

L2 Informatique

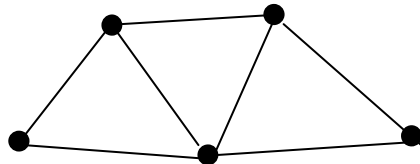
Rattrapage Théorie des graphes 2022

Solution

Exercice 1: (04 points)

Les sommets du graphe G représentent les pays (0.5 point), et deux sommets sont reliés par une arête s'ils ont une frontière commune (c'est le graphe dual du graphe dessiné) (0.5 point).

(0.5 point)



Le graphe G est connexe (0.5 point).

Le graphe G possède exactement 2 sommets de degré impair (1 point), il possède donc une chaîne eulérienne, mais pas de cycle eulérien (0.5 point).

Donc il n'est pas possible de partir d'un pays et d'y revenir en franchissant chaque frontière une et une seule fois (0.5 point).

Exercice 2: (04 points)

Les sommets du graphe $G = (S, A)$ représentent les segments (1 point).

Deux sommets de G sont adjacents si, et seulement si, les deux segments correspondants l'un coupe l'autre (1 point).

On a $\forall x \in S, d_G(x) = 3$ (0.75 point) et $\sum_{x \in S} d_G(x) = 3 \times 5 = 15$ impair (0.75 point).

Donc impossible de tracer 5 segments sur une feuille de papier de manière à ce que chaque segment en coupe 3 autres, car la somme des degrés doit être un nombre pair (0.5 point).

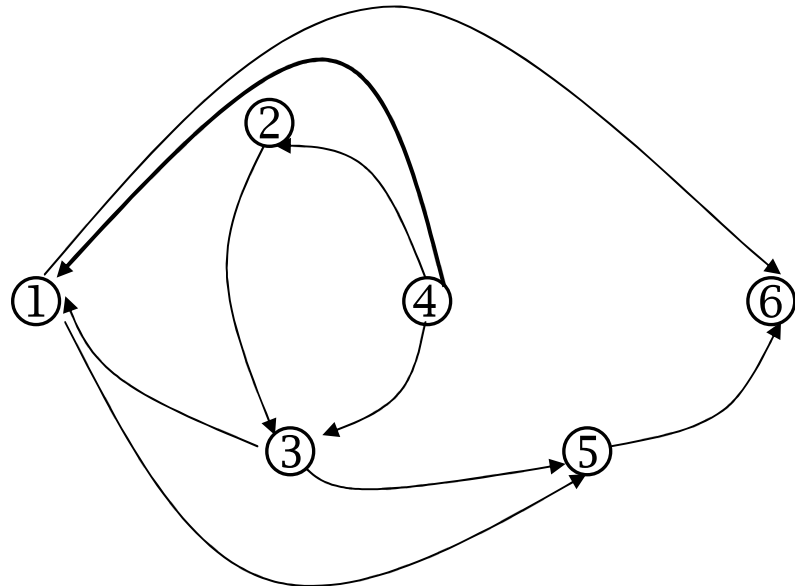
Exercice 3: (12 points)

1. a) G n'est pas une clique (0.5 point) car G n'est pas complet (sommets 1 et 2 ne sont pas adjacents) (1 point).

b) G n'est pas biparti **(0.5 point)** car les sommets 2, 3 et 4 forment un cycle **(1 point)**.

c) G est planaire **(0.5 point)** car il est possible de représenter G sur un plan de sorte que deux arêtes de G ne se rencontrent pas en dehors de leurs extrémités **(0.5 point)**.

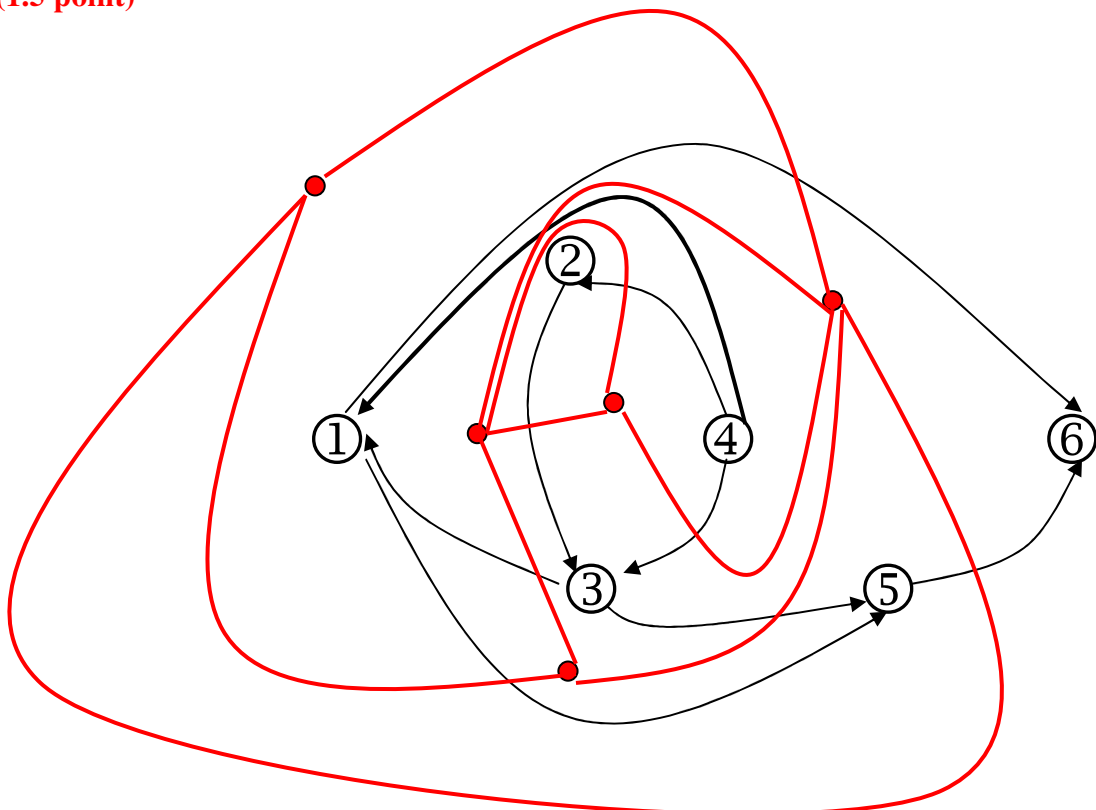
(0.5 point)



2. Le graphe dual

G est planaire donc il admet un graphe dual **(0.5 point)**

(1.5 point)



3. Un cocycle élémentaire (1 point)

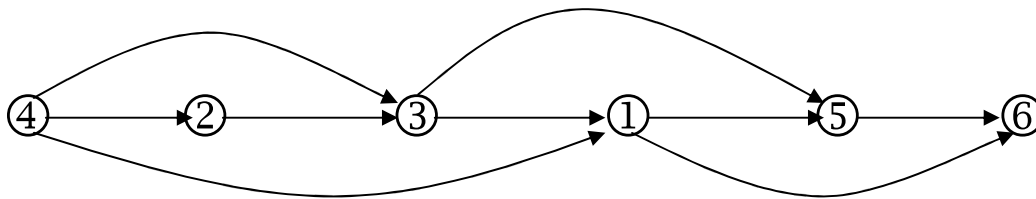
Soient $S_1 = \{1,2,3,4\}$, $S_2 = \{5,6\}$

$\{(1,5), (1,6), (3,5)\}$ est un cocycle élémentaire car $G_1 = (S_1, A_1)$ et $G_2 = (S_2, A_2)$ sont connexes, $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ et $S_1 \cup S_2 = S$.

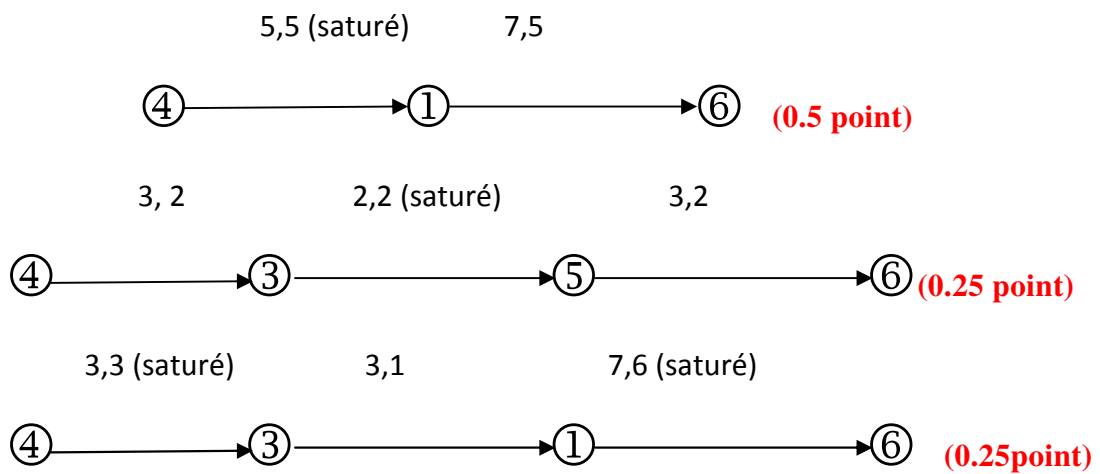
4. Le graphe G est ordonnable (1.25 point)

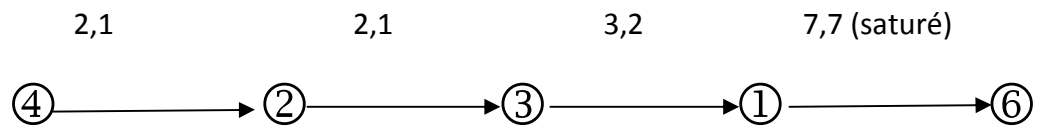
s	Γ_G^-							
1	3,4	3	3	\emptyset	-	-	-	-
2	4	\emptyset	-	-	-	-	-	-
3	2,4	2	\emptyset	-	-	-	-	-
4	\emptyset	-	-	-	-	-	-	-
5	1,3	1,3	1,3	1	\emptyset	-	-	-
6	1,5	1,5	1,5	1,5	5	\emptyset	-	-

L'ordonnancement de G (1.25 point)

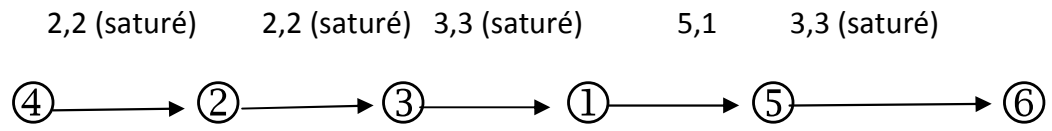


5. Algorithme de Ford et Fulkerson





(0.25 point)



(0.25 point)

Flot max=10_ **(0.5 point)**