وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة	السنة الجامعية 2022/2021
كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير	قسم العلوم الاقتصادية
السنة اولى جذع مشترك (LMD)	المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 1 : الفضاءات الشعاعية (Les Espaces Vectoriels)

ملاحظة : نعتبر في كل ما يأتي ان,$(R, +, \cdot)$ جسم تبديلي $(\cdot), (+)$ عمليتي الجمع واضرب العادي

تمرين 1 :

ليكن $(R^3, +, \cdot)$ فضاء شعاعي على R بين هل المجموعات التالية تشكل فضاءات شعاعية جزئية من R^3

$$E_1 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + 2y - z = 2\}$$

$$E_2 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid 2x + yz < 1\}$$

$$E_3 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + 2yz = 0\}$$

$$E_4 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x^2 - y + z = 0\}$$

تمرين 2 :

هل المجموعات التالية فضاءات شعاعية جزئية :

$$F_1 = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f \text{ est pair}\}. sur\ \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$$

$$F_2 = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f \text{ est impair}\}. sur\ \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$$

تمرين 3 :

من اجل كل عدد حقيقي β نعرف المجموعة الجزئية E ل R^3 كما يلي :

$$E = \{(x, y\, z) \in R^3 \mid \beta x + y + z = 0; -x + y - \beta z = 0\}$$

1. اثبت ان E فضاء شعاعي جزئي ل R^3
2. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي β وجود اساس ل E ثم استنتج بعده $\dim(E)$
3. ما هو شرط العدد الحقيقي β حتى يكون الشعاع $v = (2, \quad 1, \quad 1) \in E$

تمرين 4 :

لدينا الاشعة التالية : $U_1 = (1, \quad 1, \quad 1);\ U_2 = (2, \quad -2, \quad -1);\ U_3 = (1, \quad 1, \quad -1)$

لدينا المجموعة التالية :

$$E: \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + z = 0\}$$

$$F: Vect\ \langle U_1; U_2 \rangle$$

1. بين ان E فضاء شعاعي جزئي $(S.E.V)$ من R^3 عين اساس ل E
2. ادرس الاسقلال او الارتباط الخطي للاشعة التالية $\langle U_1; |U_2; |U_3 \rangle$
3. هل $U_3 \in F;\ U_3 \in \mathrm{E}$
4. عين اساس $E \cap F$
5. ليكن الشعاع $(5 \quad 7, \quad -1)$ هل $U_4 = (-1, \quad 7, \quad 5)$ $\boldsymbol{U_4 \in F, U_4 \in E}$

تمرين 5 :

لدينا المجموعة E من $R_3[\![X]\!]$ المعرفة كما يلي :

$$E: \{P \in R_3[\![X]\!] \mid P'(0) = P''(0) = 0\}$$

P'' و P' يمثلان المشتق من الدرجة الاولى و الثانية على التوالي

1. بين ان E فضاء شعاعي جزئي
2. عين اساس ل E و بعد ل $\dim E$

تمرين 6 :

بين ان المجموعة $\{P_1(x),\ P_2(x),\ P_3(x)\}$ مستقلة خطيا حيث :

$$P_1(x) = 3x - 2x^2 + x^3, \quad P_2(x) = -3 + x^2 + 2x^3, \quad P_3(x) = -2x^2 + 2x^3$$

تمرين 7 :

لدينا المجموعات التالية :

$$E: \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + y + z = 0\}$$

$$F: \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + y = 2z\}$$

1. بين ان $E\ et\ F$ يشكلان فضاءات شعاعية جزئية
2. عين اساس لكل من $F\ et\ E$
3. عين الفضاء الشعاعي الجزئي $E \cap F$ ثم عين اساسه
4. ما هو بعد كل من $E,\ F\ et\ E \cap F$