجمع الصاعد المقابل لفئة الوسيط، كما هو موضح بالعلاقة

$$\text{Rme} \leq \text{ecc}_{\text{المقابل لفئة me}}$$

$$40.5 \leq 47_{\text{تقابل فئة الوسيط}}$$

ومنه فإن الوسيط ينتمي للفئة **[80 – 75]** أي أن قيمته لن تكون أقل من 75 او أكبر من 80.

4.- نحسب قيمة الوسيط بالصيغة الآتية:

$$\text{Me} = \text{Xmin} + \frac{\frac{\sum n}{2} - ecc_{-1}}{n_{me}}(k_{me})$$

Xmin: الحد الادنى لفئة الوسيط (قيمته 75)

ecc_{-1}: التكرار التجميعي الصاعد ما قبل الفئة الوسيطية (قيمته 36)

n_{me}: التكرار المطلق الفئة الوسيطية (قيمته 11)

k_{me}: طول الفئة الوسيطية (قيمته 5)

$$\text{Me} = 75 + \frac{40.5 - 36}{11}(5) = 75 + 2.04 = 77.04$$

$$\text{Me} = 77.04$$

التعليق: 50% من الاشخاص وزنهم يقل عن 77 كلغ.

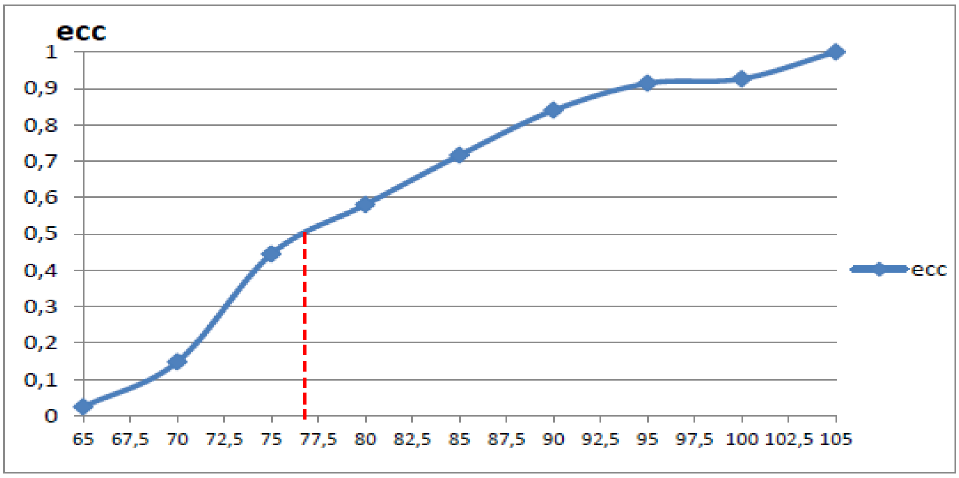
4/2/3 بيانيا لمتغير كمي مستمر

يمكن حساب الوسيط بيانيا بصفة تقريبية باستخدام التمثيل البياني للتكرارات التجميعية وذلك بطريقتين:

1. بإسقاط نقطة التقاطع منحنيي التكرار التجميعي الصاعد والنازل على محور الفواصل؛
2. بالتمثيل البياني لمنحنى التكرار النسبي التجميعي الصاعد ثم نسقط النقطة تقاطع 0.5 (التي تمثل 50%) من محور التراتيب مع المنحنى على محور الفواصل كما هو مبين في المثال.

المثال (3-9): بأخذ معطيات المثال (3-8)

شكل رقم (3-02): استنتاج الوسيط بيانيا



نلاحظ أن قيمة الوسيط تقترب جدا من 77

3/3 المتوسط الحسابي

يعتبر الوسط الحسابي من أهم مقاييس النزعة المركزية لما يتميز به من خصائص جبرية هامة تجعل إمكانية حسابه بطرق متعددة تؤدي إلى النتيجة نفسها، إذ يعتبر أفضل تقدير لمتوسط المجتمع، ولكن إلى جانب ذلك لديه بعض المساوئ، فقد يكون مقياسه مضللاً لوصف مجموعة من البيانات، والسبب في ذلك يرجع إلى تأثره بالقيم البعيدة –الطرفية–، بمعنى وجود عدد قليل من القيم الكبيرة في مجموعة او القيم الصغيرة جداً مما يجعل الوسط الحسابي ينجذب نحو القيم البعيدة، وكذلك عدم إمكانية حسابه في جدول التكرار المفتوح.

هو الإحصائي الذي يأخذ في الاعتبار جميع البيانات. أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداماً وأهمية. ونرمز له $\bar{\mathbf{X}}$.وتختلف طرق حسابه على حسب حالة المعطيات كما هو مبين فيما يلي.

1/3/3 حالة سلسلة بسيطة:

في حالة سلسلة بسيطة يأخذ أبسط شكل له، لحسابه نقوم بجمع جميع قيم المتغير ونقسمها على عددها.

للاختصار في الكتابة نستعمل الحرف اليوناني Σ ونعني به جمع الحدود التي في داخله.

اذا كان لدينا $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ مجموعة قيم لمتغير احصائي فان المتوسط الحسابي يحسب بالعبارة:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

المثال (3-10): احسب المتوسط الحسابي لأعمار الأطفال الموالين :

2 4 7 5

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{2+4+7+5}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$$

التعليق: متوسط أعمار الاطفال هو 4.5 سنة.

2/3/3 البيانات مبوبة لمتغير كمي منفصل

في هذه الحالة هو يساوي الى مجموع جداءات قيم المغير في التكرارات المقابلة لكل قيمة مقسوم على مجموع التكرارات. نقوم بحساب الوسط الحسابي مستخدمين الصيغة الآتية: $\overline{X} = \frac{\sum(Xi*ni)}{\sum ni}$

المثال (3-11):أخذنا أحسن مجموع علامات طلبة وقمنا بتبويبها فكان الجدول الموالي.

أحسب المتوسط الحسابي مع التعليق؟.

الحل

Xi	ni	ni*Xi
100	2	200
99	0	0
98	0	0
97	2	194
96	5	480
95	3	285
94	0	0
93	4	372
92	3	276
91	6	546
90	11	990
∑	36	3343

نحتاج الى حساب جداءات $Xi * ni$ ثم نحسب المجموع

$$\overline{X} = \frac{\sum(Xi * ni)}{\sum ni} = \frac{3343}{36} = 92.86$$

$$\overline{X} = 92.86$$

التعليق: متوسط أحسن العلامات هو 92.86 .

3/3/3 البيانات مبوبة لمتغير مستمر

نحتاج الى حساب مراكز الفئات Ci (مجموع حدي الفئة مقسوم على 2) لحساب المتوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum Ci*ni}{\sum ni}$$

المثال (3-12): معطيات معدلة للمثال (3-8)

اوجد المتوسط الحسابي؟

الحل

نحسب مراكز الفئات ثم نجري عملية الضرب.

Xi	ni	Ci	Ci ni
[100 – 105[	2	102,5	205
[95 – 100[	10	97,5	975
[90 – 95[	24	92,5	2220
[85 – 90[	11	87,5	962,5
[80 – 85[	11	82,5	907,5
[75 – 80[	10	77,5	775
[70 – 75[	6	72,5	435
[65 – 70[	1	67,5	67,5
[60 – 65[	6	62,5	375
Σ	81	/	6922.5

$$\overline{X} = \frac{\sum Ci*ni}{\sum ni} = \frac{6922.5}{81}$$

$$\overline{X} = 85.46$$

التعليق: متوسط وزن الاشخاص هو 85.5 كلغ.

ملاحظة: الوسط الحسابي المرجح تكون فيه ni عبارة عن أوزان ونستعمل نفس العلاقة

4/3/3 الوسط الحسابي الفرضي

في هذه الحالة نحسب المتوسط بأخذ قيمة فرضية X_0 ونستخدم العلاقة الموالية

$$X = X_0 + \frac{\sum ni(Xi - X_0)}{\sum ni}$$

ملاحظة: في حالة متغير فئوي (مستمر) نستبدل xi بـ ci.

المثال (3-13): معطيات المثال (3-11)

احسب المتوسط الحسابي من اجل القيمة الفرضية $X_0=95$

الحل

Xi	ni	$Xi - X_0$	$ni(Xi - X_0)$
100	2	5	10
97	2	2	4
96	5	1	5
95	3	0	0
93	4	-2	-8
92	3	-3	-9
91	6	-4	-24
90	11	-5	-55
Σ	36	/	-77

$$\bar{X} = 95 + \frac{-77}{36}$$
$$= 95 - 2.13$$
$$= 92.86$$

نفس تعليق المثال (3-11).

4/3 الوسط الهندسي :

يعرف المتوسط الهندسي لمجموعة من القيم بأنه حاصل ضرب هذه القيم ببعضها مجذورا إلى عددها. وبهذا يعتبر الوسط الهندسي مقياسا رياضيا كالوسط الحسابي، وهو يأخذ جميع القيم بعين الاعتبار، إضافة إلى متأثرا بالقيم المتطرفة نحو اليمين.

1/4/3 حالة سلسلة بسيطة

المتوسط الهندسي لـ n قيمة $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ هو الجذر النوني لجداء هذه القيم، نرمز له MG أي :

$$MG = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 \dots \quad x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}(x_i)}$$

نقوم بتبسيط العلاقة السابقة باستخدام اللوغاريتم[1] كما يلي:

$$\log(G) = \log\left[\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{1/n}\right] = \frac{1}{n}.\log\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) =$$

$$= \frac{1}{n}.\log(x_1 . x_2 . x_3 \dots x_n) = \frac{1}{n}[\log(x_1) + \log(x_2) + \cdots + \log(x_n)]$$

$$= \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} log(x_i)\right]$$

ثم نحسب قيمة المتوسط الهندسي برفع قيمة اللوغاريتم الى قوة عشرة.

مثال (3-14): احسب المتوسط الهندسي للقيم التالية:

12، 14، 15، 20، 18

الحل

لدينا عدد القيم هو n=5

$$G = \sqrt[5]{18.20.15.14.12} = \sqrt[5]{907200} = 15.54$$

او بالصيغة الثانية:

$$\log(G) = \frac{1}{5}[\log(18) + \log(20) + \log(15) + \log(14) + \log(12)]$$

$$= \frac{1}{5}(5.957) = 1.1915 \qquad \Rightarrow \quad G = 10^{1.1915}$$

$$G = 15.54$$

[1] نستعمل اللوغاريتم العشري كما يمكن استخدام اللوغاريتم النيبيري.

2/4/3 حالة بيانات مبوبة

اذا كان لدينا $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ مجموعة قيم لمتغير احصائي وكانت التكرارات المقابلة لكل قيمة على التوالي $\{n_1, n_2, x_3, \dots, n_k\}$ فان المتوسط الهندسي يحسب في الحالة العامة بالصيغة التالية:

$$MG = \sqrt[\Sigma n]{x_1^{n1}.x_2^{n2}.x_3^{n3} \dots \quad x_k^{nk}} = \sqrt[\Sigma n]{\prod_{i=1}^{k}[(x_i)^{ni}]}$$

نقوم بتبسيط العلاقة السابقة باستخدام اللوغاريتم كما يلي:

$$\log(G) = \log\left[\left(\prod_{i=1}^{k}(x_i)^{ni}\right)^{1/\sum n}\right] = \frac{1}{\sum n}.\log(\prod_{i=1}^{k}(x_i)^{ni})$$

$$= \frac{1}{\sum n}.\log[(x_1)^{n1}.(x_2)^{n2}.(x_3)^{n3} \dots (x_k)^{nk})]$$

$$= \frac{1}{\sum n}[n_1.\log(x_1) + n_2.\log(x_2) + \dots + n_k.\log(x_k)]$$

$$= \frac{1}{\sum_{i=1}^{k} n_i}\left[\sum_{i=1}^{k} n_i.log(x_i)\right] = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.log(x_i)}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

ثم نحسب قيمة المتوسط الهندسي برفع قيمة اللوغاريتم الى قوة عشرة.

ملاحظة: في حالة متغير مستمر نستبدل xi بـــ ci.

مثال (3-15): معطيات مثال (3-11)

احسب المتوسط الهندسي

الحل

Xi	ni	log(xi)	ni.log(xi)
100	2	2	4
97	2	1,987	3,974
96	5	1,982	9,911
95	3	1,978	5,933
93	4	1,968	7,874
92	3	1,964	5,891
91	6	1,959	11,754
90	11	1,954	21,497
∑	36	/	70,834

$\log(G)$

$=70.83/36$

$\log(G)=1.9676$

$G=10^{1.9676} = 92.81$

ملاحظة: يستعمل المتوسط الهندسي لحساب الارقام القياسية اذ يعتبر من أحسن المقاييس لحساب النزعة المركزية في هذا المجال.

5/3 المتوسط التوافقي:

يمثل المتوسط الحسابي لمقلوب قيم المتغير الاحصائي، يستعمل لقياس الظواهر التي تتزايد تزايد غير مضطرب (منتظم) مثل التزايد في سرعة متحرك، زيادة الاجور، وغيرها.

اذا كان لدينا $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ مجموعة قيم لمتغير احصائي وكانت التكرارات المقابلة لكل قيمة على التوالي $\{n_1, n_2, x_3, \dots, n_k\}$ فان المتوسط التوافقي يحسب بالطريقة الموالية:

1. سلسلة بسيطة $MH = \dfrac{n}{\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{x_i}\right)}$

2. الحالة العامة $MH = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{n_i}{x_i}\right)}$

ملاحظة: في حالة متغير مستمر نستبدل xi بـــ ci.

مثال (3-16): سرعة متسابق على سيارة لثلاثة مراحل متتالية كانت على الترتيب 150، 180، 222 (كم/سا) وكانت المسافة على الترتيب 150، 220، 105 كم.

أحسب متوسط سرعة المتسابق؟

الحل

نستعمل المتوسط التوافقي نظرا لتزايد المنتظم في السرعة ونشكل الجدول المقابل حيث قيم المتغير هي السرعة (الظاهرة المدروسة).

Xi	ni	1/Xi	ni/Xi
150	150	0,0067	1,005
180	220	0,0045	0,990
222	105	0,0095	0,998
$\sum$	475	0,0207	2,99

$$MH = \frac{475}{2,99} = 158.86$$

التعليق: متوسط سرعة المتوسط هي 159 كم/سا.

6/3 الربيعيات والتجزئة المرتبة

إذا رتبنا مجموعة من الأرقام حسب قيمها فإن القيمة التي في المنتصف والتي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد هي الوسيط. وبتعميم هذه الفكرة يمكن أن نفكر في القيم التي تقسم المجموعة إلى أربعة أجزاء متساوية. هذه القيم هي:

الربيع الأول (**Q1**) أو الأدنى: هو القيمة التي يسبقها ربع البيانات ويليها ثلاثة أرباع البيانات.

الربيع الثاني (**Q2**) أو الوسيط: هو القيمة التي يسبقها نصف البيانات ويليها النصف الآخر.

الربيع الثالث (**Q3**) أو الأعلى: هو القيمة التي يسبقها ثلاثة أرباع البيانات ويليها أربع الآخر.

كذلك فإن القيم التي تقسم المجموعة إلى عشرة أجزاء متساوية تسمى بالعشيرات وهي:

العشير الأول (**D1**) : هو القيمة التي يسبقها 10% من البيانات ويليها 90% .

العشير الثاني (**D2**) : هو القيمة التي يسبقها 20% من البيانات ويليها 80% .

العشير الثالث (**D3**) : هو القيمة التي يسبقها %30 من البيانات ويليها %70 .

العشير الرابع (**D4**) : هو القيمة التي يسبقها %40 من البيانات ويليها %60 .

العشير الخامس (**D5**) أو الوسيط : هو القيمة التي يسبقها %50 من البيانات ويليها %50 .

العشير السادس (**D6**) : هو القيمة التي يسبقها %60 من البيانات ويليها %40 .

العشير السابع (**D7**) : هو القيمة التي يسبقها %70 من البيانات ويليها %30 .

العشير الثامن (**D8**) : هو القيمة التي يسبقها %80 من البيانات ويليها %20 .

العشير التاسع (**D9**) : هو القيمة التي يسبقها %90 من البيانات ويليها %10 .

بينما أن القيم التي تقسم البيانات إلى مائة قسم متساوية تسمى بالمئينات ويرمز لها بالرمز **C1**, **C2**, ..., **C25**, ..., **C50**, ..., **C75**, ... **C99**

المئين الأول (**C1**) : هو القيمة التي يسبقها %1 من البيانات ويليها %99 من البيانات على فرض أن البيانات مرتبة ترتيباً تصاعدياً. وتعريف المئينات الأخرى يكون بنفس الطريقة، فمثلاً المئين الثمانون (**C80**) : هو القيمة التي يسبقها %80 من البيانات ويليها %20 من البيانات على فرض أن البيانات مرتبة ترتيباً تصاعدياً.

مما سبق نستنتج الآتي:

1.- عدد الربيعات هو **3** من اليسار إلى اليمين، بينما عدد العشيرات هو **9** من اليسار إلى اليمين، وعدد المئينيات هو **99** من اليسار إلى اليمين.

2.- يوجد تساوي بين:

$$Q2 = D5 = C50 = Me$$

$$C75 = Q3 \quad ؛ \quad C25 = Q1$$

1/6/3 كيفية حساب قيمة الربيعات

سنقوم بحساب الربيعات في النوع الثاني والثالث في التوزيعات التكرارية المنفصلة والمستمرة.

مثال (3-17): لدينا احصائيات الموالية

احسب قيمة الربيع الاول والثالث

Xi	ni	ecc
1	12	12
2	18	30
3	21	51
4	15	66
5	9	75
6	15	90
Σ	90	//

الحل

1. نقوم بإيجاد التكرار المتجمع التصاعدي.
2. نحدد رتبة الفئة الربيعية الاولى والثالثة كالآتي:

$$RQ1 = \frac{\sum n}{4} = \frac{90}{4} = 22{,}5\ ;$$

$$RQ3 = \frac{3\sum n}{4} = \frac{3(90)}{4} = 67{,}5$$

3. نبحث عن هذه الرتبة في التكرار المتجمع، ونحددها.

$$RQ1= 22{,}5 \leq 30 \quad ; \quad RQ3= 67{,}5 \leq 75$$

4. قيمة الربيعي هي التي تقابل القيمة التي هي أكبر مباشرة من رتبة الربيعي، وعليه

30 تقابل 2 و 75 تقابل 5 ومنه

الربيعي الاول Q1=2

الربيعي الثالث Q3=5

مثال (3-18): ليكن في الجدول يدرس توزيع اجور عمال مؤسسة ما.

أحسب قيمة الربيع الاول والثالث؟

Xi (1000دج)	ni	ecc
$[10-20[$	05	05
$[20-30[$	12	17
$[30-40[$	18	35
$[40-50[$	20	55
$[50-60[$	10	65
$[60-70[$	03	68
$\sum$	68	/

الحل

1. نقوم بإيجاد التكرار التجميعي الصاعد.
2. نحدد رتبة الربيع الاول والثالث

RQ1=∑n/4=68/4=17

RQ3= 3∑n/4=3(68)/4=51

3. نحدد فئة الربيعي الاول والثالث من التكرار المتجمع.

RQ1=17≤17 ومنه فئة الربيعي الاول هي $[20-30[$

RQ3=51≤55 ومنه فئة الربيعي الثالث هي $[40-50[$

4. نحسب قيمة الربيع بالصيغة الآتية:

الربيعي الأول

$$Q1 = \text{Xmin} + \frac{\frac{\sum n}{4} - ecc_{-1}}{n_{Q1}}(k_{Q1})$$

Xmin: الحد الادنى لفئة الربيعي الاول (قيمته 20)

ecc_{-1}: التكرار التجميعي الصاعد ما قبل الفئة الربيعي الاول (قيمته 05)

n_{Q1}: التكرار المطلق لفئة الربيعي الاول (قيمته 12)

k_{Q1}: طول الفئة الربيعي الاول (قيمته 10)

$$Q_1 = 20 + \frac{17-05}{12}(10) = 20 + 10 = 30$$

$$Q_1 = 30 \times 1000 = 30.000$$

التعليق: 25% من الاشخاص أجرهم يقل عن 30.000 دج.

الربيعي الثالث

$$Q3 = \text{Xmin} + \frac{\frac{3\sum n}{4} - ecc_{-1}}{n_{Q3}}(k_{Q3})$$

Xmin: الحد الادنى لفئة الربيعي الثالث (قيمته 40)

ecc_{-1}: التكرار التجميعي الصاعد ما قبل الفئة الربيعي الثالث (قيمته 35)

n_{Q3}: التكرار المطلق الفئة الربيعي الثالث (قيمته 20)

k_{Q3}: طول الفئة الربيعي الثالث (قيمته 10)

$$Q_3 = 40 + \frac{51-35}{20}(10) = 40 + 08 = 48$$

$$Q_3 = 48 \times 1000 = 48000$$

التعليق: 75% من الاشخاص أجرهم يقل عن 48000 دج.

2/6/3 كيفية حساب قيمة العشيريات

مثال(3-19): نستخدم معطيات المثال (3-18)

احسب قيمة D3

الحل

1. نحدد مكانة أو ترتيب الفئة العشيرية كالآتي

RD3=3∑n/10=3(68)/10=20.4

2. نحدد فئة العشيري الثالث من التكرار المتجمع.

RD3=20.4≤35 ومنه فئة الربيعي الاول هي $]40-30[$

4. نحسب قيمة العشيري بالصيغة الآتية:

$$Di = Xmin + \frac{\frac{i\sum n}{10} - ecc_{-1}}{n_{Di}}(k_{Di}) \quad ; \quad \text{i=1,2,...9}$$ رقم العشيري

العشيري الثالث: $$D3 = Xmin + \frac{\frac{3\sum n}{10} - ecc_{-1}}{n_{D3}}(k_{D3})$$

Xmin: الحد الادنى لفئة العشيري الثالث (قيمته 30)

ecc_{-1}: التكرار التجميعي الصاعد ما قبل الفئة العشيري الثالث (قيمته 17)

n_{D3}: التكرار المطلق لفئة العشيري الثالث (قيمته 18)

k_{D3}: طول الفئة العشيري الثالث (قيمته 10)

$$D3 = 30 + \frac{20.4-17}{18}(10) = 30 + 1.88 = 31.88$$

$$D3 = 31.88 \times 1000 = 31880$$

التعليق: 30% من الاشخاص أجرهم يقل عن 31880 دج.

تمرين:

احسب قيمة باقي العشيرات في المثال السابق؟

3/6/3 كيفية حساب قيمة المئينيات

مثال (3-20): نستخدم معطيات المثال (3-18)

احسب قيمة C45

الحل

1. نحدد مكانة أو ترتيب فئة المئيني 45 كالآتي

$$RC45=45\sum n/100=45(68)/100=30.6$$

2. نحدد فئة المئيني 45 من التكرار المتجمع.

RC45=30.6≤35 ومنه فئة المئيني 45 هي]30 – 40[

4. نحسب قيمة المئيني بالصيغة الآتية:

$$\mathrm{Ci} = \mathrm{Xmin} + \frac{\frac{i\sum n}{100} - ecc_{-1}}{n_{Ci}}(k_{Ci})$$; i=1,2, …, 99 رقم المئيني

المئيني 45 $$\mathrm{C}_{45} = \mathrm{Xmin} + \frac{\frac{45\sum n}{100} - ecc_{-1}}{n_{C45}}(k_{C45})$$

Xmin: الحد الادنى لفئة المئيني 45 (قيمته 30)

ecc_{-1}: التكرار التجميعي الصاعد ما قبل الفئة المئيني 45 (قيمته 17)

n_{C45}: التكرار المطلق لفئة المئيني 45 (قيمته 18)

k_{C45}: طول الفئة المئيني 45 (قيمته 10)

$$\mathrm{C}_{45} = 30 + \frac{30.6 - 17}{18}(10) = 30 + 7.55 = 37.55$$

$$\mathrm{C}_{45} = 37.55 \times 1000 = 37\,550$$

التعليق: 45% من الاشخاص أجرهم يقل عن 550 37 دج.

تمرين: احسب قيمة باقي المئينيات في المثال السابق؟

7/3 العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

1. المتوسط الحسابي ($\overline{X}$) يأخذ في الحسبان كل البيانات، بينما الوسيط (Me) يهتم فقط بالأماكن المركزية، والمنوال (Mo) يركز على القيم الأكثر تكراراً. وعند تساويها يكون التوزيع متماثل او متناظر بالنسبة للوسط $\overline{X}$ = Me =Mo.

2. عند وجود البيانات غير المبوبة، الوسط الحسابي ($\overline{X}$) هو الأكثر ملائمة عندما تكون كل البيانات قريبة من بعضها، لكن إذا حصل العكس (وجود احد البيانات أو أكثر بعيداً نسبياً عن الباقي) فإن الوسيط (Me) هو الأكثر ملائمة.

3. إذا كان التوزيع مفتوح فقط نستطيع حساب الوسيط (Me) . لكن إذا وقع مكان الوسيط في فئة مفتوحة لا يمكن أن نحسب الوسيط (Me) .

4. لا يمكن أن نحسب المنوال المصحح (Mo) إذا كانت إحدى فئات البيانات المبوبة مفتوحة. لكن يمكن أن نحسب المنوال غير المصحح.

مسألة 03 (مقاييس النزعة المركزية)

الجزء الأول:

حسب المصالح الفلاحية لولاية عين الدفلى، المردودية الإنتاجية بألف قنطار في الهكتار لحقول الناحية مبينة في الجدول الأتي.

المردودية	15-10	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35	45-40	50-45	55-50
التكرار	5	15	19	36	38	29	13	8	1

المطلوب:

1- ماذا يمثل التكرار؟

2- أحسب المتوسط الحسابي الفرضي بأخذ $X_0 = 27{,}5$؟

3- مثل التكرار المتجمع النازل و الصاعد؟ ماذا تمثل نقطة التقاطع؟

4- أحسب الربيعي الأول والربيعي الثالث؟

5- أحسب المتوسط الحسابي والوسيط؟

6- أوجد المنوال حسابيا وبيانيا؟

الجزء الثاني:

لدراسة عدد أيام العمل الفعلية في الشهر أخذنا عينة من العمال لمؤسسة ما، كما هو ممثل في الجدول التالي لشهر جانفي2015.

مدة العمل الفعلية	عدد العمال
15	5
17	10
18	15
20	10
22	5

المطلوب:

1- أحسب المتوسط الحسابي، الوسيط ؟

2- أحسب المنوال، الربيعي الأول والربيعي الثالث ؟

3- مثل بيانيا التكرار المتجمع النازل و الصاعد؟ ماذا تمثل نقطة التقاطع؟

4- ماذا يمكن القول على هذا التوزيع؟

5- أحسب المتوسط الحسابي الفرضي بأخذ $X_0 = 18$؟

مسألة 04 (مقاييس النزعة المركزية)

الجزء الأول:

لدينا المعطيات التالية لأعمار عمال مؤسسة ما

الفئات	20-15	25-20	30-25	40-30	50-40	60-50
ni	5	10	21	19	20	15

المطلوب:

1- إيجاد الوسط الحسابي($\overline{X}$) و المنوال(Mo) ؟

2- أحسب الوسيط (Me) والمتوسط الحسابي الفرضي بأخذ $X_0 = 2$.؟

3- إيجاد المتوسط الهندسي (MG) والمتوسط التوافقي(MH) ؟

4- أوجد المنوال بيانيا؟

5- أحسب الربيعي الأول Q1 والربيعي الثالث Q3؟

6- أحسب العشير الأول (**D1**) ، الثاني (**D2**)، الرابع **D4**، الخامس (**D5**) ؟

الجزء الثاني:

إذا كان يجب على إحدى المتسابقين أن يقطع 300 كلم على النحو التالي:

100 كلم الأولى بسرعة 160 كلم/سا،

100 كلم الثانية بسرعة 100 كلم/سا

100كلم الأخيرة بسرعة 40 كلم/سا.

المطلوب: حساب متوسط سرعة هذا المتسابق؟.

الجزء الثالث:

إذا كان معدل النمو للناتج الداخلي الخام خلال 4 سنوات كما يلي:

7.2 % في السنة الأولى،
6.3 % في السنة الثانية،
7.0 % في السنة الثالثة،
4.8 % في السنة الرابعة.

المطلوب: ما هو معدل نمو الناتج الداخلي الخام خلال هذه سنوات الاربعة؟.