

السلسلة رقم 1 : الفضاءات الشعاعية (Les Espaces Vectoriels)

ملاحظة : نعتبر في كل ما يأتي ان, $(R, +, \cdot)$ جسم تبديلي $(\cdot, +)$, عمليات الجمع والضرب العادي

تمرين 1 :

ليكن $(R^3, +, \cdot)$ فضاء شعاعي على R بين هل المجموعات التالية تشكل فضاءات شعاعية جزئية من R^3

$$E_1 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + 2y - z = 2\}$$

$$E_2 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid 2x + yz < 1\}$$

$$E_3 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + 2yz = 0\}$$

$$E_4 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x^2 - y + z = 0\}$$

تمرين 2 :

هل المجموعات التالية فضاءات شعاعية جزئية :

$$F_1 = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f \text{ est pair}\}.$$

$$F_2 = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f \text{ est impair}\}.$$

تمرين 3 :

من اجل كل عدد حقيقي β نعرف المجموعة الجزئية E لـ R^3 كما يلي :

$$E = \{(x, y, z) \in R^3 \mid \beta x + y + z = 0; -x + y - \beta z = 0\}$$

1. اثبت ان E فضاء شعاعي جزئي لـ R^3

2. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي β وجود اساس لـ E ثم استنتج بعده $\dim(E)$

3. ما هو شرط العدد الحقيقي β حتى يكون الشعاع $v = (2, 1, 1) \in E$