جامعة الجيلالي بونعامة - خميس مليانة-　　　　السنة الجامعية : 2022/2021

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير　　　　مقياس: رياضيات 2

السنة الأولى ليسانس -جذع مشترك -

السلسلة رقم 2

تمرين 1:

ليكن f تطبيق خطي معرف من $\mathbb{R}^3$ في $\mathbb{R}$.

1. عين f بحيث : $f(1,1,1)=0$ ، $f(2,0,1)=1$ ، $f(1,1,2)=4$.
2. عين كل من نواة $(\ker(f))$ وصورة $(\mathrm{Im}(f))$ التطبيق f .

تمرين 2:

بين أن التطبيقات الخطية التالية تطبيقات تقابلية في $\mathbb{R}^4$:

$$f:\ (x,y,z,t)\ \longmapsto (x,-y,x+z,2t)\ ,\qquad g:\ (x,y,z,t)\ \longmapsto (y,x,x-z,-t)$$

تمرين 3:

في الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^3$ المزود بالأساس القانوني $\mathcal{B}=\{e_1,e_2,e_3\}$ ، نعتبر الأشعة التالية :

$$V_1=2e_1-e_2+e_3\ ,V_2=-e_1+e_2+e_3\ ,\ \ V_3=e_2+3e_3\ ,\ V_4=-e_1-2e_2+e_3$$

نعتبر التطبيق الخطي $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ المعرف كما يلي:

$$f(e_1)=\mathrm{v}_1\quad ،\ f(e_2)=\mathrm{v}_2\quad ،f(e_3)=\mathrm{v}_3$$

1. عين صورة الشعاع $X=(x,y,z)$ من $\mathbb{R}^3$ بالتطبيق f في الأساس $\mathcal{B}$.
2. بين أن v_1 و v_2 مستقلان خطيا ، ويشكلان أساس لـ $\mathrm{Im}(f)$.
3. بين أن $f(\mathrm{v}_4)=0_{\mathbb{R}^3}$ ثم عين $ker(f)$.
4. أوجد $f(\mathrm{v}_1)$ و $f(\mathrm{v}_2)$. ليكن Z شعاع من $\mathrm{Im}(f)$ ، أحسب $f(Z)$.

تمرين 4:

أ) في الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^3$ المزود بالأساس القانوني $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ، نعتبر الأشعة التالية :

$$V_1 = e_1 - e_2 + e_3 \quad , \quad V_2 = -e_1 - e_2 - e_3$$

- عين أساس للفضاء الجزئي $F = < \mathrm{v}_1, \mathrm{v}_2, e_2 >$.

ب) ليكن التطبيق الخطي $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ المعرف في الأساس $\mathcal{B}$ حيث:

$$h(x, y, z) = x.\mathrm{v}_1 + (y - z).\mathrm{v}_2$$

1. عين $\mathrm{Im}(h)$ ، ثم حدد أساس لـ $\ker(h)$ واستنتج بعده.
2. أوجد مركبات الشعاع $h(e_1) + h(e_3)$ في الأساس $\mathcal{B}$.

تمرين 5:

أ) ليكن التطبيق الخطي $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ المعرف في الأساس القانوني $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ كما يلي:

$$f(e_1) = 2e_1 + e_2 + e_3 \quad ، f(e_2) = e_2 - e_3 \quad ، f(e_3) = -e_2 + e_3$$

1. عين صورة الشعاع $U = (x, y, z)$ من $\mathbb{R}^3$ بالتطبيق f في الأساس $\mathcal{B}$.
2. عين أساس لـ $\mathrm{Im}(f)$ ، ثم حدد $ker(f)$.
3. أوجد مركبات الشعاع $f^2(e_1) + f^2(e_2) + f^2(e_3)$ في الأساس $\mathcal{B}$.

ب) ليكن التطبيق الخطي $\varphi: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ المعرف كما يلي:

$$\varphi(x, y, z) = x + y + z$$

1. حدد $ker(\varphi)$.
2. عين أساس لـ $ker(\varphi) + \mathrm{Im}(f)$.