د.بكدي مليكة

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة — السنة الجامعية 2022/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير — قسم العلوم الاقتصادية

السنة اولى جذع مشترك (LMD) — المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 2 : التطبيقات الخطية (Les Applications Linéaires)

تمرين 1 :

1. بين هل التطبيقات التالية خطية

a. $$f_1: R^3 \to R^4$$
$$f_1(x,\ \ y,\ \ z) = (x,\ \ x-z,\ \ xy+2z,\ \ y+z)$$

b. $$f_2: R^3 \to R$$
$$f_2(x,\ \ y,\ \ z) = (x+y+2z)$$

c. $$f_3: R^2 \to R^2$$
$$f_3(x,\ y) = (0,\ |y|)$$

d. $$f_4: R^2 \to R^2$$
$$f_4(x,\ y) = (\sin(x),\ \ y)$$

e. $$f_5: R_3[\![X]\!] \to R^3$$
$$f_5(P) = \big(P(-1),\ \ P(0),\ \ P(1)\big)$$

تمرين 2 :

ليكن f تطبيق خطي معرف كما يلي : $f: R^3 \to R$:

عين التطبيق f بحيث: $f(1,\ \ 1,\ \ 2) = 4 \quad f(2,\ \ 0,\ \ 1) = 1 \quad f(1,\ \ 1,\ \ 1) = 0$

1. عين $ker\ (f), et\ Im\ (f)$
2. عين $dim\big(ker\ (f)\big), et\ dim\ \big(Im\ (f)\big)$

تمرين4:

ليكن F و E فضائيين شعاعيين ذو ابعاد p و n على التوالي

ليكن $f: E \to F$ تطبيق خطي

1. برهن اذا كان $n < p$ اذن التطبيق f ليس غامر
2. برهن اذا كان $p < n$ اذن التطبيق f ليس متباين

تمرين 5 :

الفضاء الشعاعي R^3 مزود بأساس القانوني «$B = (e_1;\ \ e_2;\ \ e_3)$

$v_1 = 2e_1 - e_2 + e_3;\quad v_2 = -e_1 + e_2 + e_3;\quad v_3 = e_2 + 3e_3;\ \ v_4 = -e_1 - 2e_2 + e_3;$

F تطبيق خطي من R^3 الى R^3 معرف كما يلي :

$$f(e_1) = v_1 \qquad f(e_2) = v_2 \qquad f(e_3) = v_3$$

1. عين صورة الشعاع $X = (x,\ \ y,\ \ z)$ بالتطبيق f في الاساس B
2. بين ان $v_1\ et\ v_2$ مستقلين خطيا
3. عين اساس ل $im(f)$
4. بين ان $f(v_4) = 0_{R^3}$ ثم عين $ker(f)$

تمرين 6 :

الفضاء الشعاعي R^3 مزود بأساس القانوني «$B = (e_1;\ \ e_2;\ \ e_3)$

ليكن f تطبيق خطي من R^3 الى R^3 معرف كما يلي :

$$f(e_1) = 2e_1 + e_2 + e_3 \qquad f(e_2) = e_2 - e_3 \qquad f(e_3) = -e_2 + e_3$$

1. عين صورة الشعاع $X = (x,\ \ y,\ \ z)$ بالتطبيق f في الاساس B
2. احسب $f^2(e_1) + f^2(e_2) + f^2(e_3)$ في الاساس B

ليكن Q تطبيق خطي معرف كما يلي :

$$R^3 \to R \qquad\qquad Q(x,y,z) = x + y + z$$

1. عين $ker(Q)$ ثم عين اساس و بعد $ker(Q)$
2. عين اساس $ker(Q) + im(f)$

تمرين 7:

لدينا التطبيق الخطي $\mathcal{H}$ من $\mathbb{R}^3$المعرف كما يلي :

$$\mathcal{H}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \qquad\qquad \mathcal{H}(x,y,z) = (-x - y - z, -x - y - z, 0)$$

1. عين$dim\big(ker(\mathcal{H})\big) et\ ker(\mathcal{H})$ هل $\mathcal{H}$ تطبيق تقابلي
2. عين $ker(\mathcal{H} + Id_E)$ ثم حل في $\mathbb{R}^3$ المعادلة $\mathcal{H}(X) = (-2X)$
3. هل $ker(\mathcal{H} + Id_E) \oplus ker(\mathcal{H})$